Aufgaben 10 Interferenz
Phasendifferenz, Dünnschichtinterferenz, Fabry-Perot-Interferometer

Lernziele

- wissen und verstehen, was eine Phasendifferenz und ein Gangunterschied ist.
- den Zusammenhang zwischen der Phasendifferenz und dem Gangunterschied kennen und verstehen.
- den Zusammenhang zwischen der Phasendifferenz zwischen zwei Wellen und dem entsprechenden zeitlichen bzw. räumlichen Rückstand der einen Welle zur anderen kennen und verstehen.
- wissen, welchen Phasensprung eine Welle bei der Reflexion an einer Grenzfläche zu einem anderen Medium erleidet.
- wissen und verstehen, wie die optische Weglänge definiert ist.
- Interferenzbedingungen mit Hilfe einer Phasendifferenz, eines Gangunterschiedes und einer Differenz optischer Weglängen formulieren können.
- Interferenzerscheinungen an dünnen Schichten kennen und verstehen.
- Interferenzbedingungen bei ausgewählten Dünnschichtgeometrien formulieren und zur Analyse der entsprechenden Interferenzerscheinungen anwenden können.
- die Funktionsweise eines Fabry-Perot-Interferometers kennen und verstehen.
- sich aus dem Studium eines schriftlichen Dokumentes neue Kenntnisse und Fähigkeiten erarbeiten können.
- einen bekannten oder neuen Sachverhalt analysieren und beurteilen können.
- eine neue Problemstellung selbstständig bearbeiten können.

Aufgaben

10.1 In einem Medium mit Brechzahl n = 1.50 laufen zwei optische Sinuswellen in die positive x-Richtung. Die Vakuumwellenlänge beträgt $\lambda_0 = 600$ nm. Die Phasendifferenz zwischen den beiden Wellen beträgt $\delta = \pi/4$.

Bestimmen Sie …

a) … die Ausbreitungsgeschwindigkeit c der beiden Wellen im betrachteten Medium.

b) … die Wellenlänge λ im betrachteten Medium.

c) … die Frequenz f der beiden Wellen.

d) … den Gangunterschied Δx der beiden Wellen.

e) … die optische Weglänge L einer einzelnen Welle, wenn sie den geometrischen Weg $\Delta s = 1.00$ cm zurückgelegt hat.

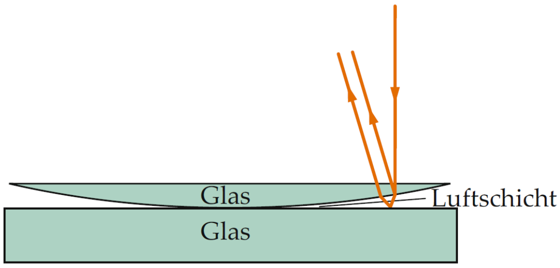
10.2 a) Studieren Sie im Lehrbuch Tipler/Mosca den folgenden Abschnitt:
- 30.1 Phasendifferenz und Kohärenz (nur bis zum gelben Kasten „Phasensprung bei der Reflexion“, Seite 1104)

b) Studieren Sie im Lehrbuch Tipler/Mosca den folgenden Abschnitt:
- 30.2 Interferenz an dünnen Schichten (Seiten 1105 bis 1107)

Hinweis:
- Auf der Seite 1107 gibt es in der Gleichung in der neuntletzten Textzeile einen Fehler: Es sollte $\frac{1}{4}\lambda' = \frac{1}{4}\frac{\lambda}{n}$ heissen, und nicht $\frac{1}{4}\lambda' = \frac{1}{4}\lambda n$.

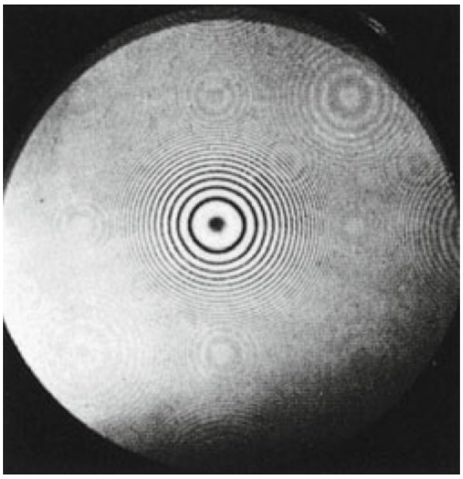
10.3 (siehe nächste Seite)

10.3 Eine kreisförmige plankonvexe Linse mit Krümmungsradius 12.0 m wird mit der gekrümmten Fläche auf eine ebene Glasplatte gelegt:



(Bild: Lehrbuch Tipler/Mosca, Seite 1106)

Fällt senkrecht von oben monochromatisches Licht auf die Anordnung, erscheint von oben gesehen ein Muster mit konzentrischen Ringen, den sogenannten Newton-Ringen:



(Bild: Lehrbuch Tipler/Mosca, Seite 1106)

Bestimmen Sie die Wellenlänge des verwendeten Lichtes, wenn der Radius des fünften hellen Newton-Rings 5.95 mm beträgt.

10.4 Bearbeiten Sie im Arbeitsbuch Mills zu Tipler/Mosca die folgenden Aufgaben:
30.7, 30.8, 30.9

10.5 Ein Tanker im Persischen Golf hat Kerosin mit dem Brechungsindex 1.20 verloren. Das Kerosin bildet eine Schicht der Dicke 460 nm auf dem Wasser mit dem Brechungsindex 1.30. Ein Betrachter fliegt in einem Flugzeug direkt über den Ölfleck, wobei die Sonne genau von oben kommt.

a) Bestimmen Sie allgemein die analytische Formel zur Berechnung jener Wellenlängen, die konstruktive bzw. destruktive Interferenz zeigen.

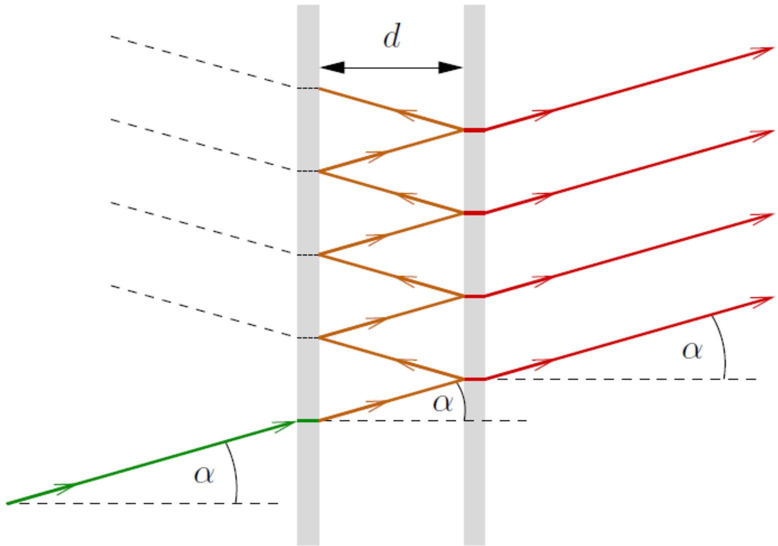
b) Bestimmen Sie die Farbe, in welcher der Ölfleck erscheint.

10.6 Auf eine Glaslinse wurde zur Reflexionsminderung eine Mg-Fluorid-Schicht mit Brechungsindex 1.38 aufgebracht. Die Entspiegelungsschicht wurde für grünes Licht der Wellenlänge 550 nm ausgelegt. Ein Lichtstrahl trifft senkrecht auf diese Schicht und wird an der Grenzfläche Mg-Fluorid / Glas reflektiert.

Bestimmen Sie die Dicke der Mg-Fluorid-Schicht, damit die Reflexion minimal wird.

10.7 (siehe nächste Seite)

10.7 Die folgende Skizze zeigt ein sogenanntes Fabry-Perot-Interferometer:



Licht fällt unter dem Winkel $\alpha = 18.0°$ in den Raum zwischen zwei exakt planparallelen Platten. Die Innenseiten der Platten sind so beschichtet, dass bei einer Reflexion nur ein kleiner Teil des Lichts durch die Platte in den Aussenraum dringt. Dadurch wird der Strahl im Innenraum viele Male hin und her geworfen. Die nach rechts austretenden Strahlen interferieren in einem fernen Punkt. Der Brechungsindex im Innen- und Aussenraum betrage 1.00.

Mit dem Fabry-Perot-Interferometer soll nun rotes, monochromatisches Licht der Wellenlänge λ untersucht werden. Man stellt fest, dass das Licht bei einem Plattenabstand von $d = 1.017\ \mu m$ konstruktiv interferiert.

a) Formulieren Sie die Bedingung für konstruktive Interferenz (algebraisches Resultat).

b) Bestimmen Sie die Wellenlänge λ des roten Lichts.

Hinweis:
- Beachten Sie, dass das Licht hier nicht senkrecht einfällt (wie bei den Beispielen zur Dünnschichtinterferenz), sondern unter einem Winkel $\alpha \neq 0$.

10.8 Eine leere Glaszelle der Länge 5.00 cm wird in einen Arm eines Michelson-Interferometers gestellt. Nachdem die Glaszelle evakuiert ist, stellt man im Zentrum des Schirms gerade Helligkeit fest. Während des Belüftens der Zelle ergeben sich 49.6 Helligkeitswechsel. Die Wellenlänge des verwendeten Lichts beträgt 589.29 nm.

Bestimmen Sie den Brechungsindex der eingelassenen Luft.

10.9 Führen Sie den folgenden **Quiz** durch:
- LEIFI-Quiz „Interferenz an dünnen Schichten“

10.10 Führen Sie in Moodle den Test 10.3 durch.

10.11 (siehe nächste Seite)

10.11 Beurteilen Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.
Kreuzen Sie das entsprechende Kästchen an.

		wahr	falsch
a)	Zwei Bilder einer Punktquelle, die durch Reflexion an der Vorder- bzw. an der Rückseite eines Flüssigkeitsfilmes einer Seifenblase entstehen, sind ein Paar kohärenter Lichtquellen.	☐	☐
b)	Die Farbeffekte im Licht, welches von einer Seifenblase reflektiert wird, entstehen durch Brechung.	☐	☐
c)	Die Farbeffekte im Licht, welches von einer Seifenblase reflektiert wird, entstehen durch Interferenz.	☐	☐
d)	Eine Welle erleidet einen Phasensprung von π, wenn sie an der Grenzfläche zu einem Medium mit kleinerer Ausbreitungsgeschwindigkeit reflektiert wird.	☐	☐
e)	Die optische Weglänge ist in jedem Medium grösser als die geometrische Weglänge.	☐	☐

Lösungen

10.1 a) $c = \frac{c_0}{n} = \frac{299'792'458\ \text{m/s}}{1.50} = 2.00 \cdot 10^8 \text{m/s}$

b) $\lambda = \frac{\lambda_0}{n} = \frac{600\ \text{nm}}{1.5} = 400\ \text{nm}$

c) $c = \lambda \cdot f$

$\Rightarrow\ f = \frac{c}{\lambda} = \frac{2.00 \cdot 10^8 \text{m/s}}{400 \text{nm}} = 5.00 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}$

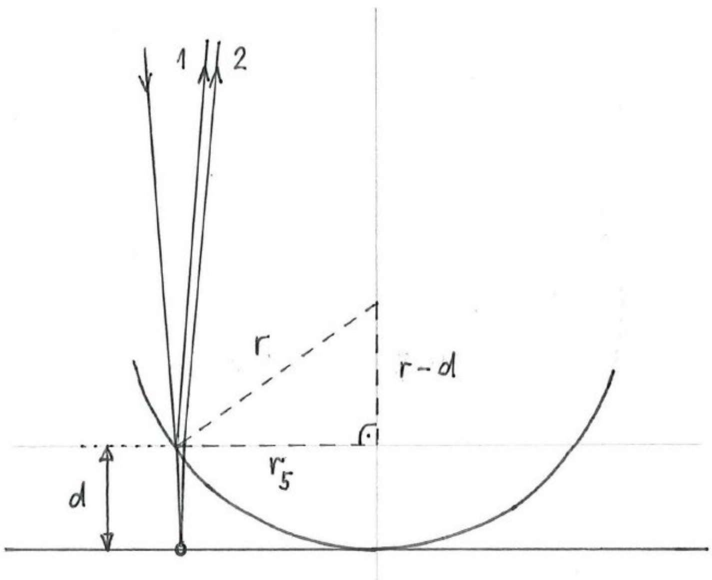
d) $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x$

$\Rightarrow\ \Delta x = \frac{\lambda}{2\pi} \delta = 5.00 \cdot 10^{-8}\ \text{m} = 50.0\ \text{nm}$

e) $L = n \cdot \Delta s = 1.50 \cdot 1.00\ \text{cm} = 1.50\ \text{cm}$

10.2 -

10.3 Hinweise zur Notation:
- Die optische Weglänge (inkl. allfälliger Phasensprünge wegen Reflexionen) ist mit Δ bezeichnet.
- Die Differenz der optischen Weglängen (inkl. allfälliger Phasensprünge wegen Reflexionen) ist mit Δ_{tot} bezeichnet.



(Fortsetzung siehe nächste Seite)

			Unb.	Bek.
Strahl 1 :	$\Delta_1 = 0$	I	Δ_1	$n_L = 1$
Strahl 2 :	$\Delta_2 = n_L \cdot 2d + \frac{\lambda_L}{2}$	II	Δ_2	$m = 5$
	$\Delta_{tot} = \Delta_2 - \Delta_1$	III	d	$r = 12.0\,m$
	$\Delta_{tot} = m \cdot \lambda_L$	IV	λ_L	$r_5 = 5.95\,mm$
	$(r-d)^2 + r_5^2 = r^2$	V	Δ_{tot}	

$$\text{V}: \quad (r-d)^2 = r^2 - r_5^2$$

$$|r-d| = \sqrt{r^2 - r_5^2} \quad \Big| \text{ Ann.: } d < r$$

$$r - d = \sqrt{r^2 - r_5^2}$$

$$d = r - \sqrt{r^2 - r_5^2} \quad (*)$$

$$\text{I-IV}: \quad m \cdot \lambda_L = n_L \cdot 2d + \frac{\lambda_L}{2}$$

$$\left(m - \frac{1}{2}\right) \lambda_L = 2 n_L d$$

$$\lambda_L = \frac{2}{m - \frac{1}{2}} \cdot n_L d$$

$$\overset{(*)}{=} \frac{2}{m - \frac{1}{2}} \cdot n_L \left(r - \sqrt{r^2 - r_5^2}\right)$$

$$= \mathbf{656\ nm}$$

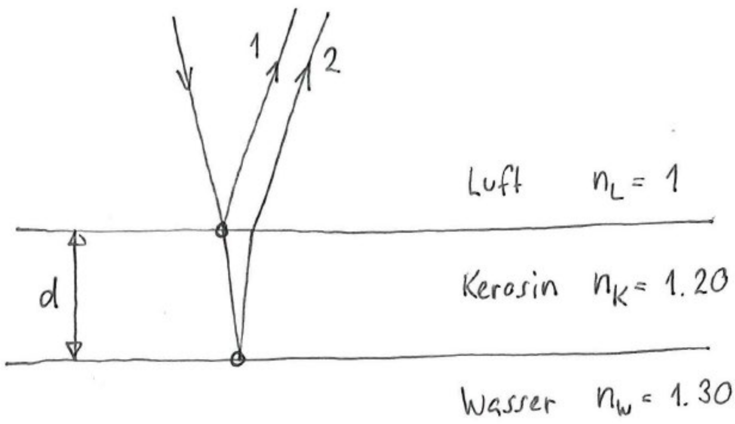
Hinweise:
- Die mittlere Zone rund um das Zentrum der Newton-Ringe ist dunkel (Lehrbuch Tipler/Mosca, Seite 1106).
- Der erste (innerste) helle Newton-Ring tritt bei der kleinstmöglichen positiven Phasendifferenz bzw. der kleinstmöglichen positiven Differenz der optischen Weglängen auf, d.h. für m = 1. Beim fünften Newton-Ring ist also m = 5.

10.4 (siehe Arbeitsbuch Mills)

Hinweis zu L30.7 (Lösung der Aufgabe 30.7 im Arbeitsbuch Mills):
- Die ersten zwei Sätze sind falsch: Nicht der Gangunterschied 2d muss ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge sein, sondern der Unterschied ΔL der optischen Weglängen. Die angegebenen Ungleichungen und das Resultat sind jedoch korrekt.

Hinweise zur Notation in den Lösungen zu 10.5 bis 10.8:
- Die optische Weglänge (inkl. allfälliger Phasensprünge wegen Reflexionen) ist mit Δ bezeichnet.
- Die Differenz der optischen Weglängen (inkl. allfälliger Phasensprünge wegen Reflexionen) ist mit Δ_{tot} bezeichnet.

10.5



a)

Unb.	Bek.
Δ_1	$n_K = 1.20$
λ	$d = 460$ nm
Δ_2	m
Δ_{tot}	

Strahl 1 : $\Delta_1 = \frac{\lambda}{2}$ I

Strahl 2 : $\Delta_2 = n_K \cdot 2d + \frac{\lambda}{2}$ II

$\Delta_{tot} = \Delta_2 - \Delta_1$ III

Konstruktive Interferenz

$\Delta_{tot} = m \cdot \lambda$ IV

Destruktive Interferenz

$\Delta_{tot} = (2m+1) \cdot \frac{\lambda}{2}$ IV

Konstruktive Interferenz

I-IV : $m\lambda = n_K \cdot 2d$

$$\lambda = \frac{2}{m} n_K d$$

Destruktive Interferenz

I-IV : $(2m+1)\frac{\lambda}{2} = n_K \cdot 2d$

$$\lambda = \frac{4}{2m+1} n_K d$$

b) (siehe nächste Seite)

b)

Konstruktive Interferenz

$\lambda = \frac{2}{m} n_K d$ (aus a))

$m = 0$ geht nicht

$m = 1$: $\lambda_1 = 1104$ nm

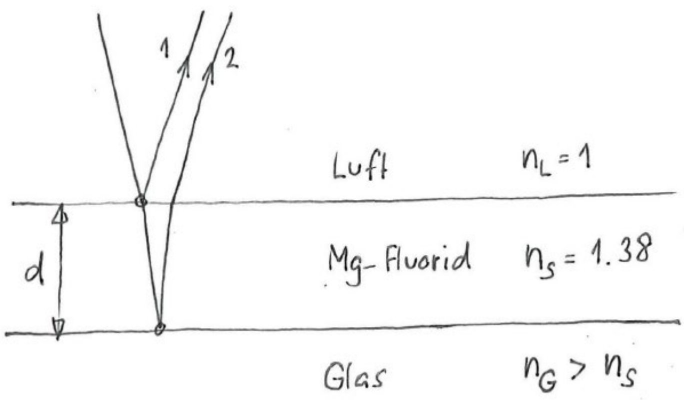
$m = 2$: $\lambda_2 = 552$ nm ← sichtbar

$m = 3$: $\lambda_3 = 368$ nm

⋮

$\Rightarrow \lambda = 552$ nm $\hat{=}$ grün

10.6



Strahl 1 : $\Delta_1 = \frac{\lambda}{2}$ I

Strahl 2 : $\Delta_2 = n_S \cdot 2d + \frac{\lambda}{2}$ II

$\Delta_{tot} = \Delta_2 - \Delta_1$ III

$\Delta_{tot} = (2m+1) \cdot \frac{\lambda}{2}$ IV

(destrukt. Interf.)

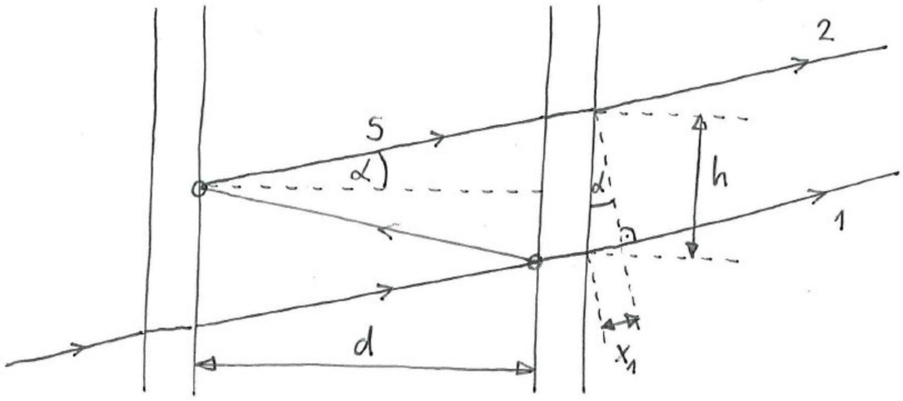
Unb.	Bek.
Δ_1	$\lambda = 550$ nm
Δ_2	$n_S = 1.38$
d	$m = 0$
Δ_{tot}	

I - IV : $(2m+1) \frac{\lambda}{2} = n_S \cdot 2d$

$d = \frac{2m+1}{4} \cdot \frac{1}{n_S} \cdot \lambda$

$= 99.6$ nm

10.7



Konstruktive Interferenz der Strahlen 1 und 2.

a)

Strahl 1 : $\Delta_1 = n_L \cdot x_1$ I

Strahl 2 : $\Delta_2 = n_L \cdot 2s + 2 \cdot \frac{\lambda}{2}$ II

$\Delta_{tot} = \Delta_2 - \Delta_1$ III

$\Delta_{tot} = m \cdot \lambda$ IV

$\cos(\alpha) = \frac{d}{s}$ V

$\sin(\alpha) = \frac{x_1}{h}$ VI

$\tan(\alpha) = \frac{\frac{h}{2}}{d}$ VII

Unb.	Bek.
Δ_1	$n_L = 1$
x_1	m
Δ_2	$\alpha = 18.0°$
s	$d = 1.017\,\mu m$
λ	
Δ_{tot}	
h	

I - IV : $m\lambda = n_L \cdot 2s + \lambda - n_L \cdot x_1$

$= n_L (2s - x_1) + \lambda$

$(m-1)\lambda = n_L (2s - x_1)$

(Fortsetzung siehe nächste Seite)

$$\lambda = \frac{1}{m-1} n_L \underbrace{(2s - x_1)}$$

$$\overset{\text{v, vi}}{=} \frac{2d}{\cos(\alpha)} - h \cdot \sin(\alpha)$$

$$\overset{\text{vii}}{=} \frac{2d}{\cos(\alpha)} - 2d \cdot \tan(\alpha) \cdot \sin(\alpha)$$

$$= 2d \left(\frac{1}{\cos(\alpha)} - \tan(\alpha) \cdot \sin(\alpha) \right)$$

$$= 2d \left(\frac{1}{\cos(\alpha)} - \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \cdot \sin(\alpha) \right)$$

$$= 2d \, \frac{1 - \sin^2(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

$$= 2d \, \frac{\cos^2(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

$$= 2d \cos(\alpha)$$

$$\lambda = \frac{1}{m-1} n_L \, 2d \cos(\alpha)$$

$$= \frac{2}{m-1} n_L \, d \cos(\alpha)$$

Hinweis:
- Die Aufgabe 10.6 a) ist die gleiche wie die Aufgabe 30.29 im Arbeitsbuch Mills zu Tipler/Mosca. Die im Arbeitsbuch Mills angegebene Lösung ist jedoch falsch: Die Phasensprünge aufgrund der beiden Reflexionen und der zusätzliche Weg x_1 werden vernachlässigt.

b)

$m = 0$: geht nicht

$m = 1$: "

$m = 2$: $\lambda_2 = 1934$ nm

$m = 3$: $\lambda_3 = 967$ nm

} infrarot

(Fortsetzung siehe nächste Seite)

$m = 4: \quad \lambda_4 = 645\text{ nm}$ rot ←

$m = 5: \quad \lambda_5 = 484\text{ nm}$ grün

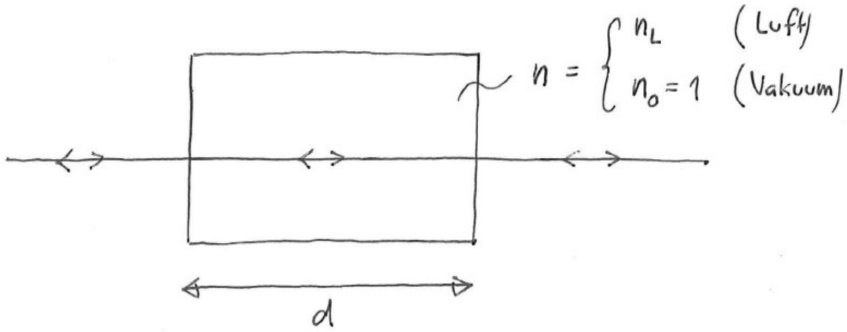
$m = 6: \quad \lambda_6 = 387\text{ nm}$ blau/violett

$m = 7: \quad \lambda_7 = 322\text{ nm}$ } ultraviolett

$m = 8: \quad \lambda_8 = 276\text{ nm}$ }

$$\Rightarrow \quad \lambda = \lambda_4 = 645\text{ nm}$$

10.8



			Unb.	Bek.
Strahl in Luft:	$\Delta_L = n_L \cdot 2d$	I	Δ_L	$d = 5{,}00\text{ cm}$
Strahl im Vakuum:	$\Delta_0 = n_0\, 2d$	II	n_L	$n_0 = 1$
	$\Delta_{tot} = \Delta_L - \Delta_0$	III	Δ_0	$m = 49.6$
	$\Delta_{tot} = m \cdot \lambda_0$ (konstr. Interf.)	IV	Δ_{tot}	$\lambda_0 = 589.29\text{ nm}$

I-IV:
$$m\lambda_0 = n_L \cdot 2d - n_0 \cdot 2d$$
$$= 2d(n_L - n_0)$$
$$n_L - n_0 = m\frac{\lambda_0}{2d}$$
$$n_L = n_0 + m\frac{\lambda_0}{2d}$$
$$= 1.000292$$

10.9 -

10.10 -

10.11
a) wahr
b) falsch
c) wahr
d) wahr
e) wahr