

## Aufgaben 11      **Beugung** **Beugung, Idealer Doppelspalt**

### Lernziele

- sich aus dem Studium eines schriftlichen Dokumentes neue Kenntnisse und Fähigkeiten erarbeiten können.
- einen bekannten oder neuen Sachverhalt analysieren und beurteilen können.
- eine neue Problemstellung selbstständig bearbeiten können.
- das Phänomen der Beugung kennen und mit Hilfe des Huygens'schen Prinzips erklären können.
- den Zusammenhang zwischen der Ausprägung der Beugung einer Welle, der Wellenlänge und den Abmessungen des beugenden Objektes kennen.
- den Zusammenhang zwischen der Gültigkeit der Strahlenoptik, der Wellenlänge des Lichtes und den Abmessungen von verwendeten Blenden, Linsen und Spiegeln kennen und verstehen.
- das Interferenzmuster bei der Beugung einer Welle an einem idealen Doppelspalt kennen und verstehen.
- die Interferenzbedingungen für das Auftreten konstruktiver und destruktiver Interferenz bei der Beugung von Licht an einem idealen Doppelspalt kennen, verstehen und anwenden können.
- den Intensitätsverlauf im Interferenzmuster bei der Beugung einer Welle an einem idealen Doppelspalt kennen und verstehen.

### Aufgaben

- 11.1      Studieren Sie im Lehrbuch KPK 3 die folgenden Abschnitte:  
- 4.14 Die Beugung von Wellen (Seite 39)  
- 5.4 Beugung an kleinen Öffnungen und Spalten (Seite 45)
- 11.2      Studieren Sie im Lehrbuch Tipler/Mosca die folgenden Abschnitte:  
- 12.5 Wellenausbreitung an Hindernissen (nur den Teil „Beugung“, ohne Übung 12.5, Seiten 497 bis 499)  
- 30.3 Interferenzmuster beim Doppelspalt (Seiten 1107 bis 1111)
- 11.3      Studieren Sie die folgenden **YouTube-Videos**:  
- [Beugung von Wellen](#) (0:36)  
- [Beugung am Spalt](#) (0:58)  
- [Beugung am Doppelspalt](#) (0:42)
- 11.4      Bearbeiten Sie im Arbeitsbuch Mills zu Tipler/Mosca die folgenden Aufgaben:  
30.10, 30.11 a) und c), 30.12
- 11.5      Der Mittelwert  $\langle y \rangle$  der Funktionswerte  $y$  einer Funktion  $f: x \mapsto y = f(x)$  über ein Intervall  $[a, b]$  ist wie folgt definiert:  
$$\langle y \rangle = \langle f(x) \rangle := \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$$
  
Für die Beugung an einem idealen Doppelspalt wird im Lehrbuch Tipler/Mosca in der Formel 30.8 (Seite 1110) die Intensität  $I$  in Abhängigkeit der Phasendifferenz  $\delta$  angegeben.  
Zeigen Sie, dass der Mittelwert  $\langle I \rangle$  der Intensität  $I$  (wie im Lehrbuch Tipler/Mosca behauptet) gleich  $2 \cdot I_0$  ist.  
Hinweise:  
- Es ist zu zeigen, dass der Mittelwert der  $\cos^2$ -Funktion gleich 0.5 ist.  
- Überlegen Sie sich, über welches  $\delta$ -Intervall integriert werden muss.
- 11.6      (siehe nächste Seite)

- 11.6 Im Lehrbuch Tipler/Mosca wird die Intensität  $I$  des Lichtes auf dem Bildschirm für die Beugung an einem idealen **Doppelspalt** hergeleitet (Seite 1110). Das von den beiden Spalten ausgehende Licht wird dabei durch die elektrischen Feldstärken  $E_1$  und  $E_2$  beschrieben:

$$E_1 = A_0 \sin(kx - \omega t)$$

$$E_2 = A_0 \sin(kx - \omega t + \delta)$$

Für die resultierende Feldstärke  $E = E_1 + E_2$ , die Amplitude  $A$  der resultierenden Feldstärke  $E$  und für die Intensität  $I$  ergibt sich

$$E = 2A_0 \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) \sin\left(kx - \omega t + \frac{\delta}{2}\right) \quad (\text{Formel 30.6})$$

$$A = 2A_0 \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) \quad (\text{Formel 30.7})$$

$$I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right) \quad (\text{Formel 30.8})$$

- a) Bestimmen Sie die relativen Maxima und Minima der Funktion  $I = I(\delta)$ . Geben Sie sowohl die entsprechenden Werte für  $\delta$  als auch die entsprechenden Werte für  $I$  an.

Betrachten Sie nun die Beugung an einem idealen **Dreifachspalt**. Das von den drei Spalten ausgehende Licht wird durch die elektrischen Feldstärken  $E_1$ ,  $E_2$  und  $E_3$  beschrieben:

$$E_1 = A_0 \sin(kx - \omega t)$$

$$E_2 = A_0 \sin(kx - \omega t + \delta)$$

$$E_3 = A_0 \sin(kx - \omega t + 2\delta)$$

- b) Bestimmen Sie die resultierende Feldstärke  $E = E_1 + E_2 + E_3$ .

Hinweise:

- Addieren Sie zuerst  $E_1$  und  $E_3$  und dann erst  $E_2$ , d.h.  $E = (E_1 + E_3) + E_2$ .
- Für die Summe  $E_1 + E_3$  können Sie die Ergebnisse beim Doppelspalt verwenden.

- c) Bestimmen Sie die Amplitude  $A$  der resultierenden Feldstärke  $E$ .
- d) Bestimmen Sie die Intensität  $I$ .
- e) Bestimmen Sie die relativen Maxima und Minima der Funktion  $I = I(\delta)$ . Geben Sie sowohl die entsprechenden Werte für  $\delta$  als auch die entsprechenden Werte für  $I$  an.
- f) Vergleichen Sie die Resultate aus den Teilaufgaben a) (Doppelspalt) und e) (Dreifachspalt).

Jede in a) und e) bestimmte Phasendifferenzen  $\delta$  entspricht einem Gangunterschied  $\Delta s = d \cdot \sin(\theta)$  bzw. einem Winkel  $\theta$  (vgl. Lehrbuch Tipler/Mosca, Abbildung 30.7, Seite 1108).

- g) Bestimmen Sie den Sinus des Winkels  $\theta_{\min}$ , bei welchem beim idealen ...

i) ... Doppelspalt ...

ii) ... Dreifachspalt ...

iii) ... N-fach-Spalt ...

... das erste Intensitätsminimum auftritt.

Hinweis:

- Das Ergebnis von iii) soll mit Hilfe der Ergebnisse aus i) und ii) vermutet werden.

- 11.7 Studieren Sie die folgenden **Applets**:

- [Beugung am Doppelspalt \(1\)](#)
- [Beugung am Doppelspalt \(2\)](#)
- [Interferenz/Beugung \(1\)](#) (Option „Slits“)
- [Interferenz/Beugung \(2\)](#)

Hinweis:

- Vergleichen Sie jeweils mit der Abbildung in der Lösung der Aufgabe 11.6 f).

- 11.8 Bearbeiten Sie zum Thema Beugung am Doppelspalt die folgenden **Aufgaben**:
- [LEIFI-Aufgabe „Obere Wellenlängengrenze beim Doppelspalt“](#)
  - [LEIFI-Aufgabe „Spaltabstand am Doppelspalt“](#)

- 11.9 Beurteilen Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.  
Kreuzen Sie das entsprechende Kästchen an.

	wahr	falsch
a) Die Beugung einer Welle kann mit Hilfe des Huygens'schen Prinzips erklärt werden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b) An einem Hindernis wird nur derjenige Teil einer Welle gebeugt, der näher als etwa eine Wellenlänge vom Hindernis entfernt liegt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c) Dass an einem Hindernis Schall mehr gebeugt wird als Licht, liegt daran, dass Licht keinen materiellen Wellenträger besitzt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d) Die in den Formeln 30.2 und 30.3 im Lehrbuch Tipler (Seite 1108) angegebenen Beziehungen für konstruktive und destruktive Interferenz bei der Beugung an einem Doppelspalt gelten nur, falls die Breiten der beiden Spalten als unendlich klein angenommen werden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e) Bei der Beugung an einem idealen Doppelspalt ist der Abstand der auf einem weit entfernten Schirm beobachteten Interferenzmaxima proportional zum Abstand der beiden Spalten des Doppelspalt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

## Lösungen

11.1 ...

11.2 ...

11.3 ...

11.4 ...

11.5 ...

Das  $\delta$ -Integrationsintervall muss die Länge  $\pi$  (oder ein ganzzahliges Vielfaches von  $\pi$ ) haben. Es muss also beispielsweise von  $\delta_1 = 0$  bis  $\delta_2 = \pi$  integriert werden.

11.6 a) Relative Maxima:  $\delta = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$   $I = 4 \cdot I_0$   
Relative Minima:  $\delta = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$   $I = 0$

b)  $E_1 + E_3 = 2A_0 \cos(\delta) \sin(kx - \omega t + \delta)$   
 $E = E_1 + E_2 + E_3 = A_0 (2 \cos(\delta) + 1) \sin(kx - \omega t + \delta)$

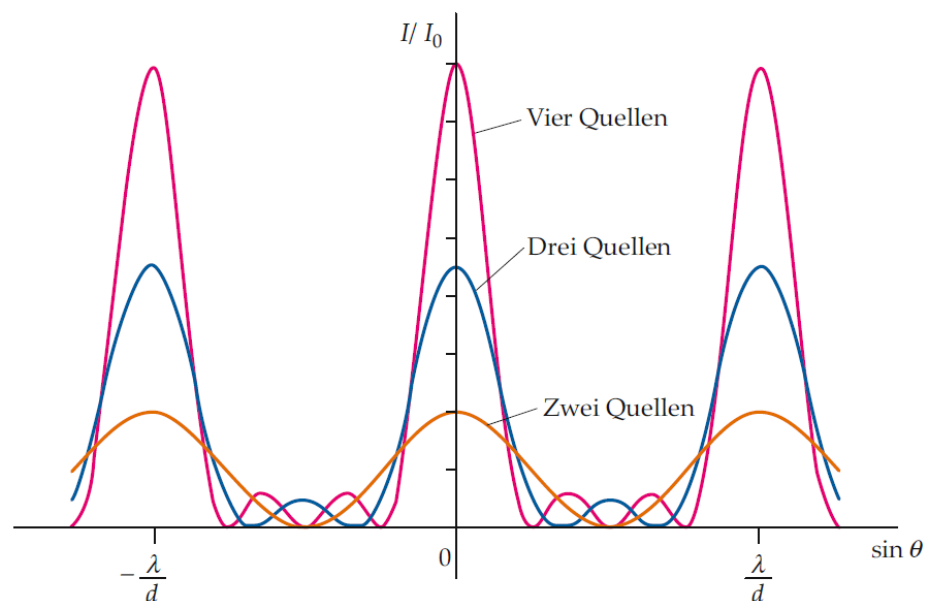
c)  $A = A_0 (2 \cos(\delta) + 1)$

d)  $I = I_0 (2 \cos(\delta) + 1)^2$

e) Relative Maxima:  $\delta = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$   $I = 9 \cdot I_0$  (Hauptmaxima)  
 $\delta = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$   $I = I_0$  (Nebenmaxima)

Relative Minima :  $\delta = \frac{2\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}, \frac{14\pi}{3}, \dots$   $I = 0$   
 $\delta = \frac{4\pi}{3}, \frac{10\pi}{3}, \frac{16\pi}{3}, \dots$   $I = 0$

f)



(Quelle: Lehrbuch Tipler/Mosca)

Bemerkung:

- In der Grafik ist  $I/I_0$  als Funktion von  $\sin(\theta)$  (statt als Funktion von  $\delta$ ) dargestellt.
- Ein Skalierungsstrich auf der  $I/I_0$ -Achse entspricht zwei Einheiten.
- In der Grafik ist auch der Fall eines idealen **Vierfachspaltes** dargestellt.

g) i)  $\delta_{\min} = \frac{2\pi}{\lambda} (\Delta s)_{\min}$   
 $(\Delta s)_{\min} = d \cdot \sin(\theta_{\min})$   
 $\delta_{\min} = \pi$  (aus a))  
-----  
 $\Rightarrow \sin(\theta_{\min}) = \frac{\lambda}{2d}$

ii)  $\delta_{\min} = \frac{2\pi}{\lambda} (\Delta s)_{\min}$   
 $(\Delta s)_{\min} = d \cdot \sin(\theta_{\min})$   
 $\delta_{\min} = \frac{2\pi}{3}$  (aus e))  
-----  
 $\Rightarrow \sin(\theta_{\min}) = \frac{\lambda}{3d}$

iii)  $\sin(\theta_{\min}) = \frac{\lambda}{N \cdot d}$

11.7 ...

11.8 ...

- 11.9 a) wahr  
b) wahr  
c) falsch  
d) wahr  
e) falsch