

Aufgaben 8 Interferenz Schwebung, Eigenschwingungen, Fourier-Analyse/Synthese

Lernziele

- das Phänomen Schwebung kennen und verstehen.
- die mathematische Beschreibung einer Schwebung kennen, verstehen und anwenden können.
- eine Eigenschwingung auf einem eindimensionalen Wellenträger als Überlagerung zweier entgegenlaufender Wellen verstehen.
- verstehen, dass sich auf einem endlichen Wellenträger nur bei bestimmten Frequenzen eine stehende Welle bzw. eine Eigenschwingung bildet.
- den Zusammenhang zwischen der Länge eines eindimensionalen Wellenträgers und den Wellenlängen bzw. Frequenzen der möglichen Eigenschwingungen verstehen und anwenden können.
- die mathematische Beschreibung einer stehenden Welle bzw. Eigenschwingung kennen, verstehen und anwenden können.
- wissen und verstehen, was es braucht, damit eine Eigenschwingung aufrecht erhalten werden kann.
- Beispiele von stehenden Wellen kennen.
- wissen, dass sowohl eine periodische als auch eine nicht-periodische Welle in einzelne Sinuswellen zerlegt werden kann.
- den Unterschied zwischen dem Spektrum einer periodischen Welle und dem Spektrum einer nicht-periodischen Welle kennen.
- wissen und verstehen, was eine Phasengeschwindigkeit und eine Gruppengeschwindigkeit ist.
- sich aus dem Studium eines schriftlichen Dokumentes neue Kenntnisse und Fähigkeiten erarbeiten können.
- einen bekannten oder neuen Sachverhalt analysieren und beurteilen können.
- eine neue Problemstellung selbstständig bearbeiten und in einer Gruppe diskutieren können.

Aufgaben

Schwebung

8.1 Vorgängiges Selbststudium

- a) Studieren Sie das folgende **YouTube-Video**:
- [Schwebungen](#) (3:45)
- b) Studieren Sie das folgende **Applet**:
- [Schwebung](#)
 - i) Beobachten Sie die Schwebung.
 - ii) Variieren Sie die Differenz der beiden Frequenzen und beobachten Sie die Auswirkung auf die Schwebung und die Schwebungsfrequenz.

8.2 Bearbeiten Sie im Arbeitsbuch Mills zu Tipler/Mosca die folgende Aufgabe:
12.46

8.3 Betrachten Sie zwei Elektromotoren, welche beide mit einer Drehzahl von ca. 3000/min laufen. Der Ton, den man von beiden zusammen hört, wird pro Sekunde zweimal lauter und leiser.

Bestimmen Sie, um wie viel Prozent die Drehzahlen der beiden Motoren voneinander abweichen.

8.4 (siehe nächste Seite)

8.4 Beurteilen Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.
 Kreuzen Sie das entsprechende Kästchen an.

	wahr	falsch
a) Eine Schwebung kommt zustande, wenn sich zwei Wellen mit fast gleichen Frequenzen überlagern.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b) Beobachtet man die Schwebung zweier Wellen an einem festen Ort, so ist die Schwebungsfrequenz gleich der Differenz der Frequenzen der Einzelwellen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c) Die mathematische Beschreibung der Überlagerung zweier Wellen ist unabhängig davon, wie gross die Differenz der Frequenzen beider Wellen sind.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d) Bei Schallwellen sind Schwebungen nur dann hörbar, wenn die beiden Frequenzen der Einzelwellen genügend nahe beieinander liegen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e) Bei der Schwebung der Töne zweier Stimmgabeln der Frequenzen 440 Hz und 444 Hz nimmt man einen Ton der Frequenz 442 Hz wahr.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Eigenschwingungen

8.5 **Vorgängiges Selbststudium**

- a) Studieren Sie im Lehrbuch KPK 3 den folgenden Abschnitt:
 - 4.12 Eigenschwingungen von Wellenträgern (Seite 37, ohne Aufgaben)
- b) Studieren Sie das folgende **YouTube-Video**:
 - [Stehende Wellen](#) (2:59)
- c) Studieren Sie das folgende **Applet**:
 - [Stehende Longitudinalwellen](#)
 - i) Beobachten und beschreiben Sie eine stehende Schallwelle in einem Rohr für die drei folgenden Fälle:
 - beidseitig offen
 - einseitig offen
 - beidseitig geschlossen
 - ii) Beobachten Sie, welche Wellengrößen an den Rohrenden jeweils einen Knoten bzw. einen Bauch aufweisen.

8.6 Die Wellenlängen bzw. die Frequenzen der Eigenschwingungen auf einem Wellenträger der Länge l seien wie folgt bezeichnet:

	Wellenlänge	Frequenz
Grundschiwingung	λ_0	f_0
1. Oberschiwingung	λ_1	f_1
2. Oberschiwingung	λ_2	f_2
3. Oberschiwingung	λ_3	f_3
...		
m. Oberschiwingung	λ_m	f_m

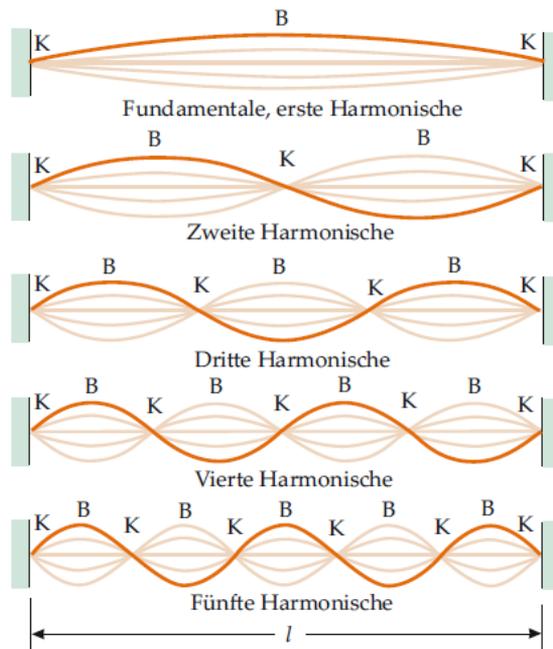
Leiten Sie für die weiter unten genannten drei Fälle a), b) und c) mit Hilfe der entsprechenden Abbildungen eine Beziehung zwischen der Frequenz f_m der m-ten Oberschiwingung und der Frequenz f_0 der Grundschiwingung her.

(Fortsetzung siehe nächste Seite)

Vorgehen:

- i) Drücken Sie mit Hilfe der entsprechenden Abbildung die Grundwellenlänge λ_0 durch die Länge l des Wellenträgers aus.
- ii) Drücken Sie mit Hilfe der entsprechenden Abbildung die Wellenlänge λ_m der m -ten Oberschwingung durch die ganze Zahl m und die Länge l des Wellenträgers aus.
- iii) Drücken Sie die Grundfrequenz f_0 durch die Grundwellenlänge λ_0 und die Ausbreitungsgeschwindigkeit v aus.
- iv) Drücken Sie die Frequenz f_m der m -ten Oberschwingung durch die Wellenlänge λ_m der m -ten Oberschwingung und die Ausbreitungsgeschwindigkeit v aus.
- v) Drücken Sie durch Kombination der Ergebnisse aus i) bis iv) die Frequenz f_m der m -ten Oberschwingung durch die ganze Zahl m und die Grundfrequenz f_0 aus.
- vi) Drücken Sie das Ergebnis aus v) in Worten aus.
 Welche Frequenzen treten in den Eigenschwingungen (Grundschiwingung und Oberschwingungen) im Vergleich zur Grundfrequenz auf?

a) Der Wellenträger hat zwei feste Enden.



Hinweise:

- Die „Fundamentale“ bzw. „Erste Harmonische“ ist die Grundschiwingung.
- Die „Zweite Harmonische“ ist die erste Oberschwingung.
- Die „Dritte Harmonische“ ist die zweite Oberschwingung.
- usw.

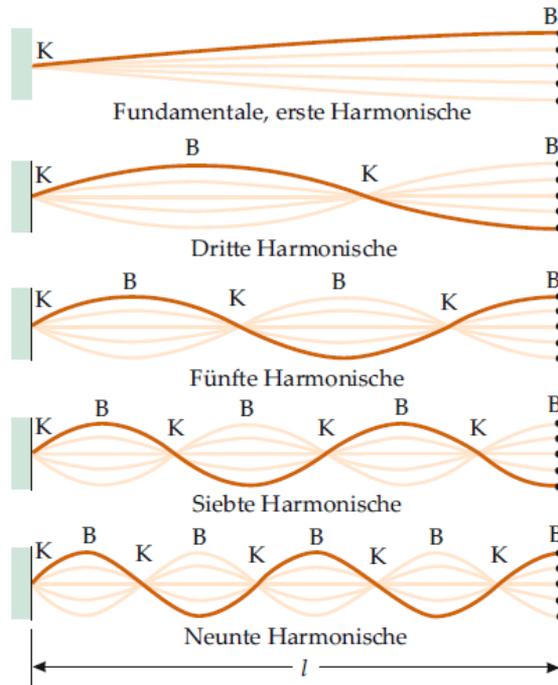
b) Der Wellenträger hat zwei freie Enden.

Hinweise:

- An den beiden freien Enden befinden sich Bäuche (B), und nicht Knoten (K) wie in a).
- Knoten und Bäuche sind im Vergleich zu a) vertauscht, d.h. wo sich in a) Knoten befinden, befinden sich in b) Bäuche, und wo sich in a) Bäuche befinden, befinden sich in b) Knoten.

c) (siehe nächste Seite)

- c) Der Wellenträger hat ein festes und ein freies Ende.



- Die „Fundamentale“ bzw. „Erste Harmonische“ ist die Grundschwingung.
- Die „Dritte Harmonische“ ist die erste Oberschwingung.
- Die „Fünfte Harmonische“ ist die zweite Oberschwingung.
- usw.

(Quelle: Tipler/Mosca, Physik für Studierende der Naturwissenschaften und Technik, Berlin 2019, Springer Spektrum, 8. Auflage, Seiten 508 und 513)

- 8.7 Studieren Sie die folgenden **YouTube-Videos**:

- [Kundtsches Rohr](#) (2:30)
- [Chladnische Klangfiguren](#) (1:40)

- 8.8 Bearbeiten Sie im Arbeitsbuch Mills zu Tipler/Mosca die folgenden Aufgaben:
12.47, 12.48

- 8.9 Eine beidseitig offene und eine einseitig geschlossene Orgelpfeife sind beide auf denselben Grundton (Grundschwingung) der Frequenz 264 Hz abgestimmt.

- a) Bestimmen Sie die Längen der beiden Pfeifen.

Hinweise:

- Überlegen Sie sich den Zusammenhang zwischen der Wellenlänge der Grundschwingung und der Länge des Wellenträgers.
- Rechnen Sie mit einer Schallgeschwindigkeit von 344 m/s.

- b) Geben Sie für beide Pfeifen die Frequenzen der ersten drei Obertöne (Oberschwingungen) an.

- 8.10 (siehe nächste Seite)

8.10 Von einer beidseitig offenen Orgelpfeife kennt man die Frequenzen von drei aufeinanderfolgenden Obertönen:

465.6 Hz 582.0 Hz 698.4 Hz

a) Bestimmen Sie die Grundfrequenz.

Hinweis:

- Überlegen Sie sich, wie die Differenz der Frequenzen aufeinanderfolgender Obertöne mit der Grundfrequenz zusammenhängen.

b) Geben Sie an, den wievielten Obertönen die angegebenen Frequenzen entsprechen.

c) Bestimmen Sie die Länge der Orgelpfeife.

Hinweis:

- Die Schallgeschwindigkeit in Luft (bei $p = 1013 \text{ hPa}$ und $\vartheta = 20 \text{ °C}$) beträgt 343 m/s .

8.11 Führen Sie in Moodle den [Test 8.3](#) durch.

8.12 Beurteilen Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.
Kreuzen Sie das entsprechende Kästchen an.

	wahr	falsch
a) Stehende Wellen treten nur bei endlichen Wellenträgern auf.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b) Die Frequenzen der Eigenschwingungen auf einem Wellenträger mit festen Enden sind alle ganzzahligen Vielfachen der Frequenz der Grundschiwingung.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c) Bei einem einseitig offenen Wellenträger ist die Frequenz der dritten Oberschiwingung das Siebenfache der Frequenz der Grundschiwingung.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d) In einer stehenden Welle ist die Energiedichte im zeitlichen Mittel räumlich konstant.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e) Auf dem gleichen Wellenträger sind nicht mehrere Eigenschwingungen gleichzeitig möglich.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Fourier-Analyse/Synthese

8.13 Studieren Sie die folgenden **Applets**:

- [Fourier Series](#) (Fourier-Synthese)
- [Dispersion](#) (Überlagerung zweier Sinuswellen)

8.14 Beurteilen Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.
Kreuzen Sie das entsprechende Kästchen an.

	wahr	falsch
a) Eine periodische Welle hat ein diskretes Fourier-Spektrum.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b) Jede periodische Welle lässt sich aus endlich vielen Sinuswellen zusammensetzen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c) Überlagert man eine Sinuswelle der Frequenz ω_0 mit einer Sinuswelle der Frequenz $2\omega_0$, so entsteht eine Welle der Frequenz ω_0 .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d) Kein rechteckiges Wellenpaket lässt sich aus endlich vielen Sinuswellen zusammensetzen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e) Ohne Dispersion ist die Gruppengeschwindigkeit eines Wellenpaketes gleich gross wie die Phasengeschwindigkeiten der Sinuswellen, aus denen das Wellenpaket zusammengesetzt ist.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Lösungen

8.1 -

8.2 (siehe Arbeitsbuch Mills)

$$8.3 \quad r = \frac{\Delta f}{f} = \frac{f_S}{f} = \frac{2 \text{ Hz}}{3000 \text{ min}^{-1}} = 0.04 = 4\%$$

- 8.4
- a) wahr
 - b) wahr
 - c) wahr
 - d) wahr
 - e) wahr

- 8.5
- a) -
 - b) -
 - c) i) ...
ii) geschlossenes Ende: Knoten für die Auslenkung y
Bauch für die Druckdifferenz Δp
offenes Ende: Bauch für die Auslenkung y
Knoten für die Druckdifferenz Δp

- 8.6
- a) i) $\lambda_0 = 2l$
ii) $\lambda_m = \frac{2}{m+1} l$
iii) $f_0 = \frac{v}{\lambda_0}$
iv) $f_m = \frac{v}{\lambda_m}$
v) $f_m = (m+1) f_0$
vi) Grundschiwingung: f_0
1. Oberschiwingung ($m = 1$): $f_1 = 2 \cdot f_0$
2. Oberschiwingung ($m = 2$): $f_2 = 3 \cdot f_0$
3. Oberschiwingung ($m = 3$): $f_3 = 4 \cdot f_0$
usw.

In den Eigenschwiwingungen (Grundschiwingung und Oberschiwingungen) treten als Frequenzen alle ganzzahligen Vielfachen der Grundfrequenz f_0 auf:
 $f_0, 2 \cdot f_0, 3 \cdot f_0, 4 \cdot f_0, \dots$

- b) gleich wie bei a)
- c) i) $\lambda_0 = 4l$
ii) $\lambda_m = \frac{4}{2m+1} l$
iii) $f_0 = \frac{v}{\lambda_0}$
iv) $f_m = \frac{v}{\lambda_m}$
v) $f_m = (2m+1) f_0$

- vi) Grundschiwingung: f_0
 1. Oberschiwingung ($m = 1$): $f_1 = 3 \cdot f_0$
 2. Oberschiwingung ($m = 2$): $f_2 = 5 \cdot f_0$
 3. Oberschiwingung ($m = 3$): $f_3 = 7 \cdot f_0$
 usw.

In den Eigenschiwingungen (Grundschiwingung und Oberschiwingungen) treten als Frequenzen nur die ungeraden ganzzahligen Vielfachen der Grundfrequenz f_0 auf: $f_0, 3 \cdot f_0, 5 \cdot f_0, 7 \cdot f_0, \dots$

8.7 -

8.8 (siehe Arbeitsbuch Mills)

8.9 a) beidseitig offene Pfeife

$$l = \frac{\lambda_0}{2}$$

$$v = \lambda_0 \cdot f_0$$

$$\Rightarrow l = \frac{v}{2 \cdot f_0} = 65.2 \text{ cm}$$

einseitig geschlossene Pfeife

$$l = \frac{\lambda_0}{4}$$

$$v = \lambda_0 \cdot f_0$$

$$\Rightarrow l = \frac{v}{4 \cdot f_0} = 32.6 \text{ cm}$$

b) beidseitig offene Pfeife

$$1. \text{ OS } f_1 = 2 \cdot f_0 = 528 \text{ Hz}$$

$$2. \text{ OS } f_2 = 3 \cdot f_0 = 792 \text{ Hz}$$

$$3. \text{ OS } f_3 = 4 \cdot f_0 = 1.06 \text{ kHz}$$

einseitig geschlossene Pfeife

$$1. \text{ OS } f_1 = 3 \cdot f_0 = 792 \text{ Hz}$$

$$2. \text{ OS } f_2 = 5 \cdot f_0 = 1.32 \text{ kHz}$$

$$3. \text{ OS } f_3 = 7 \cdot f_0 = 1.85 \text{ kHz}$$

8.10 a) 2 freie Enden: Δf (= Differenz der Frequenzen aufeinanderfolgender Oberschiwingungen) = f_0
 Gegebene Frequenzen: $\Delta f = 582.0 \text{ Hz} - 465.6 \text{ Hz} = 698.4 \text{ Hz} - 582.0 \text{ Hz} = 116.4 \text{ Hz}$

$$\Rightarrow f_0 = 116.4 \text{ Hz}$$

- b) $465.6 \text{ Hz} = 4 \cdot 116.4 \text{ Hz} = 4 \cdot f_0 \hat{=} 3. \text{ OS}$
 $582.0 \text{ Hz} = 5 \cdot 116.4 \text{ Hz} = 5 \cdot f_0 \hat{=} 4. \text{ OS}$
 $698.4 \text{ Hz} = 6 \cdot 116.4 \text{ Hz} = 6 \cdot f_0 \hat{=} 5. \text{ OS}$

c) $l = \frac{\lambda_0}{2}$

$$v = \lambda_0 \cdot f_0$$

$$\Rightarrow l = \frac{v}{2 \cdot f_0} = 1.47 \text{ m}$$

8.11 -

- 8.12 a) falsch
b) wahr
c) wahr
d) falsch
e) falsch

8.13 -

- 8.14 a) wahr
b) falsch
c) wahr
d) wahr
e) wahr