

Übung 8 Hydraulik Bilanzgesetz

Lernziele

- die Bilanzgesetze für Ströme und ausgetauschte Mengen verstehen.
- die Bilanzgesetze in konkreten Problemstellungen anwenden können.

Aufgaben

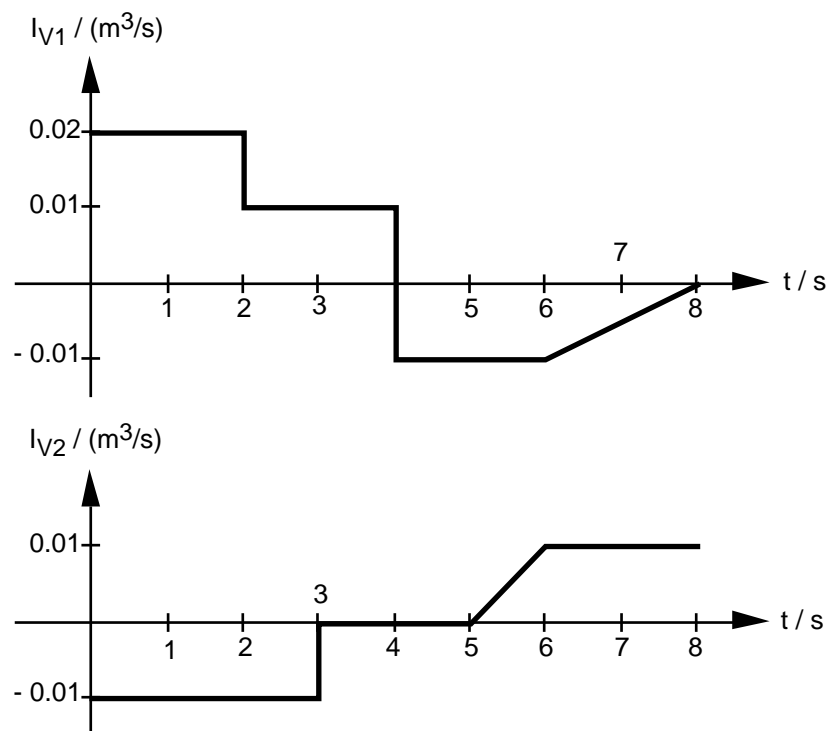
1. Bearbeiten Sie im Physik-Buch auf der Seite 30 die Kontrollfragen 8 und 9.

2. Ein oben offener Behälter hat zwei Zuflüsse und zwei Abflüsse.
Am Anfang hat es 0.8 m^3 Wasser im Behälter. Die Volumenstromstärken der Zu- und Abflüsse lauten:

Zuflüsse
 $I_{V1} = 0.02 \text{ m}^3/\text{s}$ $I_{V2} = 0.04 \text{ m}^3/\text{s}$

Abflüsse
 $I_{V3} = 0.05 \text{ m}^3/\text{s}$ $I_{V4} = -0.02 \text{ m}^3/\text{s}$

- a) Bestimmen Sie, wieviel Wasser sich nach einer Minute im Behälter befindet.
 - b) Nach welcher Zeit wäre der Behälter leer, wenn man nach 20 Sekunden den Zufluss 2 unterbrechen würde?
-
3. Gegeben sind die Volumenströme von zwei Zuleitungen eines Brunnens:



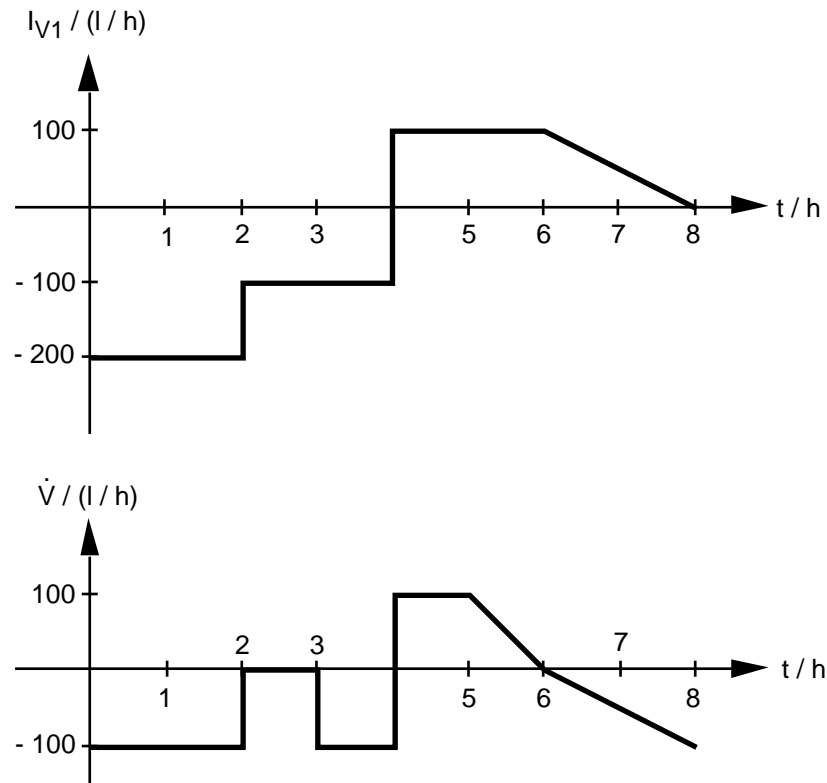
Zum Zeitpunkt $t = 3 \text{ s}$ befinden sich 0.5 m^3 Wasser im Brunnen.

- a) Zeichnen Sie in einem Diagramm den zeitlichen Verlauf der Volumenänderungsrate \dot{V} .
- b) (siehe Seite 2)

- b) Bestimmen Sie, wie gross das Wasservolumen im Brunnen
- i) am Anfang ($t = 0$ s) war.
 - ii) am Schluss ($t = 8$ s) ist.

4. Aufgabenbuch: 1.90, 1.93

5. Ein Brunnen hat zwei Zuleitungen. Der Volumenstrom der einen Zuleitung und die Änderungsrate des Wasservolumens im Brunnen sind wie folgt gegeben:



Im Zeitintervall $[2h, 6h]$ regnet es, so dass in dieser Zeit zusätzliche 20 l Wasser in den Brunnen gelangen.

Bestimmen Sie das Volumen V_{a2} , welches im Zeitintervall $[0h, 8h]$ durch die zweite Zuleitung zugeflossen ist.

Lösungen

1. siehe Physik-Buch Seite 162

2. a) $V(60s) = V(0s) + \dot{V}$
 $\dot{V} = \text{Fläche im } \dot{V}\text{-t-Diagramm}$
 $\dot{V} = I_{V1} + I_{V2} - I_{V3} - I_{V4}$ (Bilanzgesetz)

 $\dot{V} = 0.02 \text{ m}^3/\text{s} + 0.04 \text{ m}^3/\text{s} - 0.05 \text{ m}^3/\text{s} - (-0.02 \text{ m}^3/\text{s}) = 0.03 \text{ m}^3/\text{s}$
 $V = 0.03 \text{ m}^3/\text{s} \cdot 60 \text{ s} = 1.8 \text{ m}^3$
 $V(60s) = 0.8 \text{ m}^3 + 1.8 \text{ m}^3 = 2.6 \text{ m}^3$

b) 0 s t 20 s $V(20s) = V(0s) + V_1$
 $V_1 = \text{Fläche im } \dot{V}\text{-t-Diagramm}$

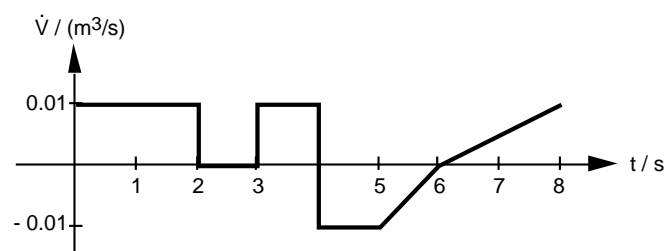
 $\dot{V} = 0.03 \text{ m}^3/\text{s}$ (aus a)
 $V_1 = 0.03 \text{ m}^3/\text{s} \cdot 20 \text{ s} = 0.6 \text{ m}^3$
 $V(20s) = 0.8 \text{ m}^3 + 0.6 \text{ m}^3 = 1.4 \text{ m}^3$

20 s t ... s $V(\dots) = V(20s) + V_2 = 0 \text{ m}^3$
 $V_2 = \text{Fläche im } \dot{V}\text{-t-Diagramm} = \dot{V} \cdot t_2$
 $\dot{V} = I_{V1} - I_{V3} - I_{V4}$ (Bilanzgesetz)

 $V_2 = -1.4 \text{ m}^3$
 $\dot{V} = 0.02 \text{ m}^3/\text{s} - 0.05 \text{ m}^3/\text{s} - (-0.02 \text{ m}^3/\text{s}) = -0.01 \text{ m}^3/\text{s}$
 $t_2 = \frac{V_2}{\dot{V}} = \frac{-1.4 \text{ m}^3}{-0.01 \text{ m}^3/\text{s}} = 140 \text{ s}$

Der Behälter wäre nach $t_1 + t_2 = 20 \text{ s} + 140 \text{ s} = 160 \text{ s}$ leer.

3. a) Bilanzgesetz $\dot{V} = I_{V1} + I_{V2}$



b) i) $V(3s) = V(0s) + V_{03}$
 $V_{03} = \text{Fläche im } \dot{V}\text{-t-Diagramm}$

 $V_{03} = 0.01 \text{ m}^3/\text{s} \cdot 2 \text{ s} + 0 \text{ m}^3/\text{s} \cdot 1 \text{ s} = 0.02 \text{ m}^3$
 $V(0s) = V(3s) - V_1 = 0.5 \text{ m}^3 - 0.02 \text{ m}^3 = 0.48 \text{ m}^3$

ii) (siehe Seite 4)

$$\begin{aligned}
 \text{ii)} \quad V(8s) &= V(3s) + V_{38} \\
 V_{38} &= \text{Fläche im } \dot{V}\text{-t-Diagramm} \\
 \hline
 V_{38} &= 0.01 \text{ m}^3/\text{s} \cdot 1 \text{ s} + (-0.01 \text{ m}^3/\text{s}) \cdot 1 \text{ s} \\
 &\quad + 0.5 \cdot (-0.01 \text{ m}^3/\text{s}) \cdot 1 \text{ s} + 0.5 \cdot 0.01 \text{ m}^3/\text{s} \cdot 2 \text{ s} = 0.005 \text{ m}^3 \\
 V(8s) &= 0.5 \text{ m}^3 + 0.005 \text{ m}^3 = 0.505 \text{ m}^3
 \end{aligned}$$

4. siehe Aufgabenbuch

$$\begin{aligned}
 5. \quad V &= V_{a1} + V_{a2} + V_{a,\text{Regen}} \text{ (Bilanzgesetz)} \\
 V &= \text{Fläche im } \dot{V}\text{-t-Diagramm} = V_{02} + V_{23} + V_{34} + V_{45} + V_{56} + V_{68} \\
 V_{a1} &= \text{Fläche im } I_{V1}\text{-t-Diagramm} = V_{a1,02} + V_{a1,24} + V_{a1,46} + V_{a1,68} \\
 \hline
 V &= -200 \text{ l} + 0 \text{ l} - 100 \text{ l} + 100 \text{ l} + 50 \text{ l} - 100 \text{ l} = -250 \text{ l} \\
 V_{a1} &= -400 \text{ l} - 200 \text{ l} + 200 \text{ l} + 100 \text{ l} = -300 \text{ l} \\
 V_{a,\text{Regen}} &= 20 \text{ l} \\
 V_{a2} &= V - V_{a1} - V_{a,\text{Regen}} = -250 \text{ l} - (-300 \text{ l}) - 20 \text{ l} = 30 \text{ l}
 \end{aligned}$$