Aufgaben 11 Beugung
Beugung, Idealer Doppelspalt

Lernziele

- das Phänomen der Beugung kennen und mit Hilfe des Huygens'schen Prinzips erklären können.
- den Zusammenhang zwischen der Ausprägung der Beugung einer Welle, der Wellenlänge und den Abmessungen des beugenden Objektes kennen.
- den Zusammenhang zwischen der Gültigkeit der Strahlenoptik, der Wellenlänge des Lichtes und den Abmessungen von verwendeten Blenden, Linsen und Spiegeln kennen und verstehen.
- das Interferenzmuster bei der Beugung einer Welle an einem idealen Doppelspalt kennen und verstehen.
- die Interferenzbedingungen für das Auftreten konstruktiver und destruktiver Interferenz bei der Beugung von Licht an einem idealen Doppelspalt kennen, verstehen und anwenden können.
- den Intensitätsverlauf im Interferenzmuster bei der Beugung einer Welle an einem idealen Doppelspalt kennen und verstehen.
- sich aus dem Studium eines schriftlichen Dokumentes neue Kenntnisse und Fähigkeiten erarbeiten können.
- einen bekannten oder neuen Sachverhalt analysieren und beurteilen können.
- eine neue Problemstellung selbstständig bearbeiten können.

Aufgaben

11.1 **Vorgängiges Selbststudium**

a) Studieren Sie im Lehrbuch KPK 3 den folgenden Abschnitt:
- 4.14 Die Beugung von Wellen (Seite 39)

b) Studieren Sie im Lehrbuch Tipler/Mosca den folgenden Abschnitt:
- 30.3 Interferenzmuster beim Doppelspalt (Seiten 1107 bis 1111)

c) Studieren Sie die folgenden **YouTube-Videos**:
- Beugung von Wellen (0:36)
- Beugung am Spalt (0:58)
- Beugung am Doppelspalt (0:42)

d) Führen Sie in Moodle den Test 11.1 durch.

11.2 **Experiment Posten 1: Beugung am Doppelspalt** (5 min)

(Optische Profilbank, Leuchte, Farbfilter Rot, Linsen f = +50/+300/+300 mm, Leuchtspalt, Blende mit 4 Doppelspalten, Beobachtungsoptik (Lupe mit Skala))

Beobachten Sie durch die Beobachtungsoptik hindurch das Interferenzbild, welches durch Beugung an einem Doppelspalt entsteht.

Die Beobachtungsoptik ist so positioniert, dass der Leuchtspalt auf der Beobachtungsebene scharf abgebildet ist.

a) Beobachten und vergleichen Sie das Interferenzbild bei weissem und bei rotem Licht.

b) Erklären Sie bei weissem Licht die farbigen Ränder der Interferenzstreifen.

11.3 Bearbeiten Sie im Arbeitsbuch Mills zu Tipler/Mosca die folgenden Aufgaben:
30.10, 30.11 a) und c), 30.12

11.4 (siehe nächste Seite)

11.4 Der Mittelwert <y> der Funktionswerte y einer Funktion f: $x \longmapsto y = f(x)$ über ein Intervall [a,b] ist wie folgt definiert:

$$\langle y \rangle = \langle f(x) \rangle := \frac{1}{b - a} \int_a^b f(x)\, dx$$

Für die Beugung an einem idealen Doppelspalt wird im Lehrbuch Tipler/Mosca in der Formel 30.8 (Seite 1110) die Intensität I in Abhängigkeit der Phasendifferenz δ angegeben.

Zeigen Sie, dass der Mittelwert <I> der Intensität I (wie im Lehrbuch Tipler/Mosca behauptet) gleich $2 \cdot I_0$ ist.

Hinweise:
- Es ist zu zeigen, dass der Mittelwert der $\cos^2$-Funktion gleich 0.5 ist.
- Überlegen Sie sich, über welches δ-Intervall integriert werden muss.

11.5 Im Lehrbuch Tipler/Mosca wird die Intensität I des Lichtes auf dem Bildschirm für die Beugung an einem idealen **Doppelspalt** hergeleitet (Seite 1110). Das von den beiden Spalten ausgehende Licht wird dabei durch die elektrischen Feldstärken E_1 und E_2 beschrieben:

$$E_1 = A_0 \sin(kx - \omega t)$$

$$E_2 = A_0 \sin(kx - \omega t + \delta)$$

Für die resultierende Feldstärke $E = E_1 + E_2$, die Amplitude A der resultierenden Feldstärke E und für die Intensität I ergibt sich

$$E = 2A_0 \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) \sin\left(kx - \omega t + \frac{\delta}{2}\right) \qquad \text{(Formel 30.6)}$$

$$A = 2A_0 \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) \qquad \text{(Formel 30.7)}$$

$$I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right) \qquad \text{(Formel 30.8)}$$

a) Bestimmen Sie die lokalen Maxima und Minima der Funktion $I = I(\delta)$. Geben Sie sowohl die entsprechenden Werte für δ als auch die entsprechenden Werte für I an.

Betrachten Sie nun die Beugung an einem idealen **Dreifachspalt**. Das von den drei Spalten ausgehende Licht wird durch die elektrischen Feldstärken E_1, E_2 und E_3 beschrieben:

$$E_1 = A_0 \sin(kx - \omega t)$$

$$E_2 = A_0 \sin(kx - \omega t + \delta)$$

$$E_3 = A_0 \sin(kx - \omega t + 2\delta)$$

b) Bestimmen Sie die resultierende Feldstärke $E = E_1 + E_2 + E_3$.

Hinweise:
- Addieren Sie zuerst E_1 und E_3 und dann erst E_2, d.h. $E = (E_1 + E_3) + E_2$.
- Für die Summe $E_1 + E_3$ können Sie die Ergebnisse beim Doppelspalt verwenden.

c) Bestimmen Sie die Amplitude A der resultierenden Feldstärke E.

d) Bestimmen Sie die Intensität I.

e) Bestimmen Sie die relativen Maxima und Minima der Funktion $I = I(\delta)$. Geben Sie sowohl die entsprechenden Werte für δ als auch die entsprechenden Werte für I an.

f) Vergleichen Sie die Resultate aus den Teilaufgaben a) (Doppelspalt) und e) (Dreifachspalt).

(Fortsetzung siehe nächste Seite)

Jede in a) und e) bestimmte Phasendifferenzen δ entspricht einem Gangunterschied $\Delta s = d \cdot \sin(\theta)$ bzw. einem Winkel θ (vgl. Lehrbuch Tipler/Mosca, Abbildung 30.7, Seite 1108).

g) Bestimmen Sie den Sinus des Winkels θ_{min}, bei welchem beim idealen ...

i) ... Doppelspalt ...

ii) ... Dreifachspalt ...

iii) ... N-fach-Spalt ...

... das erste Intensitätsminimum auftritt.

Hinweis:
- Das Ergebnis von iii) soll mit Hilfe der Ergebnisse aus i) und ii) vermutet werden.

11.6 Studieren Sie die folgenden **Applets**:
- Interferenz von Licht am Doppelspalt
- Ripple Tank Simulation (Interferenz/Beugung 2, Option: Double Slit)

Hinweis:
- Vergleichen Sie jeweils mit der Abbildung in der Lösung der Aufgabe 11.5 f).

11.7 Bearbeiten Sie zum Thema Beugung am Doppelspalt die folgenden **Aufgaben**:
- LEIFI-Aufgabe „Obere Wellenlängengrenze beim Doppelspalt“
- LEIFI-Aufgabe „Spaltabstand am Doppelspalt“

11.8 Führen Sie in Moodle den Test 11.3 durch.

11.9 Beurteilen Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.
Kreuzen Sie das entsprechende Kästchen an.

		wahr	falsch
a)	Die Beugung einer Welle kann mit Hilfe des Huygens'schen Prinzips erklärt werden.	☐	☐
b)	An einem Hindernis wird nur derjenige Teil einer Welle gebeugt, der näher als etwa eine Wellenlänge vom Hindernis entfernt liegt.	☐	☐
c)	Dass an einem Hindernis Schall mehr gebeugt wird als Licht, liegt daran, dass Licht keinen materiellen Wellenträger besitzt.	☐	☐
d)	Die in den Formeln 30.2 und 30.3 im Lehrbuch Tipler (Seite 1108) angegebenen Beziehungen für konstruktive und destruktive Interferenz bei der Beugung an einem Doppelspalt gelten nur, falls die Breiten der beiden Spalten als unendlich klein angenommen werden.	☐	☐
e)	Bei der Beugung an einem idealen Doppelspalt ist der Abstand der auf einem weit entfernten Schirm beobachteten Interferenzmaxima proportional zum Abstand der beiden Spalten des Doppelspaltes.	☐	☐

Lösungen

11.1 -

11.2 -

11.3 (siehe Arbeitsbuch Mills)

11.4 ...

Hinweise:
- Es muss über eine Periode der $\cos^2$-Funktion integriert werden.
- Die $\cos^2$-Funktion hat die Grundperiode π.
- Wegen des Faktors 1/2 im Argument der $\cos^2$-Funktion muss das δ-Integrationsintervall die Länge 2π (oder ein ganzzahliges Vielfaches von 2π) haben. Es muss also beispielsweise von $\delta_1 = 0$ bis $\delta_2 = 2\pi$ integriert werden.

11.5 a) Lokale Maxima: $\delta = 0, 2\pi, 4\pi, ...$ $I = 4 \cdot I_0$
Lokale Minima: $\delta = \pi, 3\pi, 5\pi, ...$ $I = 0$

b) $E_1 + E_3 = 2A_0 \cos(\delta) \sin(kx - \omega t + \delta)$
$E = E_1 + E_2 + E_3 = A_0\ (2\cos(\delta) + 1) \sin(kx - \omega t + \delta)$

c) $A = A_0\ (2\cos(\delta) + 1)$

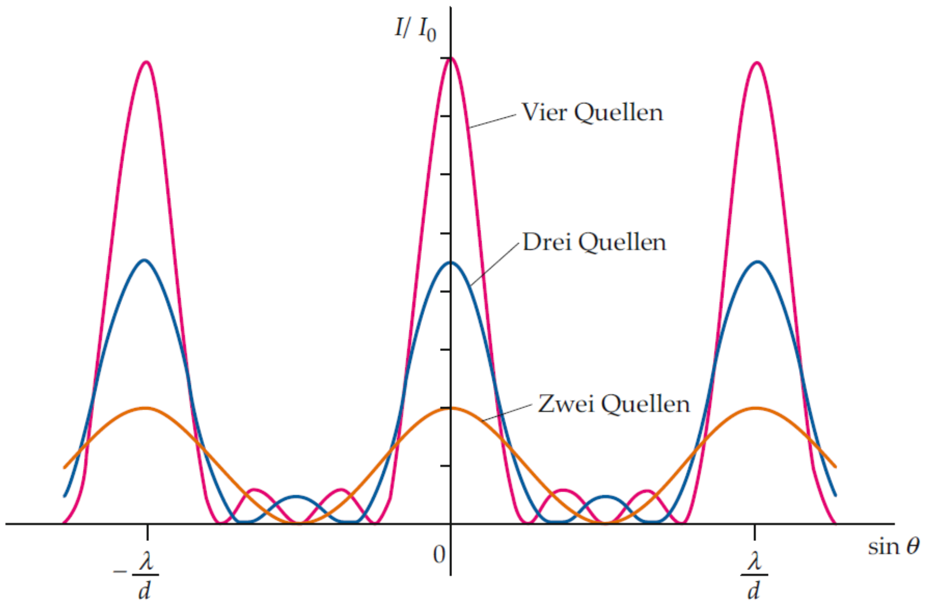
d) $I = I_0\ (2\cos(\delta) + 1)^2$

e) Lokale Maxima: $\delta = 0, 2\pi, 4\pi, ...$ $I = 9 \cdot I_0$ (Hauptmaxima)
$\delta = \pi, 3\pi, 5\pi, ...$ $I = I_0$ (Nebenmaxima)

Lokale Minima: $\delta = \frac{2\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}, \frac{14\pi}{3}, \ldots$ $I = 0$
$\delta = \frac{4\pi}{3}, \frac{10\pi}{3}, \frac{16\pi}{3}, \ldots$ $I = 0$

f) (siehe nächste Seite)

f)



(Quelle: Lehrbuch Tipler/Mosca)

Bemerkung:
- In der Grafik ist I/I_0 als Funktion von $\sin(\theta)$ (statt als Funktion von δ) dargestellt.
- Ein Skalierungsstrich auf der I/I_0-Achse entspricht zwei Einheiten.
- In der Grafik ist auch der Fall eines idealen **Vierfachspaltes** dargestellt.

g) i)

$\delta_{min} = \frac{2\pi}{\lambda}(\Delta s)_{min}$
$(\Delta s)_{min} = d \cdot \sin(\theta_{min})$
$\delta_{min} = \pi$ (aus a))

$\Rightarrow \quad \sin(\theta_{min}) = \frac{\lambda}{2d}$

ii)

$\delta_{min} = \frac{2\pi}{\lambda}(\Delta s)_{min}$
$(\Delta s)_{min} = d \cdot \sin(\theta_{min})$
$\delta_{min} = \frac{2\pi}{3}$ (aus e))

$\Rightarrow \quad \sin(\theta_{min}) = \frac{\lambda}{3d}$

iii) $\sin(\theta_{min}) = \frac{\lambda}{N \cdot d}$

11.6 -

11.7 -

11.8 -

11.9 a) wahr
b) wahr
c) falsch
d) wahr
e) falsch