

Übung 19

Mechanik Impulsbilanz

Lernziele

- das Impulsbilanzgesetz für ein konkretes System anwenden können.
- den Zusammenhang zwischen der Impulsstromstärke und dem geflossenen Impuls in einer konkreten Problemstellung anwenden können.
- den Zusammenhang zwischen der Impulsänderungsrate und der Impulsänderung in einer konkreten Problemstellung anwenden können.

Aufgaben

1. Aufgabenbuch: 4.39, 4.40
2. Ein Körper der Masse 2.0 kg ruht auf einer waagrechten Unterlage. Nun wird horizontal am Körper gezogen. Sobald die Haftreibung überwunden ist, beginnt sich der Körper zu bewegen.
Ab diesem (Anfangs-)Zeitpunkt $t = 0$ s beträgt die Zugkraft 5.0 s lang 23 N. Zusätzlich zur Zugkraft greift am Körper noch eine konstante Gleitreibungskraft von 15 N an. Der Luftwiderstand wird vernachlässigt.
Wenn die Zugkraft nach den 5 Sekunden nicht mehr wirkt, kommt der Körper wegen der Gleitreibung zu einem bestimmten Zeitpunkt t_x wieder zum Stillstand.
 - a) Skizzieren Sie den Körper, und zeichnen Sie die Impulsströme und Kräfte ein.
 - b) Skizzieren Sie für die zur Zugkraft und zur Gleitreibungskraft gehörenden Impulsströme je ein Impulsstrom-Zeit-Diagramm für die Zeitspanne $0 \text{ s} \leq t \leq t_x$.
 - c) Zeichnen Sie ein Impulsänderungsrate-Zeit-Diagramm für die Zeitspanne $0 \text{ s} \leq t \leq t_x$.
 - d) Bestimmen Sie mit Hilfe des in c) gezeichneten \dot{p} -t-Diagrammes
 - i) die Änderung des im Körper gespeicherten Impulses in der Zeitspanne $0 \text{ s} \leq t \leq 5 \text{ s}$.
 - ii) die Geschwindigkeit des Körpers zum Zeitpunkt $t = 5 \text{ s}$.
 - iii) die Änderung des im Körper gespeicherten Impulses in der Zeitspanne $5 \text{ s} \leq t \leq t_x$.
 - iv) den Zeitpunkt t_x , zu welchem der Körper zum Stillstand kommt.
3. Betrachten Sie noch einmal die Aufgabe 3 der Übung 18 (Impulsströme und Kräfte).
Die Geschwindigkeit des Güterzuges nehme mit der Beschleunigung 0.50 m/s^2 zu.
Die Masse der Lokomotive sei 60 t, die Masse des ersten Wagens 16 t und die Masse des zweiten Wagens 20 t. Die Kupplung zwischen der Lokomotive und dem ersten Wagen sei mit 25 kN, jene zwischen dem ersten und dem zweiten Wagen mit 14 kN belastet.
 - a) Formulieren Sie die Impulsbilanz für alle drei Fahrzeuge.
 - b) Bestimmen Sie, wieviel Impuls der erste Wagen pro Sekunde insgesamt wegen Reibung (Rollreibung und Luftwiderstand) verliert.
Hinweis:
Betrachten Sie die Impulsbilanz für den ersten Wagen.
4. Aufgabenbuch: 4.44
Hinweis:
Formulieren Sie für beide Körper die Impulsbilanz.

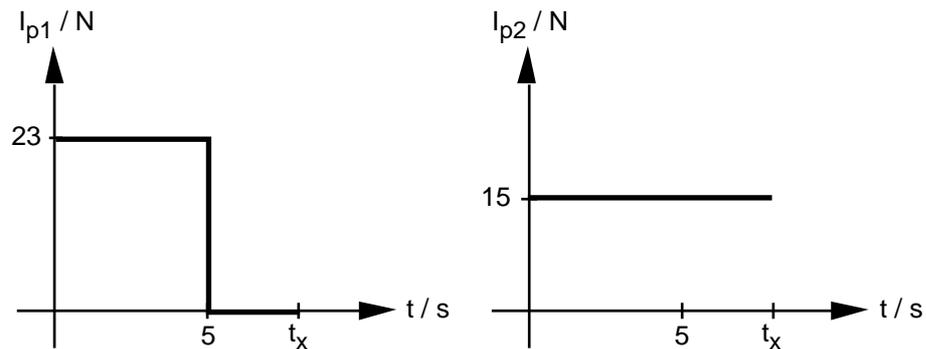
Lösungen

1. zu 4.39:

Die Summe aller Impulsströme, die in den Körper hinein oder aus ihm heraus fließen, ist gleich Null. Aus der Impulsbilanz folgt, dass dann auch die Impulsänderungsrate im Körper gleich Null ist. Der Impulsinhalt des Körpers bleibt also konstant.

Der Körper bleibt in Ruhe (falls er in Ruhe war) oder bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit weiter.

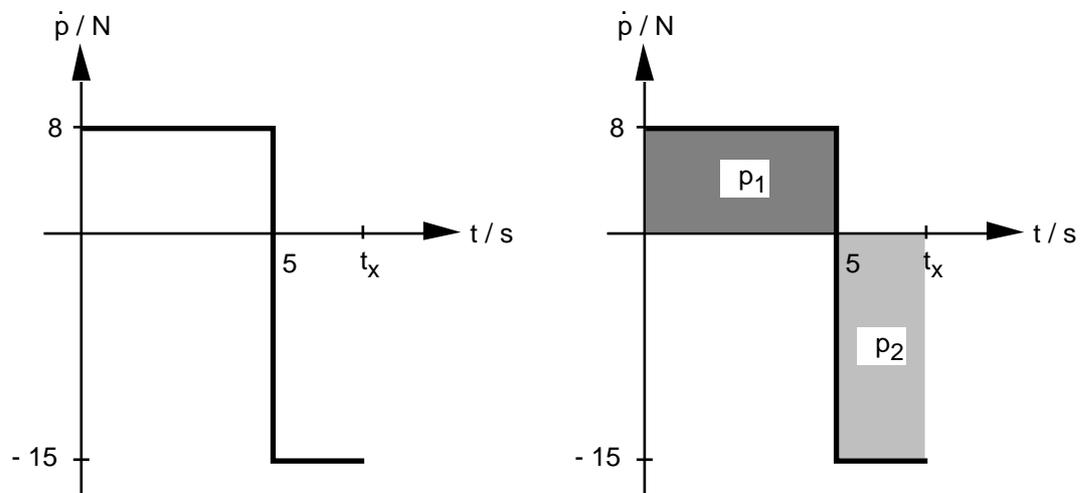
2. a) ...
b)



c) Ann.: Die positive Richtung sei die Richtung, in die sich der Körper bewegt.

Impulsbilanz: $I_{p1} - I_{p2} = \dot{p}$

Grafik zu d):



d) i) $p_1 = \text{Fläche im } \dot{p}\text{-t-Diagramm}$
 $= 8 \text{ N} \cdot 5 \text{ s} = 40 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

ii) $v(5\text{s}) = v(0\text{s}) + \frac{p_1}{m}$
 $p_1 = m \cdot v$
 $p_1 = \text{Fläche im } \dot{p}\text{-t-Diagramm (aus i)}$

$$v(5\text{s}) = v(0\text{s}) + \frac{p_1}{m} = 0 \text{ m/s} + \frac{40 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{2.0 \text{ kg}} = 20 \text{ m/s}$$

iii) $p_1 + p_2 = 0$
 $p_2 = - p_1 = - 40 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$

iv) (siehe Seite 3)

$$\begin{aligned} \text{iv)} \quad p_2 &= \text{Fläche im } \dot{p}\text{-t-Diagramm} = -15 \text{ N} \cdot (t_x - 5 \text{ s}) \\ p_2 &= -40 \text{ kg}\cdot\text{m/s} \text{ (aus iii)} \end{aligned}$$

$$t_x = 7.7 \text{ s}$$

3. a) Bezeichnungen:

- \dot{p}_L = Impulsänderungsrate Lokomotive
- \dot{p}_1 = Impulsänderungsrate erster Wagen
- \dot{p}_2 = Impulsänderungsrate zweiter Wagen
- I_{pL1} = Impulsstrom Kupplung Lokomotive - erster Wagen
- I_{p12} = Impulsstrom Kupplung erster Wagen - zweiter Wagen
- I_{pLA} = Impulsstrom Boden - Antriebsräder Lok
- I_{pLL} = Impulsstrom Lok - Luft (Luftwiderstand)
- I_{p1R} = Impulsstrom erster Wagen - Boden (Rollreibung)
- I_{p1L} = Impulsstrom erster Wagen - Luft (Luftwiderstand)
- I_{p2R} = Impulsstrom zweiter Wagen - Boden (Rollreibung)
- I_{p2L} = Impulsstrom zweiter Wagen - Luft (Luftwiderstand)

Impulsbilanz Lokomotive:

$$I_{pLA} - I_{pL1} - I_{pLL} = \dot{p}_L$$

Impulsbilanz erster Wagen:

$$I_{pL1} - I_{p12} - I_{p1R} - I_{p1L} = \dot{p}_1$$

Impulsbilanz zweiter Wagen:

$$I_{p12} - I_{p2R} - I_{p2L} = \dot{p}_2$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad I_{pL1} - I_{p12} - I_{p1R} - I_{p1L} &= \dot{p}_1 \\ p_{a1, \text{Reibung}} &= I_{p1, \text{Reibung}} \cdot t \\ I_{p1, \text{Reibung}} &= I_{p1R} + I_{p1L} \\ \dot{p}_1 &= m_1 \cdot \dot{v} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_{a1, \text{Reibung}} &= (I_{pL1} - I_{p12} - m_1 \cdot \dot{v}) \cdot t \\ &= (25 \text{ kN} - 14 \text{ kN} - (16 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 0.50 \text{ m/s}^2)) \cdot 1 \text{ s} = 3.0 \cdot 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m/s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. \quad I_p - I_{p12} &= \dot{p}_1 \\ I_{p12} &= \dot{p}_2 \\ \dot{p}_1 &= m_1 \cdot \dot{v}_1 \\ \dot{p}_2 &= m_2 \cdot \dot{v}_2 \\ \dot{v}_1 &= \dot{v}_2 \end{aligned}$$

$$I_{p12} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} I_p$$