Aufgaben 7 Interferenz
Ungestörte Überlagerung, Interferenz, Stehende Wellen

Lernziele

- sich aus dem Studium eines schriftlichen Dokumentes neue Kenntnisse und Fähigkeiten erarbeiten können.
- einen bekannten oder neuen Sachverhalt analysieren und beurteilen können.
- eine neue Problemstellung selbstständig bearbeiten und in einer Gruppe diskutieren können.
- das Prinzip der ungestörten Überlagerung von Wellen kennen und verstehen.
- wissen und verstehen, was konstruktive und destruktive Interferenz ist.
- die Überlagerung zweier in gleiche Richtung bzw. gegeneinander laufender Wellen beschreiben können und verstehen.
- wissen und verstehen, was eine Phasendifferenz und ein Gangunterschied ist.
- den Zusammenhang zwischen der Phasendifferenz und dem Gangunterschied kennen und verstehen.
- die Interferenz zweier schräg zueinander laufender gleicher Sinuswellen verstehen.
- wissen, wie die Energie im Überkreuzungsbereich zweier Sinuswellen fliesst.
- wissen, wie eine Welle an einem festen und freien Ende eines Wellenträgers reflektiert wird.
- verstehen, wie eine stehende Welle entsteht.
- ausgewählte einfachere Problemstellungen zur Interferenz bearbeiten können.

Aufgaben

7.1 Studieren Sie im Lehrbuch KPK 3 die folgenden Abschnitte:
- 4.9 Zwei Wellen am selben Ort (Seite 34)
- 4.10 Zwei Sinuswellen – Interferenz (Seite 35)
- 4.11 Reflexion von Wellen (Seite 36)
- 4.13 Die Interferenz von Wellen (Seite 38)

7.2 Studieren Sie im Lehrbuch Tipler/Mosca den folgenden Abschnitt:
- 12.6 Überlagerung von Wellen (nur bis (und ohne) Beginn des Teils „Schwebungen", Seiten 500 bis 502)

7.3 Studieren Sie …

a) … das folgende **YouTube-Video**:
- Überlagerung und Interferenz zweier Kreiswellen

b) … das folgende **Applet**:
- Überlagerung zweier gegeneinanderlaufender Störungen

7.4 Studieren Sie zur **Interferenz** zweier Wellen …

a) … die folgenden **YouTube-Videos**:
- Überlagerung von konzentrischen Kreiswellen auf Wasser
- Interferenz zweier Lautsprecher

b) … das folgende **Applet**:
- Interferenz zweier Kreiswellen (1)

Die wandernden schwarzen Kreise symbolisieren die von den beiden Erregerzentren ausgehenden Wellenberge, die grauen Kreise die Wellentäler.

i) Beschreiben Sie die Orte, welche durch die **roten** Linien gekennzeichnet sind.

ii) Beschreiben Sie die Orte, welche durch die **blauen** Linien gekennzeichnet sind.

iii) Bestimmen Sie, wie die Anzahl der zwischen den beiden Erregerzentren liegenden roten Linien vom Abstand d der beiden Erregerzentren und von der Wellenlänge λ abhängt.

iv) (siehe nächste Seite)

iv) Begründen Sie, warum es sich bei den roten und blauen Linien (ausser bei der roten Mittelsenkrechten) um Hyperbeln handelt.

Hinweis:
- Schlagen Sie die geometrische Definition einer Hyperbel nach.

7.5 Studieren Sie zur **Reflexion** einer Welle am Ende des Wellenträgers und zur **stehenden Welle** …

a) … das folgende **YouTube-Video**:
- Wellenabschluss, Reflexion, Stehende Welle

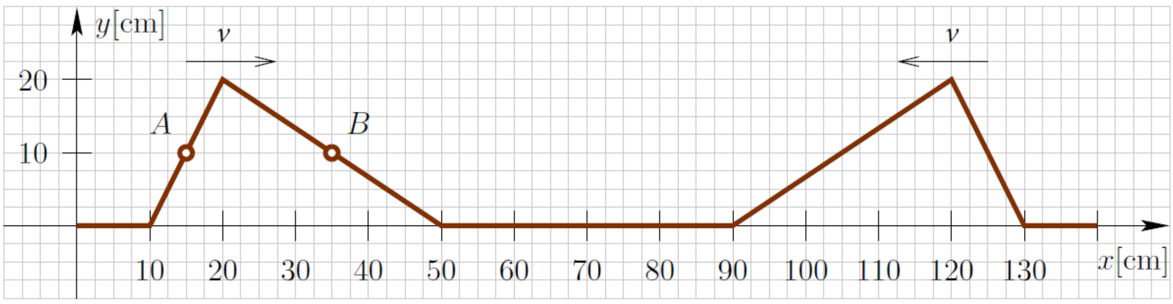
b) … das folgende **Applet**:
- Stehende Welle

i) Beobachten Sie, wie die von links einfallende rote Welle am festen bzw. losen Ende reflektiert wird. Beurteilen Sie den Unterschied zwischen der Reflexion an einem festen und der Reflexion an einem losen Ende (vgl. Teilaufgabe a)).

ii) Beobachten und beschreiben Sie die Entstehung einer stehenden Welle bei der Reflexion einer Welle an einem festen bzw. freien Ende des Wellenträgers.

iii) Beurteilen Sie, ob die stehende Welle am Ende des Wellenträgers einen Schwingungsknoten oder einen Schwingungsbauch aufweist.

7.6 Auf einem Seil nähern sich zwei Pulse mit entgegengesetzt gleichen Geschwindigkeiten v. Die Situation zum Zeitpunkt $t_0 = 0\text{s}$ ist in der folgenden Skizze dargestellt:



Die Fronten der Pulse treffen sich zum Zeitpunkt $t_1 = 500$ ms.

a) Bestimmen Sie die Geschwindigkeit v der Pulse in x-Richtung.

b) Bestimmen Sie die Geschwindigkeiten der Punkte A und B auf dem Seil in y-Richtung zum Zeitpunkt t_0.

c) Skizzieren Sie die Situation zum Zeitpunkt $t_2 = 750$ ms.

7.7 Bearbeiten Sie im Arbeitsbuch Mills zu Tipler/Mosca die folgenden Aufgaben:
12.4, 12.5

7.8 Betrachten Sie die Überlagerung zweier Sinus-Wellen, welche durch die beiden Funktionen y_1 und y_2 mit den folgenden Funktionsgleichungen beschrieben werden:

$$y_1(x,t) = \hat{y}\cdot\sin(kx - \omega t) \qquad \text{mit } \hat{y} = 0.30\text{ m},\ k = 2.0\text{ m}^{-1},\ \omega = 1.0\text{ s}^{-1}$$

$$y_2(x,t) = \hat{y}\cdot\sin(kx + \omega t) \qquad \text{mit } \hat{y} = 0.30\text{ m},\ k = 2.0\text{ m}^{-1},\ \omega = 1.0\text{ s}^{-1}$$

a) Bestimmen Sie die Periodendauer, die Frequenz und die Wellenlänge der beiden Wellen.

b) Begründen Sie schlüssig, dass die erste Welle in die positive und die zweite Welle in die negative x-Richtung läuft.

Hinweise (siehe nächste Seite)

Hinweise:
- Betrachten Sie jede Einzelwelle zu zwei nahe beieinanderliegenden Zeitpunkten t_1 und t_2 ($t_2 > t_1$).
- Überlegen Sie sich, ob sich für einen Punkt konstanter Phase, z.B. für einen Wellenberg, die x-Koordinate in der Zeitspanne von t_1 bis t_2 vergrössert oder verkleinert.
- Die Phase ist das Argument der Sinusfunktion, d.h. $kx - \omega t$ bzw. $kx + \omega t$.

c) Bilden Sie die Überlagerung der beiden Wellen:

$$y(x,t) := y_1(x,t) + y_2(x,t)$$

Interpretieren Sie das Ergebnis: Begründen Sie, dass es sich bei dieser Überlagerung um eine stehende Welle handelt.

Hinweis:
- Verwenden Sie die folgende trigonometrische Identität:
$\sin(\alpha) + \sin(\beta) \equiv 2 \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$

7.9 Eine Lichtquelle befindet sich im Koordinatenursprung A (0 cm | 0 cm | 0 cm) und eine andere Lichtquelle am Ort B (0 cm | 1.00 cm | 0 cm). Beide Lichtquellen senden periodische Sinuswellen aus. Diese haben die gleiche Frequenz und sind in Phase. Das bedeutet, dass die Wellenberge der beiden Lichtwellen die Lichtquellen gleichzeitig verlassen.

In einer Umgebung des Punktes P (50.0 m | 0 m | 0 m) wird die Lichtintensität gemessen. Dabei wird festgestellt, dass diese null wird, wenn man das Messgerät gleich weit vom Punkt weg in die positive oder negative z-Richtung bewegt.

Bestimmen Sie, was sich aus dieser Beobachtung über die …

a) … Wellenlänge der Lichtwellen aussagen lässt.

b) … Frequenz der Lichtwellen aussagen lässt.

7.10 Beurteilen Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.
Kreuzen Sie das entsprechende Kästchen an.

		wahr	falsch
a)	Zwei Wellen, überlagern sich an einem Punkt so, dass sich die Auslenkungen der beiden Einzelwellen an diesem Ort zu einer Gesamtauslenkung addieren.	☐	☐
b)	Ungestörte Überlagerung tritt nur auf, wenn die betreffenden Wellen die gleichen Frequenzen und Wellenlängen besitzen.	☐	☐
c)	Bei konstruktiver Interferenz zweier Wellen der Amplituden A_1 und A_2 entsteht eine Welle der Amplitude $A_1 + A_2$.	☐	☐
d)	Eine stehende Welle entsteht durch die Überlagerung zweier Wellen, die gegeneinander laufen.	☐	☐
e)	Eine stehende Welle kommt nur zustande, wenn die sich überlagernden Wellen die gleichen Amplituden, die gleichen Frequenzen und die gleichen Wellenlängen besitzen.	☐	☐

Lösungen

7.1 …

7.2 …

7.3 …

7.4 a) …

b) i) Orte
- mit einem Gangunterschied (Differenz der Distanzen zu den beiden Erregerzentren) $\Delta s = m \cdot \lambda$ ($m \in \mathbb{Z}$)
- konstruktiver Interferenz
- wo sich die Wellenberge bzw. die Wellentäler der beiden Kreiswellen gleichzeitig treffen

ii) Orte
- mit einem Gangunterschied $\Delta s = \lambda/2 + m \cdot \lambda$ ($m \in \mathbb{Z}$)
- destruktiver Interferenz
- wo sich jeweils ein Wellenberg der einen Kreiswelle mit einem Wellental der anderen Kreiswelle trifft

iii)
$d \le \lambda \Rightarrow$ 1 rote Linie
$\lambda < d \le 2\lambda \Rightarrow$ 3 rote Linien
$2\lambda < d \le 3\lambda \Rightarrow$ 5 rote Linien
usw.

iv) ...

7.5 a) i) Bei der Reflexion am festen Ende gibt es einen Phasensprung von einer halben Wellenlänge: Die Störung wird gespiegelt, d.h. aus einer Auslenkung nach oben wird eine Auslenkung nach unten und umgekehrt.

ii) Bei der Reflexion am freien Ende gibt es keinen Phasensprung: Die Störung wird nicht gespiegelt, d.h. sie läuft so zurück, wie sie ohne Reflexion weiterlaufen würde.

b) i) Bei der Reflexion am festen Ende gibt es einen Phasensprung von einer halben Wellenlänge: Die Welle wird gespiegelt, d.h. aus einer Auslenkung nach oben wird eine Auslenkung nach unten und umgekehrt.

Bei der Reflexion am losen Ende gibt es keinen Phasensprung: Die Welle wird nicht gespiegelt, d.h. sie läuft so zurück, wie sie ohne Reflexion weiterlaufen würde.

ii) ...

ii) festes Ende: Schwingungsknoten
freies Ende: Schwingungsbauch

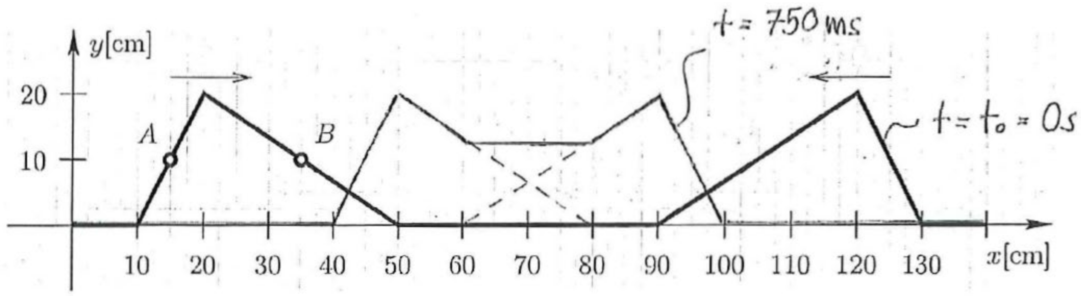
7.6 a) Die Fronten legen in der Zeitspanne $\Delta t = 500$ ms die Strecke $\Delta x = 20$ cm zurück.
$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = 40$ cm/s

b) A trifft auf x-Achse, wenn der Puls um $\Delta x = 5$ cm vorangekommen ist.
$v_A = -80$ cm/s

B erreicht die Auslenkung $y = 20$ cm, wenn der Puls um $\Delta x = 15$ cm vorangekommen ist.
$v_B = 27$ cm/s

c) (siehe nächste Seite)

c)



7.7 ...

7.8 a) $T = 2\pi$ s, $f = \frac{1}{2\pi}$ s^{-1}, $\lambda = \pi$ m

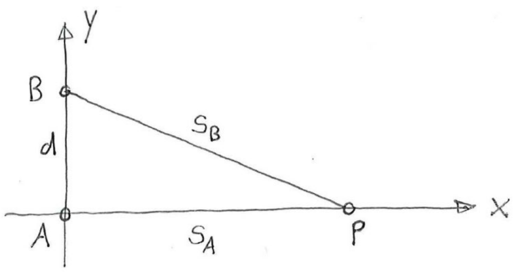
b) Erste Welle: Wenn t grösser wird, bleibt die Phase kx - ωt konstant, wenn auch x **grösser** wird. Ein Punkt gleicher Phase, z.B. ein Wellenberg, bewegt sich also in die positive x-Richtung. Die ganze Welle läuft daher in die **positive** x-Richtung.

Zweite Welle: Wenn t grösser wird, bleibt die Phase kx + ωt konstant, wenn x **kleiner** wird. Ein Punkt gleicher Phase, z.B. ein Wellenberg, bewegt sich also in die negative x-Richtung. Die ganze Welle läuft daher in die **negative** x-Richtung.

c) $y(x,t) = 2\,\hat{y}\,\sin(kx)\cos(\omega t)$

Die Variablen x und t sind voneinander „getrennt“: Die Variable x steht nur im Argument der Sinus-Funktion, die Variable t nur im Argument der Cosinus-Funktion.

7.9



Konstruktive Interferenz im Punkt P

$s_B - s_A = m\cdot\lambda$ ($m \in \mathbb{N}$)

a) Mögliche Wellenlängen:
$$\lambda = \frac{1}{m}\left(\sqrt{s_A^2 + d^2} - s_A\right) = \frac{1}{m}\cdot 1.0\ \mu\text{m}\ \ (m\in\mathbb{N})$$
mit: $s_A = 50.0$ m, $d = 1.00$ cm

b) Mögliche Frequenzen:
$$f = m\cdot\frac{c}{\sqrt{s_A^2 + d^2} - s_A} = m\cdot 3.00\cdot 10^{14}\ \text{Hz}\ \ (m\in\mathbb{N})$$
mit: $s_A = 50.0$ m, $d = 1.00$ cm, $c = 299‘792‘458$ m/s (Annahme: Lichtwelle läuft im Vakuum)

7.10 a) wahr

b) falsch

c) wahr

d) wahr

e) wahr