Übung 21 Mechanik
Impuls/Kraft als Vektor, Impulsbilanz/Grundgesetz, Reibung

Lernziele

- die vektorielle Addition bzw. Zerlegung von Impuls, Impulsstrom und Kraft zur Analyse und Bearbeitung von konkreten Problemstellungen anwenden können.
- das Impulsbilanzgesetz bzw. das Grundgesetz der Mechanik für ein konkretes System anwenden können.
- Aussagen und Beziehungen zwischen Grössen mit Hilfe physikalischer Grundgesetze als Gleichungen formulieren können.

Aufgaben

1. Aufgabenbuch: 4.64

Hinweise/Vorgehen zu a):
- Mit "BS" ist "Bezugssystem" gemeint.
- Zeichnen Sie also zuerst in ein zweidimensionales Koordinatensystem (x- und y-Achse) die Bahnkurve der Kugel ein.
- Zeichnen Sie dann für die beiden Zeitpunkte t_1 = 0 s (unmittelbar nach dem Abwurf) und t_2 = 2.0 s die Kugel, den Impulsvektor und seine Horizontal- und Vertikalkomponente ein.

Hinweise/Vorgehen zu c):
- Bestimmen Sie zuerst einzeln die horizontale und die vertikale Komponente des Impulses, indem Sie die Impulsbilanz in horizontaler und vertikaler Richtung aufstellen.
- Der Betrag des (Gesamt-)Impulses ist der Betrag des aus Horizontal- und Vertikalkomponente zusammengesetzten Impulsvektors.
- Die numerische Berechnung von Betrag und Winkel können Sie weglassen.
- Vernachlässigen Sie den Luftwiderstand.

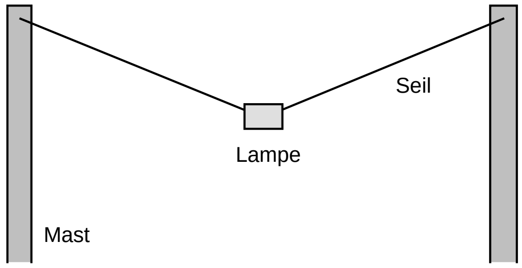
2. Ein Holzklotz der Masse m gleitet mit der konstanten Geschwindigkeit v auf einer schiefen ebenen Holzunterlage mit dem Neigungswinkel ϕ zur Horizontalen.

Bestimmen Sie die Gleitreibungszahl μ zwischen dem Holzklotz und der Holzunterlage.

Vorgehen:
- Stellen Sie ein vollständiges Gleichungssystem auf, welches die gesuchte Gleitreibungszahl als Unbekannte enthält.
- Lösen Sie das Gleichungssystem allgemein algebraisch auf.

Hinweis:
- Formulieren Sie das Grundgesetz der Mechanik für zwei geeignete Koordinatenrichtungen.

3. Eine Strassenlampe ist an einem Drahtseil zwischen zwei Masten aufgehängt:



(Fortsetzung siehe Seite 2)

a) Skizzieren Sie die Situation auf ein neues Blatt, und zeichnen Sie alle an der Lampe angreifenden Kräfte ein. Die Länge der gezeichneten Kraftpfeile soll proportional zu den Beträgen der Kräfte sein.

b) Man möchte nun wissen, wie lange das Seil mindestens sein muss, damit die Stärke des Impulsstromes durch das Seil einen maximalen Wert I_{pmax} nicht überschreitet.
Bekannt seien der Abstand der beiden Masten, die Masse der Lampe sowie die maximal zulässige Impulsstromstärke I_{pmax}.

i) Stellen Sie ein vollständiges Gleichungssystem auf, welches die gesuchte minimale Seillänge als Unbekannte enthält.

ii) * Lösen Sie das Gleichungssystem nach der gesuchten Seillänge auf.
Drücken Sie also die gesuchte Seillänge in Abhängigkeit der bekannten Grössen aus.

Hinweise:
- Die Stärke des Impulsstromes im Seil ist gleich gross wie eine der beiden an der Lampe angreifenden Seilkräfte.
- Mit Hilfe eines Strahlensatzes (vgl. Geometrie) kann eine Beziehung zwischen Kräften, die an der Lampe angreifen, und geometrischen Längen formuliert werden.

4. Aufgabenbuch: 4.75

Vorgehen:
- Stellen Sie mit Hilfe von physikalischen Grundgesetzen ein vollständiges Gleichungssystem auf, welches die gesuchte Beschleunigung als Unbekannte enthält.
- Lösen Sie das Gleichungssystem allgemein algebraisch auf, d.h. ohne Einsetzen der konkreten Zahlenwerte.
- Das Einsetzen der konkreten Zahlenwerte in die algebraische Lösung können Sie weglassen.

5. Aufgabenbuch: 4.81

Abgeänderte Aufgabenstellung:
- Stellen Sie ein vollständiges Gleichungssystem auf, welches die gesuchte Beschleunigung als Unbekannte enthält.
- Sie müssen das Gleichungssystem nicht auflösen, sondern lediglich aufstellen.

Vorgehen:
- Skizzieren Sie den Schlitten, und zeichnen Sie alle am Schlitten angreifenden Kräfte sowie geeignete Komponenten dieser Kräfte ein.
- Formulieren Sie das Grundgesetz der Mechanik für die horizontale und die vertikale Richtung.
- Vervollständigen Sie das Gleichungssystem.

Lösungen

1. a) siehe Aufgabenbuch

b) Annahmen:
- positive x-Richtung: waagrecht in Abwurfrichtung
- positive y-Richtung: senkrecht nach unten

$\vec{p}(0s) = \begin{pmatrix} p_x(0s) \\ p_y(0s) \end{pmatrix}$

$p_x(0s) = m \cdot v_x(0s)$

$p_y(0s) = 0$

$p(0s) = p_x(0s) = m \cdot v_x(0s) = 0.120\ kg \cdot 25\ m/s = 3.0\ kg \cdot m/s$

c) $\vec{p} = \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \end{pmatrix}$

Horizontale Komponente p_x des Impulses

$p_x(2s) = p_x(0s) + \Delta p_x$

Δp_x = Fläche im $\dot{p}_x$-t-Diagramm

$I_{pGx} = \dot{p}_x$ (Impulsbilanz in x-Richtung)

$I_{pGx} = 0$

$p_x(2s) = p_x(0s) = 3.0\ kg \cdot m/s$ (aus b))

Vertikale Komponente p_y des Impulses

$p_y(2s) = p_y(0s) + \Delta p_y$

Δp_y = Fläche im $\dot{p}_y$-t-Diagramm

$I_{pGy} = \dot{p}_y$ (Impulsbilanz in y-Richtung)

$I_{pGy} = m \cdot g$

$p_y(2s) = p_y(0s) + m \cdot g \cdot \Delta t = 0\ kg \cdot m/s + 0.120\ kg \cdot 10\ m/s^2 \cdot 2.0\ s = 2.4\ kg \cdot m/s$

Betrag des Gesamtimpulses

$p^2 = p_x^2 + p_y^2$

$p = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} = \sqrt{(3.0\ kg \cdot m/s)^2 + (2.4\ kg \cdot m/s)^2} = ...$

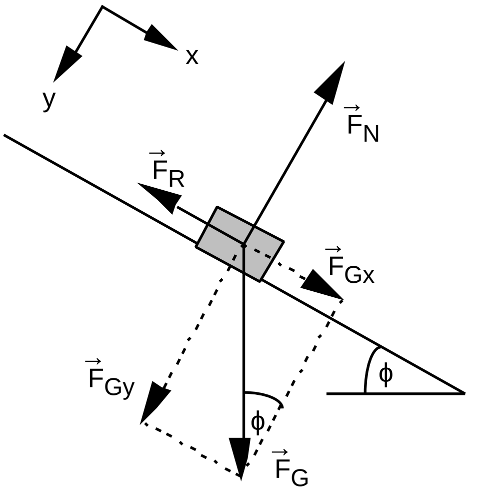
Richtung des Gesamtimpulses (Winkel zur Horizontalen)

$\tan(\phi) = \frac{p_y}{p_x} = \frac{2.4\ kg \cdot m/s}{3.0\ kg \cdot m/s} = 0.8$

$\phi = ...$

2. (siehe Seite 4)

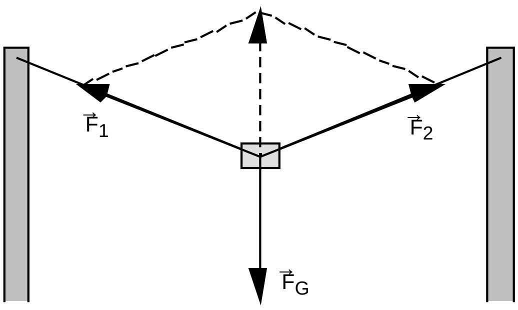
2.



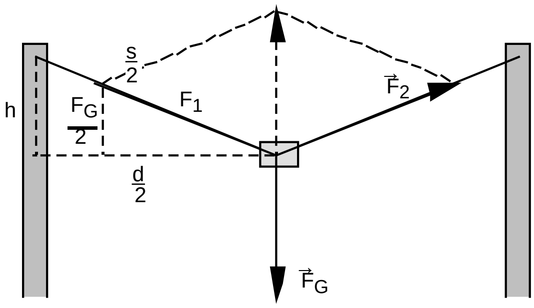
$F_{Gx} - F_R = 0$
$F_{Gy} - F_N = 0$
$F_R = \mu F_N$
$\sin(\phi) = \frac{F_{Gx}}{F_G}$
$\cos(\phi) = \frac{F_{Gy}}{F_G}$
$F_G = mg$

$\mu = \tan(\phi)$

3. a)



b)



i) $\frac{\frac{F_G}{2}}{F_1} = \frac{h}{\frac{s}{2}}$ (2. Strahlensatz)

$F_1 = I_{pmax}$
$F_G = m \cdot g$
$\left(\frac{d}{2}\right)^2 + h^2 = \left(\frac{s}{2}\right)^2$

- 4 Gleichungen
- 4 Unbekannte: h, s, F_G, F_1
- Bekannte: I_{pmax}, m, g, d

ii) * ...

$$s = \frac{2 \cdot d \cdot I_{pmax}}{\sqrt{4\, I_{pmax}{}^2 - (m \cdot g)^2}}$$

4. $F - F_R = m \cdot \dot{v}$ (Grundgesetz der Mechanik in horizontaler Richtung)
$F_R = \mu \cdot F_N$
$F_N - F_G = 0$ (Grundgesetz der Mechanik in vertikaler Richtung)
$F_G = m \cdot g$

$$\dot{v} = \frac{F}{m} - \mu \cdot g$$

5. Annahmen:
positive x-Richtung: horizontale Bewegungsrichtung des Schlittens
positive y-Richtung: senkrecht nach oben

Bezeichnungen:
$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$ = Kraft, mit welcher am Schlitten gezogen wird
$\vec{F}_G$ = Gewichtskraft (in negativer y-Richtung)
$\vec{F}_N$ = Normalkraft (in positiver y-Richtung)
$\vec{F}_R$ = Reibungskraft (in negativer x-Richtung)

Gleichungssystem:
$F_x - F_R = m \cdot \dot{v}$ (Grundgesetz der Mechanik in x-Richtung)
$F_R = \mu \cdot F_N$
$F_y + F_N - F_G = 0$ (Grundgesetz der Mechanik in y-Richtung)
$F_G = m \cdot g$
$\sin(\phi) = \frac{F_y}{F}$
$\cos(\phi) = \frac{F_x}{F}$