Übung 21 Mechanik
Impuls/Kraft als Vektor, Grundgesetz der Mechanik, Reibung

Lernziele

- die vektorielle Addition bzw. Zerlegung von Impuls, Impulsstrom und Kraft zur Analyse und Bearbeitung von konkreten Problemstellungen anwenden können.
- das Grundgesetz der Mechanik für ein konkretes System anwenden können.
- Aussagen und Beziehungen zwischen Grössen mit Hilfe physikalischer Grundgesetze als Gleichungen formulieren können.

Aufgaben

1. Aufgabenbuch: 4.64

   Hinweis:
   Skizzieren Sie die Kugel beim Abwurf und 2.0 s nach dem Abwurf, und zeichnen Sie jeweils den Impulsvektor und seine Horizontal- und Vertikalkomponente ein.

   Hinweise zu c):
   - Bestimmen Sie zuerst einzeln die horizontale und die vertikale Komponente des Impulses.
   - Der Betrag des (Gesamt-)Impulses ist der Betrag des aus Horizontal- und Vertikalkomponente zusammengesetzten Impulsvektors.
   - Die numerische Berechnung von Betrag und Winkel können Sie weglassen.

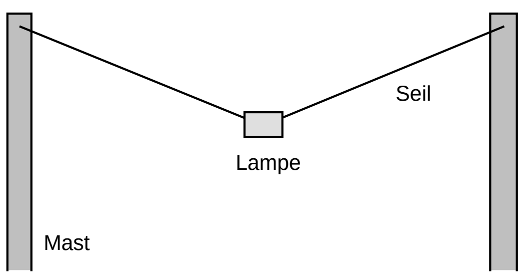
2. Ein Holzklotz der Masse m gleitet mit der konstanten Geschwindigkeit v auf einer schiefen ebenen Holzunterlage mit dem Neigungswinkel ϕ zur Horizontalen.

   Bestimmen Sie die Gleitreibungszahl μ zwischen dem Holzklotz und der Holzunterlage.

   Vorgehen:
   - Stellen Sie ein vollständiges Gleichungssystem auf, welches die gesuchte Gleitreibungszahl als Unbekannte enthält.
   - Lösen Sie das Gleichungssystem allgemein algebraisch auf.

   Hinweis:
   - Formulieren Sie das Grundgesetz der Mechanik für zwei geeignete Koordinatenrichtungen.

3. Eine Strassenlampe ist an einem Drahtseil zwischen zwei Masten aufgehängt:



   a) Skizzieren Sie die Situation auf ein neues Blatt, und zeichnen Sie alle an der Lampe angreifenden Kräfte ein. Die Länge der gezeichneten Kraftpfeile soll proportional zum Betrag der Kräfte sein.

   b) (siehe Seite 2)

b) Man möchte nun wissen, wie lange das Seil mindestens sein muss, damit die Zugkraft, welche das Seil auf den einzelnen Masten ausübt, einen maximalen Wert F_{max} nicht überschreitet. Bekannt seien der Abstand der beiden Masten, die Masse der Lampe sowie die maximale zulässige Zugkraft F_{max}.

i) Stellen Sie ein vollständiges Gleichungssystem auf, welches die gesuchte minimale Seillänge als Unbekannte enthält.

ii) * Lösen Sie das Gleichungssystem nach der gesuchten Seillänge auf.
Drücken Sie also die gesuchte Seillänge in Abhängigkeit der bekannten Grössen aus.

4. Aufgabenbuch: 4.75

Vorgehen:
- Stellen Sie ein vollständiges Gleichungssystem auf, welches die gesuchte Beschleunigung als Unbekannte enthält.
- Lösen Sie das Gleichungssystem allgemein algebraisch auf, d.h. ohne Einsetzen der konkreten Zahlenwerte.
- Das Einsetzen der konkreten Zahlenwerte in die algebraische Lösung können Sie weglassen.

5. Aufgabenbuch: 4.81

Abgeänderte Aufgabenstellung:
- Stellen Sie ein vollständiges Gleichungssystem auf, welches die gesuchte Beschleunigung als Unbekannte enthält.
- Sie müssen das Gleichungssystem nicht auflösen, sondern lediglich aufstellen.

Vorgehen:
- Skizzieren Sie den Schlitten, und zeichnen Sie alle am Schlitten angreifenden Kräfte sowie geeignete Komponenten dieser Kräfte ein.
- Formulieren Sie das Grundgesetz der Mechanik für die horizontale und die vertikale Richtung.
- Vervollständigen Sie das Gleichungssystem.

Lösungen

1. a) siehe Aufgabenbuch

b) $p(0s) = p_x(0s) = m \cdot v_x(0s) = 0.120\ \text{kg} \cdot 25\ \text{m/s} = 3.0\ \text{kg} \cdot \text{m/s}$

c) $\vec{p} = \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \end{pmatrix}$

Horizontale Komponente p_x des Impulses

$p_x(2s) = p_x(0s) = 3.0\ \text{kg} \cdot \text{m/s}$ (aus b))

Vertikale Komponente p_y des Impulses

$p_y(2s) = p_y(0s) + \Delta p_y$

$I_{py} = \dot{p}_y$ (Impulsbilanz in y-Richtung)

$I_{py} = m \cdot g$

Δp_y = Fläche im $\dot{p}_y$-t-Diagramm = $\dot{p}_y \cdot \Delta t$ (da $\dot{p}_y$ = konst.)

$p_y(2s) = p_y(0s) + m \cdot g \cdot \Delta t = 0\ \text{kg} \cdot \text{m/s} + 0.120\ \text{kg} \cdot 10\ \text{m/s}^2 \cdot 2.0\ \text{s} = 2.4\ \text{kg} \cdot \text{m/s}$

Betrag des Gesamtimpulses

$p^2 = p_x^2 + p_y^2$

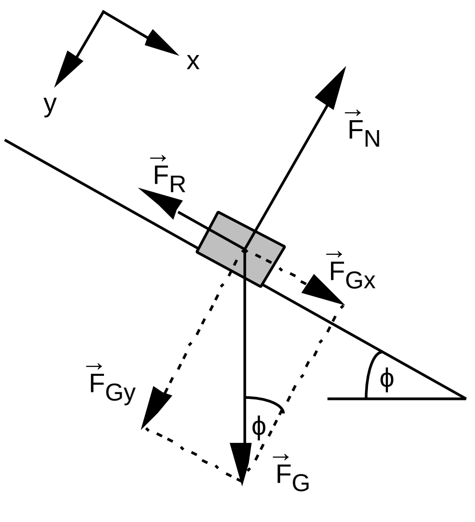
$p = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} = \sqrt{(3.0\ \text{kg} \cdot \text{m/s})^2 + (2.4\ \text{kg} \cdot \text{m/s})^2} = \ldots$

Richtung des Gesamtimpulses (Winkel zur Horizontalen)

$\tan(\phi) = \frac{p_y}{p_x} = \frac{2.4\ \text{kg} \cdot \text{m/s}}{3.0\ \text{kg} \cdot \text{m/s}} = 0.8$

$\phi = \ldots$

2.



$F_{Gx} - F_R = 0$

$F_{Gy} - F_N = 0$

$F_R = \mu F_N$

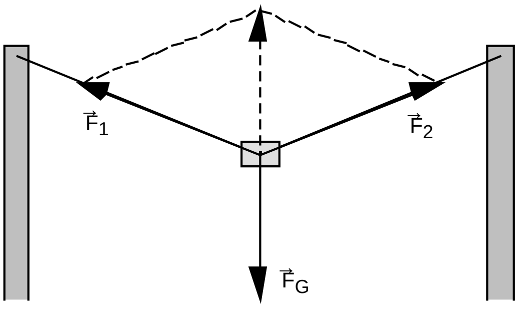
$\sin(\phi) = \frac{F_{Gx}}{F_G}$

$\cos(\phi) = \frac{F_{Gy}}{F_G}$

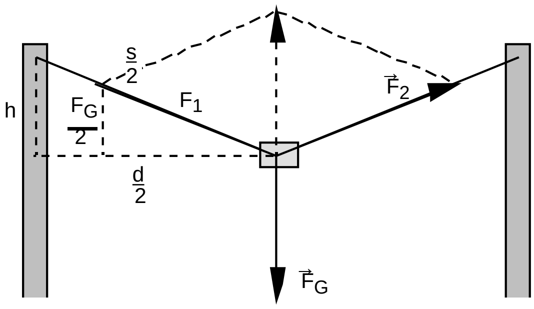
$F_G = mg$

$\mu = \tan(\phi)$

3. a)



b)



i) $\frac{\frac{F_G}{2}}{F_1} = \frac{h}{\frac{s}{2}}$ (Strahlensatz)

$F_1 = F_{max}$
$F_G = m \cdot g$
$\left(\frac{d}{2}\right)^2 + h^2 = \left(\frac{s}{2}\right)^2$

- 4 Gleichungen
- 4 Unbekannte: h, s, F_G, F_1
- Bekannte: F_{max}, m, g, d

ii) * ...

$s = \frac{2 \cdot d \cdot F_{max}}{\sqrt{4\,F_{max}^2 - (m \cdot g)^2}}$

4. $F - F_R = m \cdot \dot{v}$
$F_R = \mu \cdot F_N$
$F_N - F_G = 0$
$F_G = m \cdot g$

$\dot{v} = \frac{F}{m} - \mu \cdot g$

5. Ann.: positive x-Richtung: horizontale Bewegungsrichtung des Schlittens
positive y-Richtung: senkrecht nach oben

Bezeichnungen:
$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$ = Kraft, mit welcher am Schlitten gezogen wird
$\vec{F}_G$ = Gewichtskraft (in negativer y-Richtung)
$\vec{F}_N$ = Normalkraft (in positiver y-Richtung)
$\vec{F}_R$ = Reibungskraft (in negativer x-Richtung)

Gleichungssystem:
$F_x - F_R = m \cdot \dot{v}$ (Grundgesetz der Mechanik in x-Richtung)
$F_y + F_N - F_G = 0$ (Grundgesetz der Mechanik in y-Richtung)
$F^2 = F_x^2 + F_y^2$
$F_R = \mu \cdot F_N$
$F_G = m \cdot g$
$\tan(\phi) = \frac{F_y}{F_x}$