

## Übung 4                      Rotations-Mechanik Trägheitsmoment, Rotationsenergie, Drehimpuls

### Lernziele

- das Trägheitsmoment eines einfacheren Körpers bestimmen können.
- wissen, dass sich die kinetische Energie eines starren Körpers aus Translations- und Rotationsenergie zusammensetzt.
- die Translations- und die Rotationsenergie eines einfacheren Körpers bestimmen können.
- die Analogie zwischen Impuls und Drehimpuls kennen und verstehen.
- verstehen, dass der Drehimpuls in einem abgeschlossenen System konstant ist.
- den Drehimpulserhaltungssatz in einer konkreten Problemstellung anwenden können.
- einen neuen Sachverhalt analysieren können.

### Aufgaben

#### Trägheitsmoment

1.     *Metzler: 73/1, 73/2*

#### Rotationsenergie

Einleitung zu den Aufgaben 2 und 3:

Ein starrer Körper der Masse  $m$  bewege sich wie folgt:

- Der Schwerpunkt führt eine **Translation** mit der Geschwindigkeit  $v$  aus.
  - Der Körper führt eine **Rotation** mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  um eine Achse durch den Schwerpunkt aus.
- Das Trägheitsmoment des Körpers bezüglich dieser Drehachse ist  $J$ .

Dann setzt sich die gesamte kinetische Energie  $E_{\text{kin}}$  des starren Körpers aus der **Translationsenergie**  $E_{\text{transl}}$  und der **Rotationsenergie**  $E_{\text{rot}}$  zusammen:

$$E_{\text{kin}} = E_{\text{transl}} + E_{\text{rot}} \quad \text{mit} \quad E_{\text{transl}} = \frac{1}{2} m v^2, \quad E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} J \omega^2$$

2.     Ein Voll- und ein Hohlzylinder mit derselben Masse  $m$  und demselben Radius  $r$  rollen mit der konstanten Geschwindigkeit  $v$  auf einer horizontalen Ebene.

- a)     Drücken Sie für beide Zylinder die Translationsenergie  $E_{\text{transl}}$ , die Rotationsenergie  $E_{\text{rot}}$  und die gesamte kinetische Energie  $E_{\text{kin}}$  durch  $m$  und  $v$  aus.
- b)     Bestimmen Sie für beide Zylinder den Anteil der Translationsenergie  $E_{\text{transl}}$  und den Anteil der Rotationsenergie  $E_{\text{rot}}$  an der gesamten kinetischen Energie  $E_{\text{kin}}$ .

3.     Ein Voll- und ein Hohlzylinder mit derselben Masse und demselben Radius rollen aus der Ruhe und aus derselben Höhe eine schiefe Ebene hinunter. Man beobachtet, dass der Vollzylinder als erster den Fuss der schiefen Ebene erreicht (vgl. Experiment im Unterricht).

Finden Sie aus den Ergebnissen der Aufgabe 2 eine Erklärung dafür, warum der Vollzylinder vor dem Hohlzylinder unten ankommt.

#### Drehimpuls

4.     Im Unterricht wurde die Analogie zwischen Translation und Rotation tabellarisch dargestellt. Die letzten Einträge in der Spalte Translation sind "Impulserhaltung" und "Impulsänderung     Kraft".

Finden Sie die dazu analogen Einträge für die Spalte Rotation.

5. **Experiment Drehschemel und Hantel**

Erleben Sie die Drehimpulserhaltung auf dem Drehschemel:

Nehmen Sie je eine Hantel in Ihre Hände, und setzen Sie sich auf den Drehschemel.

- a) Versetzen Sie sich bei **gebeugten** Armen in Rotation.  
Strecken Sie nun ihre Arme langsam aus.  
Stellen Sie fest, dass Ihre Winkelgeschwindigkeit **abnimmt**.
- b) Versetzen Sie sich bei **ausgestreckten** Armen in Rotation.  
Beugen Sie nun ihre Arme langsam.  
Stellen Sie fest, dass Ihre Winkelgeschwindigkeit **zunimmt**.

6. **Experiment Rad**

Nehmen Sie das auf einer Achse montierte Rad zur Hand. Halten Sie es so, dass die Achse vorwärts in horizontaler Richtung von ihrem Körper wegzeigt.

Versetzen Sie nun das Rad in Drehung, so dass es sich von ihnen aus gesehen im **Uhrzeigersinn** dreht.

- a) Gehen Sie nun mit dem rotierenden Rad in ihren Händen einige Schritte geradeaus, und machen Sie dann eine **Rechtskurve**. Wie verhält sich das Rad während der Rechtskurve?
- b) Was für ein Verhalten zeigt das Rad bei gleichem Drehsinn in einer **Linkskurve**?
- c) Was für ein Verhalten zeigt das Rad bei einer Drehung im **Gegenuhrzeigersinn** in einer Rechts- bzw. Linkskurve?
- d) Finden Sie Erklärungen für die Phänomene, die Sie unter a) bis c) beobachtet haben.  
Überlegen Sie sich dabei, ob und wie sich der Drehimpuls des Rades während der Rechts- bzw. Linkskurve ändert.  
Ihre Erklärung sollte sich stichhaltig auf die im Unterricht behandelten theoretischen Betrachtungen zum Drehimpuls abstützen.

7. Eine horizontale Stange (ähnlich wie in der Abbildung 72.2 im Lehrbuch *Metzler-Physik* (Seite 72)) mit dem Trägheitsmoment  $0.50 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$  dreht sich mit 200 Umdrehungen pro Minute symmetrisch um eine vertikale Achse. Auf der Stange sitzen zwei Gleitkörper von je  $1.0 \text{ kg}$  jeweils im Abstand  $10 \text{ cm}$  von der Drehachse.

Nun werden die Gleitkörper, die zunächst durch Fäden gehalten werden, freigelassen und durch eine Halterung auf der Stange im Abstand von je  $50 \text{ cm}$  von der Drehachse wieder festgehalten.

Bestimmen Sie, mit wievielen Umdrehungen pro Minute sich die Stange jetzt dreht.

Vernachlässigen Sie jegliche Reibung.

**Lösungen**

1. 73/1  $J < 20 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$   
73/2  $J = 0.05 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$

2.

	$E_{\text{transl}}$	$E_{\text{rot}}$	$E_{\text{kin}}$	$E_{\text{transl}} / E_{\text{kin}}$	$E_{\text{rot}} / E_{\text{kin}}$
Vollzylinder	$\frac{1}{2} mv^2$	$\frac{1}{4} mv^2$	$\frac{3}{4} mv^2$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
Hohlzylinder	$\frac{1}{2} mv^2$	$\frac{1}{2} mv^2$	$mv^2$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

3. ...

4. ...

5. a) ...  
b) ...

6. a) Das Rad wird nach unten gezogen.  
b) Das Rad wird nach oben gezogen.  
c) Rechtskurve: Das Rad wird nach oben gezogen.  
Linkskurve: Das Rad wird nach unten gezogen.  
d) Drehimpulsänderung  
$$M = \frac{L}{t} \quad L = M \cdot t$$
  
d.h.  $L$  zeigt in die gleiche Richtung wie  $M$

7. 
$$n_2 = n_1 \frac{J_0 + 2mr_1^2}{J_0 + 2mr_2^2} = 104 \text{ min}^{-1}$$
  
mit:  $n_1 = 200 \text{ min}^{-1}$ ,  $J_0 = 0.50 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ ,  $m = 1.0 \text{ kg}$ ,  $r_1 = 0.10 \text{ m}$ ,  $r_2 = 0.50 \text{ m}$