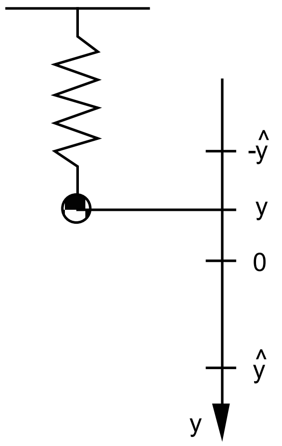
Aufgaben 2 Schwingungen
Harmonische Schwingung, Federschwinger, Pendel

Lernziele

- wissen, was eine harmonische Schwingung ist.
- wissen und verstehen, was die Amplitude, die Anfangsphase und die Kreisfrequenz einer harmonischen Schwingung sind.
- die zeitlichen Verläufe von Ort, Geschwindigkeit, Impuls und Energie eines harmonischen Federschwingers kennen und deren Zusammenhänge verstehen.
- die an einem Körper angreifenden Kräfte korrekt einzeichnen können.
- beurteilen können, ob eine Schwingung eine harmonische Schwingung ist oder nicht.
- wissen und verstehen, dass die Schwingung eines Federschwingers harmonisch ist.
- wissen und verstehen, welche Grössen und mit welcher Gesetzmässigkeit diese Grössen die Periodendauer eines Federschwingers beeinflussen.
- wissen und verstehen, dass die Schwingung eines Pendels nicht harmonisch ist.
- wissen und verstehen, welche Grössen und mit welcher Gesetzmässigkeit diese Grössen die Periodendauer eines Pendels beeinflussen.
- Aussagen und Beziehungen zwischen Grössen mit Hilfe physikalischer Grundgesetze als Gleichungen formulieren können.
- einen neuen Sachverhalt analysieren und beurteilen können.

Aufgaben

2.1 Betrachten Sie den folgenden vertikalen Federschwinger (vgl. Aufgaben 1.1 und 1.2):



Einerseits gilt für die Auslenkung y

$$y = y(t) = \hat{y}\,\sin(\omega t + \varphi) \qquad (1)$$

Andererseits erfüllt die Auslenkung y die Gleichung

$$-\,D\cdot y = m\cdot\ddot{y} \qquad (2)$$

a) Zeigen Sie, dass die Funktion y = y(t) in (1) die Gleichung (2) tatsächlich erfüllt, und zwar genau dann, falls gilt:

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

b) Betrachten Sie den im Schwingkörper gespeicherten Impuls p.

i) Bestimmen Sie den zeitlichen Verlauf von p, d.h. p = p(t) = …

ii) Bestimmen Sie den Maximalwert p_{max} und den Minimalwert p_{min}, welche p während einer Schwingperiode annimmt.

c) Betrachten Sie die im Schwingkörper gespeicherte kinetische Energie W_{kin}.

i) Bestimmen Sie den zeitlichen Verlauf von W_{kin}, d.h. $W_{kin} = W_{kin}(t) = \dots$

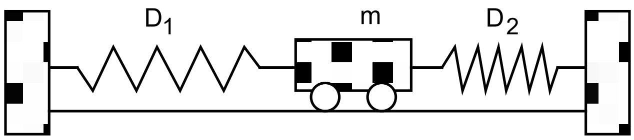
ii) Bestimmen Sie den Maximalwert $W_{kin,max}$ und den Minimalwert $W_{kin,min}$, welche W_{kin} während einer Schwingperiode annimmt.

d) Stellen Sie die Grafen der Funktionen $y = y(t)$, $p = p(t)$ und $W_{kin} = W_{kin}(t)$ in einem gemeinsamen Koordinatensystem dar.

Hinweis:
- Wählen Sie geeignete Zahlenwerte für m, D, $\hat{y}$ und φ.

e) Drücken Sie die Periodendauer T in Abhängigkeit der Masse m des Schwingkörpers und der Federkonstanten D der Feder aus.

2.2 Ein Wagen mit der Masse m ist über zwei masselose Federn mit den Federkonstanten D_1 und D_2 mit zwei Wänden verbunden:



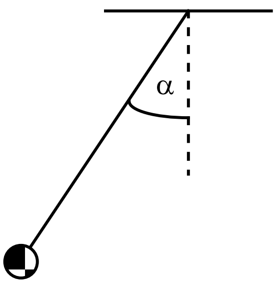
Die Distanz der beiden Wände sowie die Längen der Federn sind gerade so gewählt, dass die beiden Federn entspannt sind, wenn sich der Wagen in der Ruhelage befindet.

Wird der Wagen aus der Ruhelage ausgelenkt und dann sich selbst überlassen, führt er eine Schwingung aus.

Beurteilen Sie mit schlüssiger Begründung, ob diese Schwingung eine harmonische Schwingung ist oder nicht.

Hinweise:
- Vernachlässigen Sie jegliche Reibung (Rollreibung, Luftwiderstand, ...).
- Es müssen nur Kräfte betrachtet werden, welche die horizontale Bewegung des Wagens beeinflussen.

2.3 Betrachten Sie das folgende Pendel:



Die Position $\alpha = 0$ entspricht der Ruhelage des Pendels.

a) Betrachten Sie das Pendel in der **Ruhelage**, d.h. für $\alpha = 0$.

i) Erstellen Sie eine Skizze des Pendels.

ii) Zeichnen Sie in Ihrer Skizze alle Kräfte ein, die am Schwingkörper angreifen.

i) Zeichnen Sie in Ihrer Skizze die Resultierende aller auf den Schwingkörper wirkenden Kräfte ein.

Hinweise (gelten auch für die weiteren Teilaufgaben)
- Vernachlässigen Sie die Masse des Pendelfadens.
- Vernachlässigen Sie jegliche Reibung (Aufhängung, Luftwiderstand).

b) (siehe nächste Seite)

b) Betrachten Sie das Pendel für eine **beliebige Auslenkung** $\alpha \neq 0$ ($|\alpha| < 90°$).

  i) Erstellen Sie eine Skizze des Pendels.

  ii) Zeichnen Sie in Ihrer Skizze alle Kräfte ein, die am Schwingkörper angreifen.

  iii) Zeichnen Sie in Ihrer Skizze die Resultierende aller auf den Schwingkörper wirkenden Kräfte ein.

c) Beurteilen Sie mit schlüssiger Begründung, ob die Schwingung des Pendels harmonisch ist oder nicht.

Hinweise:
- Da sich der Pendelkörper auf einer Kreisbahn bewegt, genügt es, nur die Kraftkomponente der Resultierenden aller Kräfte zu betrachten, die entlang der Kreisbahn, d.h. tangential zur Kreisbahn, gerichtet ist.
- Prüfen Sie also nach, ob die tangentiale Komponente $F_{res \parallel}$ der Resultierenden aller Kräfte proportional zum Winkel α ist.

2.4 Führen Sie in Moodle den Test 2.1 durch.

Lehrbuch KPK 3 (Karlsruher Physikkurs, Band 3)

1 Schwingungen

1.4 Harmonische Schwingungen (Seiten 8 bis 11)
1.5 Wovon die Periodendauer abhängt (Seiten 11 und 12)
1.6 Das Pendel (Seite 13 bis 15)

Hinweise:
- Im Lehrbuch KPK 3 wird für die Energie das Formelzeichen E verwendet. In der Physik wird die Energie jedoch häufig auch mit W bezeichnet, um Verwechslungen mit anderen Grössen (z.B. mit der elektrischen Feldstärke E) zu vermeiden. Wir werden im Unterricht deshalb die Energie mit W bezeichnen.
- In den Lösungen zu den Aufgaben stimmt die Nummerierung im Abschnitt 1.6 nicht: Die Lösungen zum Abschnitt 1.6 sind unter 1.7 aufgeführt.

Lösungen

2.1 a) …

b) …

c) …

d)

Verwendete Zahlenwerte: m = 1 kg, D = 1 N/m, $\hat{y}$ = 1 m, φ = 0

e) $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$

2.2 …

2.3 a)
- Die Gewichtskraft $\vec{F}_G$ zeigt senkrecht nach unten.
- Die Fadenkraft $\vec{F}_F$ zeigt entlang des Fadens senkrecht nach oben.
- Die Resultierende aus Gewichts- und Fadenkraft ist der Nullvektor, falls der Pendelkörper in Ruhe ist, d.h. gar nicht schwingt.
- Die Resultierende aus Gewichts- und Fadenkraft zeigt senkrecht nach oben („Zentripetalkraft"), falls der Pendelkörper nicht in Ruhe ist, d.h. tatsächlich schwingt.

b)
- Die Gewichtskraft $\vec{F}_G$ zeigt senkrecht nach unten.
- Die Fadenkraft $\vec{F}_F$ zeigt entlang des Fadens in Richtung des Aufhängepunktes.
- Die Resultierende aus Gewichts- und Fadenkraft zeigt tangential zur Kreisbahn schräg nach unten, falls der Pendelkörper sich gerade in einem der oberen Umkehrpunkte befindet, d.h. gerade in Ruhe ist.
- Die Resultierende aus Gewichts- und Fadenkraft zeigt in den Innenbereich des Kreises, falls der Pendelkörper sich nicht gerade in einem der beiden oberen Umkehrpunkte befindet. Sie setzt sich aus einer Komponente tangential zur Kreisbahn schräg nach unten und einer Komponente entlang des Fadens in Richtung des Aufhängepunktes zusammen.

c)
$F_{res\parallel} := |\vec{F}_{res\parallel}|$
$F_G := |\vec{F}_G|$
$F_{G\parallel} := |\vec{F}_{G\parallel}|$

$F_{res\parallel} = F_{G\parallel} = F_G \sin(\alpha) \nsim \alpha$
keine harmonische Schwingung

für kleine α: $\sin(\alpha) \approx \alpha$
$F_{res\parallel} = F_{G\parallel} = F_G \sin(\alpha) \approx F_G\, \alpha \sim \alpha$
näherungsweise eine harmonische Schwingung

2.4 -