Übung 3 Translations-Mechanik Gleichförmige Kreisbewegung, Zentripetalkraft, Bezugssystem

Lernziele

- die Grössen zur Beschreibung einer Kreisbewegung und deren Zusammenhänge kennen.
- die Frequenz, Winkelgeschwindigkeit, Bahngeschwindigkeit für eine gleichförmige Kreisbewegung bestimmen können.
- Problemstellungen zur gleichförmigen Kreisbewegung bearbeiten können.
- verstehen, was Trägheits- bzw. Scheinkräfte sind.
- wissen und verstehen, dass die Zentrifugalkraft und die Corioliskraft Scheinkräfte sind.
- einen einfacheren Vorgang bezüglich verschiedener Bezugssysteme beschreiben können.

Aufgaben

Gleichförmige Kreisbewegung

1. Bestimmen Sie den Zusammenhang zwischen
 - a) der Winkelgeschwindigkeit ω und der Frequenz f .
 - b) der Bahngeschwindigkeit v und der Winkelgeschwindigkeit ω .

2. Ein Körper befindet sich auf der Erdoberfläche in Chur (geografische Breite $\varphi = 47^\circ$). Wegen der Erdrotation führt der Körper eine gleichförmige Kreisbewegung durch.
Bestimmen Sie ...
 - a) ... die Frequenz f des Körpers.
 - b) ... die Winkelgeschwindigkeit ω des Körpers.
 - c) ... die Bahngeschwindigkeit v des Körpers.

Zentripetalkraft

3. (Metzler: 55/5)
Wird die Bewegung der Erde um die Sonne vernachlässigt, so führt ein mit der Erde fest verbundener Körper ($m = 70 \text{ kg}$) wegen der Erdrotation eine gleichförmige Kreisbewegung aus. Die Summe aller am Körper angreifenden Kräfte ist also eine Zentripetalkraft.
 - a) Aus welchen Einzelkräften setzt sich die resultierende Zentripetalkraft zusammen?
 - b) Bestimmen Sie den Betrag der Zentripetalkraft, falls sich der Körper auf der geografischen Breite φ befindet:
 - i) $\varphi = 0^\circ$
 - ii) $\varphi = 30^\circ$
 - iii) $\varphi = 60^\circ$
 - iv) $\varphi = 90^\circ$

4. (Metzler: 55/2)
Ein Körper ($m = 0.10 \text{ kg}$) wird an einer Schnur ($l = 0.50 \text{ m}$) auf einem Kreis herumgeschleudert, dessen Ebene senkrecht zur Erdoberfläche steht.
 - a) Wie gross müssen mindestens die Winkelgeschwindigkeit und die Drehzahl pro Minute sein, damit der Körper im oberen Punkt seiner Bahn nicht herunterfällt?

- b) Welche Reißfestigkeit muss die Schnur haben, d.h. welche Impulsstromstärke muss die Schnur aushalten können, damit sie nicht reißt?

Bezugssystem

5. (Metzler: 58/5)

Ein Körper wird mit der Geschwindigkeit v_0 unter dem Winkel zur Horizontalen abgeworfen.

Von welchem Bezugssystem aus erscheint die Bewegung des Körpers ...

- a) ... als freier Fall?
- b) ... als waagrechter Wurf?
- c) ... als senkrechter Wurf?

6. Studieren Sie aus dem Buch Metzler (kopiertes Blatt) den Abschnitt "1.2.9 Trägheitskräfte im beschleunigten Bezugssystem: Galilei-Transformation und Inertialsystem" ohne den letzten Absatz "Galilei Transformation und Inertialsysteme" (Seiten 56 bis 58).

Hinweis:

Im Text werden die drei Newton'schen Axiome erwähnt. In der modernen "Impulsstrom-Sprache" lauten sie wie folgt:

- (1) Der in einem Körper gespeicherte Impuls ändert sich nicht, wenn kein Impuls in ihn hinein oder aus ihm heraus fließt.
- (2) Fließt Impuls in einen Körper hinein oder aus ihm heraus, so ist die Summe der entsprechenden Impulsstromstärken gleich der Änderungsrate des im Körper gespeicherten Impulses und somit proportional zur Änderungsrate der Geschwindigkeit des Körpers.
(Impulsbilanz, Grundgesetz der Mechanik)
- (3) Fließt Impuls von einem Körper A zu einem Körper B, so ist die Stromstärke des aus dem Körper A heraus fließenden Impulses gleich gross wie die Stromstärke des in den Körper B hinein fließenden Impulses.

In der "Kräfte-Sprache" lauten die drei Newton'schen Axiome wie folgt:

- (1) Ein Körper beharrt in seinem Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Bewegung, wenn keine Kraft auf ihn wirkt.
(Trägheitsprinzip)
- (2) Die Summe aller auf einen Körper wirkenden Kräfte ist proportional zur Beschleunigung des Körpers.
(Aktionsprinzip)
- (3) Übt ein Körper A eine Kraft auf einen Körper B aus, so übt der Körper B eine gleich grosse, entgegengesetzt gerichtete Kraft auf den Körper A aus.
(Wechselwirkungsprinzip, "actio = reactio")

7. (Metzler: 58/3)

Ein Fahrstuhl bewegt sich mit konstanter Beschleunigung nach unten. Im Fahrstuhl hängt an einem Kraftmesser eine Kugel.

Beschreiben Sie, was zwei Beobachter A und B beobachten und feststellen:

- a) Der Beobachter A befindet sich im System 1, in dem der Fahrstuhl beschleunigt wird.
- b) Der Beobachter B befindet sich im System 2, das mit dem Fahrstuhl fest verbunden ist.

Lösungen

1. a) $\omega = 2 \pi f$
b) $v = r \omega$

2. a) $f = \frac{1}{T} = 1.2 \cdot 10^{-5} \text{ Hz}$
b) $\omega = \frac{2\pi}{T} = 7.3 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$
c) $v = \frac{2\pi R \cos(\alpha)}{T} = 0.32 \text{ km/s}$

3. a) Gewichtskraft, Haftreibungskraft
b) $F_R = m \omega^2 R \cos(\alpha)$
 - i) $F_R = 2.4 \text{ N}$
 - ii) $F_R = 2.0 \text{ N}$
 - iii) $F_R = 1.2 \text{ N}$
 - iv) $F_R = 0 \text{ N}$

4. a) Zentripetalkraft F_R Gewichtskraft F_G
$$\sqrt{\frac{g}{r}} = 4.4 \text{ s}^{-1}, n = 42 \text{ min}^{-1}$$

b) Impulsstromstärke $I_{pF} = \text{Fadenkraft } F_F = F_R + F_G = 2 \cdot F_G$
 $I_{pF} = 2mg = 2.0 \text{ N}$

5. a) Das Bezugssystem bewegt sich bezüglich des Laborsystems schräg nach oben mit der waagrechten Geschwindigkeitskomponente $v_0 \cos(\alpha)$ und mit der senkrechten Geschwindigkeitskomponente $v_0 \sin(\alpha)$.
b) Das Bezugssystem bewegt sich bezüglich des Laborsystems senkrecht nach oben mit der Geschwindigkeit $v_0 \sin(\alpha)$.
c) Das Bezugssystem bewegt sich bezüglich des Laborsystems waagrecht mit der Geschwindigkeit $v_0 \cos(\alpha)$.

Hinweis:
Das Laborsystem ist das Bezugssystem, in welchem die Erde ruht.

6. ...

7. Der Kraftmesser zeigt eine Kraft an, die kleiner ist als die Gewichtskraft der Kugel.
 - a) Da die Kugel nach unten beschleunigt wird, muss der in der Kugel gespeicherte Impuls zunehmen (Ann.: positive Richtung nach unten). Es muss also weniger Impuls durch den Kraftmesser abfließen als über das Gravitationsfeld zufließt.
 - b) Die Kugel ist in Ruhe. Nach der Impulsbilanz müsste also gleich viel Impuls aus der Kugel abfließen wie durch das Gravitationsfeld zufließt. Da der am Kraftmesser angezeigte Impulsstrom schwächer ist als der gravitative Impulsstrom, schliesst der Beobachter fälschlicherweise auf einen zusätzlichen abfließenden Impulsstrom bzw. auf eine nach oben wirkende Scheinkraft.