Übung 23 Mechanische Wellen
Wellengrössen, Wellengleichung, Polarisation, Dispersion

Lernziele

- den Zusammenhang zwischen der Frequenz, der Wellenlänge und der Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Welle kennen und verstehen.
- wissen, wie eine Welle an einem festen/freien Ende eines Wellenträgers reflektiert wird.
- den Begriff Polarisation verstehen.
- den Begriff Dispersion verstehen.
- verstehen, dass sich in einem Festkörper Longitudinalwellen schneller ausbreiten als Transversalwellen.
- einen neuen Sachverhalt analysieren können.

Aufgaben

1. Die Frequenz f, die Wellenlänge λ und die Ausbreitungsgeschwindigkeit v_{Ph} einer Welle sind Grössen, die in einer festen Beziehung zueinander stehen.

   Finden Sie diese Beziehung, und drücken Sie sie in Form einer mathematischen Formel aus.

   Hinweis:
   Betrachten Sie im Buch Metzler die Abbildung 123.1 auf der Seite 123.
   Überlegen Sie sich, in welcher Zeitspanne ein Wellenberg eine Wellenlänge weit fortschreitet.

2. ***Experiment Wellenmaschine:*** *Reflexion am festen/freien Ende*

   Die Wellenmaschine ist ein Wellenträger mit einer endlichen Länge. Trifft eine Welle am Ende an, so wird sie dort reflektiert.

   Man unterscheidet zwischen einem festen Ende und einem freien Ende.
   Bei einem festen Ende ist das letzte Teilchen arretiert, während es bei einem freien Ende frei beweglich ist.

   Untersuchen Sie auf der Wellenmaschine, wie eine Störung an einem
   i) festen Ende
   ii) freien Ende
   reflektiert wird. Schreiben Sie Ihre Beobachtungen in einigen Worten auf.

3. a) ***Experiment Federseil:*** *Polarisation*

   Das Federseil verläuft durch einen aus zwei parallelen Stativstangen bestehenden Spalt.

   Lassen Sie einen kurzen Wellenzug gegen den Spalt laufen. Beobachten Sie, ob und wie der Wellenzug den Spalt passiert. Schreiben Sie Ihre Beobachtungen in einigen Worten auf.

   Untersuchen Sie die folgenden Fälle:
   i) Longitudinalwelle
   ii) Transversalwelle, Schwingungsrichtung parallell zum Spalt
   iii) Transversalwelle, Schwingungsrichtung senkreckt zum Spalt
   iv) Transversalwelle, Schwingungsrichtung im Winkel 45° zum Spalt

   b) Studieren Sie im Buch *Metzler* den Teil "Polarisation" im Abschnitt 3.3.2 (Seiten 124/125).

4. a) ***Experiment Wellenwanne:*** *Dispersion*

   In der Wellenwanne können fortschreitende Wasserwellen erzeugt werden. Die Frequenz kann variiert werden.

Die Wellenfronten können bei normaler oder bei stroboskopischer Beleuchtung betrachtet werden. Bei stroboskopischer Beleuchtung scheinen die Wellenfronten still zu stehen, wenn die Stroboskop-Frequenz richtig gewählt wird.

Untersuchen Sie, ob die Ausbreitungsgeschwindigkeit v_{Ph} der Wasserwellen von der Frequenz f abhängt oder nicht.

b) Studieren Sie im Buch *Metzler* vom Abschnitt 3.3.5 auf der Seite 129 den folgenden kurzen Ausschnitt:
von "Dispersion, Versuch 1: In der Wellenwanne ..."
bis "... wächst die Phasengeschwindigkeit mit der Wellenlänge". (13 Zeilen)

c) Das menschliche Ohr nimmt Schallwellen als Töne, Klänge und Geräusche wahr.

Ein einzelner Ton entspricht einer Schallwelle mit einer bestimmten Frequenz. Je höher der Ton ist, desto höher ist die Frequenz f der dazugehörigen Schallwelle.

Klänge und Geräusche sind Mischungen von verschiedenen Tönen und entsprechen demnach Gemischen von Schallwellen verschiedener Frequenzen.

Beurteilen Sie nun, ob bei Schallwellen die Ausbreitungsgeschwindigkeit v_{Ph} von der Frequenz f abhängt oder nicht.

Belegen oder widerlegen Sie die Behauptung anhand einer Erfahrung, die Sie im Alltag mit Tönen, Klängen und Geräuschen machen.

5. Schätzen Sie die Wellenlänge von Schallwellen in Luft ab.

6. Studieren Sie im Buch *Metzler* den Exkurs "Erdbebenwellen (seismische Wellen)" (Seite 125).

Im abgebildeten Seismogramm sind die Wellen eines Erdbebens aufgezeichnet.

Bestimmen Sie mit Hilfe des abgebildeten Seismogrammes und den Angaben im Text die Entfernung des Epizentrums vom Ort des Seismografen ab.

7. Eine fortschreitende, lineare Welle kann mathematisch durch die Funktion y beschrieben werden:

$$y: \quad \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad (x,t) \to y = y(x,t)$$

y ist eine Funktion mit zwei Variablen. Sie ordnet den beiden reellen Grössen x (Ort) und t (Zeit) die reelle Grösse y (Elongation) zu. Die Funktion drückt aus, wie gross die Elongation y eines Teilchens an einem bestimmten Ort x und zu einem bestimmten Zeitpunkt t ist.

Erfolgt die Anregung der Welle harmonisch, ergibt sich eine **harmonische Welle** mit der folgenden Funktionsgleichung:

$$y(x,t) = \hat{y}\,\sin(\omega t - kx) \qquad \text{wobei: } \hat{y} := \text{Amplitude}$$

$$\omega := \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad \text{Kreisfrequenz}$$

$$k := \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{Wellenzahl}$$

Gegeben seien die Amplitude $\hat{y}$, die Frequenz f und die Ausbreitungsgeschwindigkeit v_{Ph} der harmonischen Welle:

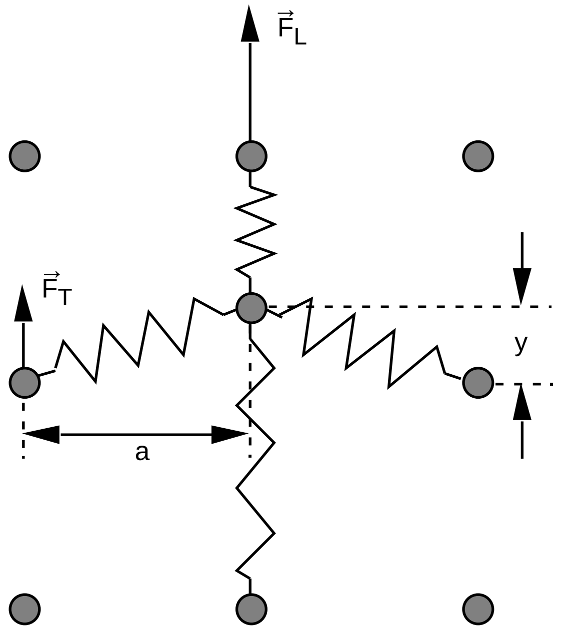
$\hat{y}$ = 20 cm f = 0.40 Hz c = 0.50 m/s

a) Bestimmen Sie die Elongation y am Ort x zum Zeitpunkt t
i) x = 0 cm t = 0 s
ii) x = 40 cm t = 1.0 s

b) Bestimmen Sie alle Stellen x, an welchen sich zum Zeitpunkt t ein Wellenberg befindet.
i) t = 0 s
ii) t = 1 s

8. In einem Festkörper ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Longitudinalwellen grösser als die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Transversalwellen. Der Grund liegt darin, dass bei der Auslenkung eines Teilchens die Längskräfte grösser sind als die Querkräfte (*Metzler*, Seite 124).

Betrachten Sie im folgenden Gittermodell des Festkörpers (vgl. *Metzler-Physik*, Abb. 125.1, Seite 125) ein Teilchen, welches um y aus der Gleichgewichtslage ausgelenkt wird:



Die Auslenkung y eines Teilchens bewirkt über die Federkopplungen eine Querkraft F_T auf das benachbarte Teilchen in transversaler Richtung sowie eine Längskraft F_L auf das benachbarte Teilchen in longitudinaler Richtung.

Beurteilen Sie anhand des Gittermodelles, wie gross bei einer bestimmten Auslenkung y eines Teilchens das Verhältnis F_T/F_L zwischen der Querkraft F_T und der Längskraft F_L ist.

Drücken Sie F_T/F_L in Abhängigkeit der Auslenkung y und der sogenannten Gitterkonstanten a aus.

Lösungen

1. $v_{Ph} = \lambda \cdot f$

2. ...

3. a) ...

   b) ...

4. a) ...

   b) ...

   c) ...

5. $v_{Ph} = \lambda \cdot f \qquad \lambda = \frac{v_{Ph}}{f}$

   Mit $v_{Ph} \approx 0.3$ km/s und $f \approx 1$ kHz ergibt sich

   $\lambda \approx 0.3$ m

6. $\Delta s = \frac{v_p v_s}{v_p - v_s} \Delta t \approx \frac{14 \text{ km/s} \cdot 3.5 \text{ km/s}}{14 \text{ km/s} - 3.5 \text{ km/s}} \cdot 3.5 \text{ min} \approx 1000 \text{ km}$

7. a) i) $y(0 \text{ m}, 0 \text{ s}) = 0$ cm

   ii) $y(0.4 \text{ m}, 1.0 \text{ s}) = 0.096 \text{ m} = 9.6$ cm

   b) i) $x = \frac{3}{4}\lambda + n \cdot \lambda \;\; (n \quad Z) = \ldots, -0.31 \text{ m}, 0.94 \text{ m}, 2.19 \text{ m}, \ldots$

   ii) Da die Frequenz 0.4 Hz beträgt, schreitet die Welle in 1 Sekunde 0.4 Wellenlängen fort, d.h. die Wellenberge sind gegenüber i) um 0.4 Wellenlängen verschoben.

   $x = \left(\frac{3}{4} + 0.4\right)\lambda + n \cdot \lambda \;\; (n \quad Z) = \ldots, 0.19 \text{ m}, 1.44 \text{ m}, 2.69 \text{ m}, \ldots$

8. $\frac{F_T}{F_L} = \sqrt{1 + \left(\frac{y}{a}\right)^2} - 1 \; < 1$

   $F_T < F_L$