Aufgaben 5 Elektromagnetische Wellen
Elektromagnetische Welle, Wellengleichung

Lernziele

- die allgemeine Form einer eindimensionalen Wellenfunktion kennen und verstehen.
- die eindimensionale Wellengleichung kennen und verstehen.
- wissen und verstehen, was eine elektromagnetische Welle ist.
- den Träger einer elektromagnetischen Welle kennen.
- wissen, wie eine elektromagnetische Welle erzeugt werden kann.
- wissen, dass elektromagnetische Wellen Transversalwellen sind.
- die gegenseitige Lage des elektrischen und des magnetischen Feldstärkevektors in einer elektromagnetischen Welle kennen.
- die Richtungen des elektrischen und des magnetischen Feldstärkevektors bezüglich der Ausbreitungsrichtung einer elektromagnetischen Welle kennen.
- die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer elektromagnetischen Welle im Vakuum kennen.
- einen Überblick über das Frequenzspektrum der elektromagnetischen Wellen haben.
- die mathematische Beschreibung einer sinusförmigen ebenen elektromagnetischen Welle kennen.
- sich aus dem Studium eines schriftlichen Dokumentes neue Kenntnisse und Fähigkeiten erarbeiten können.
- einen bekannten oder neuen Sachverhalt analysieren und beurteilen können.
- eine neue Problemstellung selbstständig bearbeiten können.

Aufgaben

5.1 **Vorgängiges Selbststudium**

a) Studieren Sie im Lehrbuch KPK 3 den folgenden Abschnitt:
- 4.7 Elektromagnetische Wellen (Seite 32, ohne Aufgaben)

Hinweis:
- Der in der Formel (4.5) vorkommende und in der Abb. 4.21 skizzierte magnetische Feldvektor $\vec{H}$ unterscheidet sich im Vakuum vom Feldvektor $\vec{B}$, den Sie aus der Physik 2 kennen, nur durch den Faktor μ_0 (magnetische Feldkonstante): $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$.

b) Studieren Sie im Lehrbuch Tipler/Mosca den folgenden Abschnitt:
- 12.2 Periodische Wellen, harmonische Wellen (nur den Teil „Elektromagnetische Wellen“, Seiten 479 und 480)

c) Führen Sie in Moodle den Test 5.1 durch.

5.2 Die folgende Funktion y beschreibt eine eindimensionale harmonische Welle, welche sich in die positive x-Richtung fortbewegt:

$$y(x,t) = \hat{y} \sin(kx - \omega t + \varphi)$$

a) Zeigen Sie, dass die Funktion y die folgende Form aufweist:

$$y(x,t) = f(z) = f(x - vt) \qquad (z := x - vt)$$

Hinweise :
- Klammern Sie im Argument der Sinus-Funktion den Faktor k aus.
- Überlegen Sie sich, wie die Grössen k, ω und v zusammenhängen.

b) Zeigen Sie, dass die Funktion y die folgende partielle Differentialgleichung, die sogenannte Wellengleichung, erfüllt:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}(x,t) = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}(x,t)$$

5.3 (siehe nächste Seite)

5.3 Zeigen Sie, dass jede Funktion y der Form

$$y(x,t) = f(z) = f(x - vt) \qquad (z := x - vt)$$

die folgende partielle Differentialgleichung, die sogenannte Wellengleichung, erfüllt:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}(x,t) = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}(x,t)$$

Hinweis:
- Beim Ableiten der Funktion y benötigt man die Kettenregel:

$$\frac{\partial y}{\partial x}(x,t) = \frac{df}{dz}(z) \cdot \frac{\partial z}{\partial x}(x,t) = \ldots$$

$$\frac{\partial y}{\partial t}(x,t) = \frac{df}{dz}(z) \cdot \frac{\partial z}{\partial t}(x,t) = \ldots$$

5.4 Studieren Sie die folgenden **Applets**:
- Elektromagnetische Welle (Elektromagnetische Welle 1)
- Elektromagnetische Welle (Elektromagnetische Welle 2)

5.5 Im Vakuum (d.h. ohne Materie in den Feldern) folgen aus den Maxwell-Gleichungen für die elektrische Feldstärke $\vec{E}$ und die magnetische Feldstärke $\vec{B}$ (auch „magnetische Flussdichte" genannt) im eindimensionalen Fall die folgenden Wellengleichungen (ohne Herleitung, vgl. Unterricht):

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \qquad\qquad \frac{\partial^2 B}{\partial x^2} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} \qquad\qquad (*)$$

a) Überprüfen Sie, dass die folgenden Funktionen, die eine sinusförmige elektromagnetische Welle beschreiben, die Wellengleichungen (*) erfüllen, falls $v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$

$$E(x,t) = \hat{E} \sin(kx - \omega t + \varphi) \qquad\qquad B(x,t) = \hat{B} \sin(kx - \omega t + \varphi)$$

b) Überprüfen Sie, dass der Ausdruck $v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$ gleich der Vakuumlichtgeschwindigkeit c ist, d.h. dass sich die in a) angegebene elektromagnetische Welle mit der Vakuumlichtgeschwindigkeit c ausbreitet.

Hinweis:
- Schlagen Sie die Zahlenwerte von μ_0 und ε_0 im Internet nach.

5.6 Beurteilen Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.
Kreuzen Sie das entsprechende Kästchen an.

		wahr	falsch
a)	Eine elektromagnetische Welle hat keinen Wellenträger.	☐	☐
b)	Die Wellengleichung ist eine partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung.	☐	☐
c)	Bei einer elektromagnetischen Welle schwingen die elektrischen und magnetischen Feldvektoren immer senkrecht zueinander.	☐	☐
d)	Ein Indiz dafür, dass Licht eine elektromagnetische Welle ist, ist die Tatsache, dass sich eine elektromagnetische Welle im Vakuum mit der gleichen Geschwindigkeit ausbreitet wie Licht.	☐	☐
e)	Eine elektromagnetische Welle der Wellenlänge 500 µm ist eine Lichtwelle im sichtbaren Bereich.	☐	☐

Lösungen

5.1 -

5.2 ...

5.3

$$\frac{\partial y}{\partial x}(x,t) = \frac{df}{dz}(z) \cdot \frac{\partial z}{\partial x}(x,t) = \frac{df}{dz}(z) \cdot 1 = \frac{df}{dz}(z)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}(x,t) = \frac{\partial}{\partial x}\frac{df}{dz}(z) = \frac{d}{dz}\frac{df}{dz}(z) \cdot \frac{\partial z}{\partial x}(x,t) = \frac{d^2 f}{dz^2}(z) \cdot 1 = \frac{d^2 f}{dz^2}(z)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t}(x,t) = \frac{df}{dz}(z) \cdot \frac{\partial z}{\partial t}(x,t) = \frac{df}{dz}(z) \cdot (-v) = -v \cdot \frac{df}{dz}(z)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}(x,t) = \frac{\partial}{\partial t}\left(-v \cdot \frac{df}{dz}(z)\right) = -v \cdot \frac{\partial}{\partial t}\frac{df}{dz}(z) = -v \cdot \frac{d}{dz}\frac{df}{dz}(z) \cdot \frac{\partial z}{\partial t}(x,t) = -v \cdot \frac{d^2 f}{dz^2}(z) \cdot (-v) = v^2 \frac{d^2 f}{dz^2}(z)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}(x,t) = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}(x,t)$$

5.4 -

5.5 a)

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = -k^2\,\hat{E}\,\sin(kx - \omega t + \varphi)$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = -\omega^2\,\hat{E}\,\sin(kx - \omega t + \varphi)$$

…

b) -

5.6 a) falsch

b) wahr

c) wahr

d) wahr

e) falsch