Übung 17 Schwingungen
Schwingungsvorgänge, Harmonische Schwingung, Schwebung

Lernziele

- die Grössen Periode, Frequenz, Elongation und Amplitude und deren Zusammenhänge kennen und anwenden können.
- den Zusammenhang zwischen der Schwingung eines Federpendels und einer gleichförmigen Kreisbewegung verstehen.
- die Zusammenhänge zwischen Winkelgeschwindigkeit, Frequenz und Kreisfrequenz kennen und verstehen.
- die mathematische Beschreibung einer harmonischen Schwingung kennen, verstehen und anwenden können.
- den zeitlichen Verlauf von Elongation, Geschwindigkeit und Beschleunigung und deren Zusammenhänge bei einer harmonischen Schwingung kennen.
- aus einem Experiment neue Erkenntnisse gewinnen können.
- wissen, wie die Federkonstante einer Feder definiert ist.
- den Einfluss von Amplitude, Pendelmasse und Federkonstante auf die Periode der Schwingung eines Federpendels kennen.
- den Einfluss von Amplitude, Pendelmasse und Pendellänge auf die Periode der Schwingung eines Fadenpendels kennen.
- beurteilen können, ob eine Schwingung eine harmonische Schwingung ist oder nicht.
- verstehen, dass die Schwingung eines Fadenpendels keine harmonische Schwingung ist.
- die mathematische Beschreibung einer Schwebung kennen und verstehen.

Aufgaben

1. Im Unterricht wurde der Zusammenhang zwischen der Schwingung eines Federpendels und einer gleichförmigen Kreisbewegung aufgezeigt.

   Lösen Sie mit Hilfe des Blattes "Schwingung Federpendel ↔ Gleichförmige Kreisbewegung" die folgenden Teilaufgaben:

   a) Drücken Sie die Elongation y durch die Amplitude $\hat{y}$ und den Winkel ϕ aus.

   b) Geben Sie den seit Beginn ($t = 0$) überstrichenen Winkel ϕ in Abhängigkeit der Winkelgeschwindigkeit ω und der Zeit t an.

   c) Drücken Sie mit Hilfe der Resultate aus a) und b) die Elongation y des Federpendels in Abhängigkeit der Amplitude $\hat{y}$, der Winkelgeschwindigkeit ω und der Zeit t aus.

   d) Betrachten Sie die Elongation y als Funktion der Zeit t, d.h. $y = y(t)$.
   Skizzieren Sie den Grafen der Funktion $y = y(t)$ in einem y-t-Diagramm. Beschriften Sie dabei die Koordinatenachsen so, dass man aus dem Diagramm die unter c) formulierte Beziehung herauslesen kann.

   e) Geben Sie den Zusammenhang zwischen der Winkelgeschwindigkeit ω und der Frequenz f an.

2. **Experiment Posten 1: Federpendel**

Im Physik-Praktikumsraum L26 ist ein Federpendel aufgebaut.

Mit Hilfe eines Bewegungsmesswandlers und des Computer-Programmes *LabView* können die Elongation s = y, die Geschwindigkeit v und die Beschleunigung a des Pendelkörpers erfasst und grafisch als Funktion der Zeit t dargestellt werden.

a) Zeichnen Sie die Elongation s, die Geschwindigkeit v und die Beschleunigung a des Federpendels auf:
- Öffnen Sie auf dem Computer die *LabView*-Datei "Federpendel.vi" im Ordner "Schwingungen".
- Stossen Sie das Federpendel an.
- Starten Sie die Aufzeichnung mit dem Befehl "Run" unter "Operate".
- Beenden Sie die Aufzeichnung mit dem STOP-Button.

b) Stellen Sie fest, dass die Elongation s sinus-förmig ist.

c) Vergleichen Sie den zeitlichen Verlauf der Geschwindigkeit v und der Beschleunigung a mit dem zeitlichen Verlauf der Elongation s.
- Von welchem Funktionstyp sind v und a?
- Wie gross sind die Frequenzen von v und a im Vergleich zur Frequenz von s?
- Um welche Zeitspannen sind s, v und a zueinander versetzt?
- Wie ist die gegenseitige Lage von Nulldurchgängen und Maximalwerten?

3. **Experiment Posten 2: Federpendel**

Im Physik-Praktikumsraum L26 ist ein Federpendel aufgebaut.

a) Prüfen Sie mit der Federwaage (Kraftmessgerät) nach, dass die rücktreibende Kraft proportional zur Elongation des Pendelkörpers ist.

Der Proportionalitätsfaktor zwischen dem Betrag der Elongation und dem Betrag der rücktreibenden Kraft ist die sogenannte **Federkonstante** D:

$$|\vec{F}| = D \cdot |y|$$

Je "härter" die Feder ist, desto grösser ist ihre Federkonstante.

b) Schätzen Sie die Federkonstante D der in a) verwendeten Feder ab.

c) Untersuchen Sie, ob und allenfalls wie die Periode T der Pendelschwingung

i) von der Amplitude $\hat{y}$ abhängt.

ii) von der Masse m des Pendelkörpers abhängt.

iii) von der Federkonstante D der Feder abhängt.

Es genügt, wenn Sie die Abhängigkeiten qualitativ angeben, d.h. in der Form "Je grösser ..., desto grösser bzw. kleiner ... ."

4. **Experiment Posten 3: Fadenpendel**

Im Physik-Praktikumsraum L26 sind an einem Holzgestell vier Fadenpendel aufgebaut.

Untersuchen Sie, ob und allenfalls wie die Periode T der Pendelschwingung

i) von der Amplitude $\hat{y}$ abhängt.

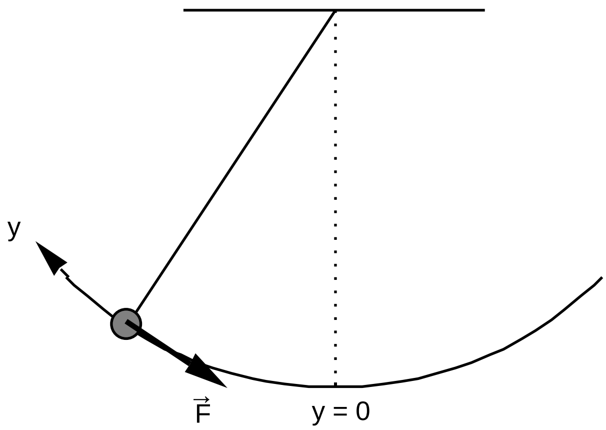
ii) von der Masse m des Pendelkörpers abhängt.

iii) von der Pendellänge l abhängt.

Versuchen Sie, die Abhängigkeiten möglichst genau anzugeben.

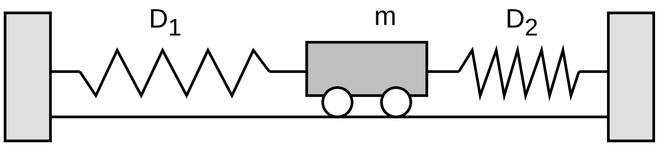
5. Metzler: 107/2, 107/3

6. Beurteilen Sie, ob die Schwingung des Fadenpendels eine harmonische Schwingung ist.



Prüfen Sie also nach, ob die am Pendelkörper angreifende rücktreibende Kraft F proportional zur Elongation y des Pendelkörpers ist oder nicht.

7. Ein Wagen mit der Masse m ist über zwei Federn mit den Federkonstanten D_1 und D_2 mit zwei Wänden verbunden:



Die Distanz der beiden Wände sowie die Längen der Federn sind gerade so gewählt, dass die beiden Federn entspannt sind, wenn sich der Wagen in der Ruhelage befindet.

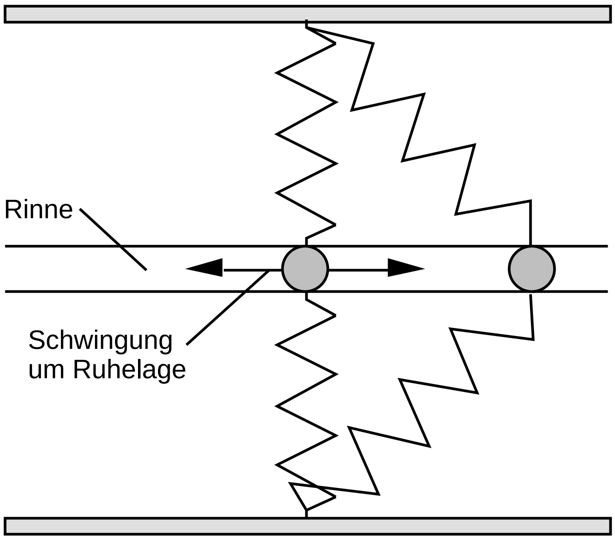
Wird der Wagen aus der Ruhelage ausgelenkt und dann sich selbst überlassen, führt er eine Schwingung aus.

Beurteilen Sie mit schlüssiger Begründung, ob diese Schwingung eine harmonische Schwingung ist oder nicht.

Vernachlässigen Sie jegliche Reibung (Rollreibung, Luftwiderstand, ...).

8. (siehe Seite 4)

8. Eine Kugel kann sich in einer Rinne reibungsfrei horizontal hin und her bewegen und ist über zwei identische Federn mit zwei seitlichen Wänden verbunden:



Beurteilen Sie mit schlüssiger Begründung, ob die Kugel eine harmonische Schwingung ausführt, wenn man sie aus ihrer Gleichgewichtslage auslenkt und loslässt.

9. Im Unterricht wurde die Schwebung zweier verstimmter Stimmgabeln vorgeführt.

Die Schwingungen y_1 und y_2 der beiden Stimmgabeln überlagern sich zur Gesamtschwingung y:

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t)$$

Für die Schwingungen y_1 und y_2 gilt:

$$y_1(t) = \hat{y} \sin(\omega_1 t)$$
$$y_2(t) = \hat{y} \sin(\omega_2 t)$$

a) Berechnen Sie von Hand die Summe y der beiden Teilschwingungen y_1 und y_2

Hinweis:
Verwenden Sie die folgende trigonometrische Beziehung:

$$\sin(\alpha) + \sin(\beta) = 2 \sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

b) Betrachten Sie das Ergebnis aus a).
Interpretieren Sie mit Hilfe der Grafiken auf dem Theorie-Blatt "Schwebung" den Sinus- und den Cosinus-Faktor in der Gesamtschwingung y.

10. **Java-Applets**

Studieren Sie die folgenden Java-Applets. Links zu den Java-Applets finden Sie unter
http://telecom.tlab.ch/~borer → Physik → Unterlagen (...)

- Harmonische Schwingung - Gleichförmige Kreisbewegung
 (http://we1x01.physik.uni-wuerzburg.de/~pkrahmer/ntnujava/shm/shm.html)

- Federpendel
 (http://www.zum.de/ma/fendt/ph14d/federpendel.htm)

- Fadenpendel
 (http://www.zum.de/ma/fendt/ph14d/fadenpendel.htm)

- Schwebung
 (http://www.zum.de/ma/fendt/ph14d/schwebung.htm)

Lösungen

1. a) $y = \hat{y}\sin(\phi)$
   b) $\phi = \omega t$
   c) $y = \hat{y}\sin(\omega t)$
   d) ...
   e) $\omega = 2\pi f$
   Im Zusammenhang mit einer Schwingung bezeichnet man ω als **Kreisfrequenz**.

2. ...

3. a) ...
   b) ...
   c) i) T unabhängig von $\hat{y}$
   ii) T abhängig von m
   Je grösser m, desto grösser T $\left(T \sim \sqrt{m}\right)$
   iii) T abhängig von D
   Je grösser D, desto kleiner T $\left(T \sim \frac{1}{\sqrt{D}}\right)$

4. i) T unabhängig von $\hat{y}$
   ii) T unabhängig von m
   iii) T abhängig von l
   Je grösser l, desto grösser T
   $T \sim \sqrt{l}$

5. ...

6. $F = F_G \sin\left(\frac{y}{l}\right) \not\sim y$
   keine harmonische Schwingung

7. $F = (D_1 + D_2)\,y \sim y$
   harmonische Schwingung

8. $F \not\sim y$
   keine harmonische Schwingung

9. a) $y(t) = 2\,\hat{y}\cos\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}\,t\right)\sin\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}\,t\right)$
   b) Der Sinus-Faktor
   $$\sin\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}\,t\right)$$
   beschreibt den hörbaren Ton der Frequenz $\omega = \frac{\omega_1+\omega_2}{2}$ bzw. $f = \frac{f_1+f_2}{2}$ (= 460 Hz)
   Der Cosinus-Faktor
   $$\cos\left(\frac{\omega_1-\omega_2}{2}\,t\right)$$
   beschreibt die Schwebung mit der Schwebungsfrequenz $\omega_S = \frac{\omega_1-\omega_2}{2}$ bzw. $f_S = \frac{f_1-f_2}{2}$ (= 20 Hz)

10. ...