

Aufgaben 9 Interferenz Kohärenz, Huygens'sches Prinzip, Fermat'sches Prinzip

Lernziele

- sich aus dem Studium eines schriftlichen Dokumentes neue Kenntnisse und Fähigkeiten erarbeiten können.
- einen bekannten oder neuen Sachverhalt analysieren und beurteilen können.
- eine neue Problemstellung selbstständig bearbeiten können.
- verstehen, dass Kohärenz eine Voraussetzung für ein stationäres Interferenzbild ist.
- die verschiedenen Erklärungen von Kohärenz kennen und verstehen.
- wissen und verstehen, wie sich kohärentes Licht herstellen lässt.
- die Funktionsweise eines Michelson-Interferometers kennen und verstehen.
- das Huygens'sche Prinzip kennen, verstehen und anwenden können.
- die Herleitung des Reflexions- und des Brechungsgesetzes mit Hilfe des Huygens'schen Prinzips verstehen.
- das Fermat'sche Prinzip kennen, verstehen und anwenden können.
- die Herleitung des Reflexions- und des Brechungsgesetzes mit Hilfe des Fermat'schen Prinzips verstehen.

Aufgaben

Kohärenz

- 9.1 Studieren Sie im Lehrbuch KPK 3 die folgenden Abschnitte:
- 5.1 Kohärenz (Seite 42)
 - 5.2 Wie man kohärentes Licht herstellt (Seite 43)
 - 5.3 Auch Laserlicht genügt nicht (Seite 44)
- 9.2 Studieren Sie im Lehrbuch Tipler/Mosca den folgenden Abschnitt:
- 30.1 Phasendifferenz und Kohärenz (nur ab „Wie in Kapitel 12 gezeigt wurde, ...“, Seiten 1104 und 1105)
- 9.3 Ein Problem beim Verständnis des Begriffes „Kohärenz“ besteht darin, dass Kohärenz verschieden erklärt wird (vgl. Aufgaben 9.1 und 9.2).
- Lesen Sie dazu den folgenden Abschnitt „8.4 Kohärenz“ aus dem Zyklus „Altlasten der Physik“ des Karlsruher Physikkurses (Herrmann, F., Job, G.: Altlasten der Physik, Seiten 221 bis 223, Gesamtband als E-Book, 2020):
- (siehe nächste Seiten)

sind: Schall und Radiowellen, und man stellt dann die Frage, warum der Effekt beim Licht so klein ist. Wenn man weiß, dass Licht eine Welle ist, besteht der Erklärungsbedarf nicht für die Beugung, sondern dafür, dass Licht gewöhnlich ungebogen läuft.

[1] E. Hecht, *Optik*, Addison-Wesley, Bonn, 1989, S. 415:
„Es gibt keinen wirklichen Unterschied zwischen Interferenz und Beugung.“

8.4 Kohärenz

Gegenstand

Der Kohärenzbegriff wird in Lehrbüchern auf verschiedene Arten erklärt und kommentiert. Die folgenden Zitate entstammen verschiedenen Büchern.

- 1 „Miteinander interferierende Wellenzüge werden als kohärent bezeichnet, nicht miteinander interferierende als inkohärent.“
- 2 „Zwei Erreger, die ein gleichbleibendes Interferenzmuster erzeugen, heißen kohärent. Dazu müssen sie mit gleicher Frequenz und fester Phasendifferenz schwingen.“
- 3 „Bei einer ausgedehnten Lichtquelle, etwa einem leuchtenden Glühlampenfaden, sind die Wellenzüge, die von zwei verschiedenen Stellen des Fadens in einem Augenblick aufs Auge treffen, inkohärent, d. h., sie haben ganz verschiedene Phasen und Polarisationsrichtungen.“
- 4 „Nur Licht, das von einem Punkt einer Lichtquelle ausgegangen ist, kann zur Interferenz gebracht werden, nachdem es geteilt ist und verschiedene Wege durchlaufen hat.“
- 5 „Da das spontan emittierte Licht eines heißen Körpers von einzelnen, voneinander unabhängigen Atomen ausgestrahlt wird, ist es ausgeschlossen, dass zwei verschiedene Lichtquellen zufällig die gleiche Schwingung ausführen, also kohärente Wellenzüge ausstrahlen.“
- 6 „Ein Spalt sendet kohärentes Licht aus, solange für seine Breite d und für den Öffnungswinkel 2α seines Lichtkegels gilt

$$d \cdot \sin \alpha < \lambda/2.$$

Mängel

Mit dem Kohärenzbegriff haben nicht nur Schüler, sondern auch Studenten ihre Probleme. Die oben zitierten Erklärungen zeigen, dass das kein Wunder ist. Einige dieser Aussagen geben für sich schon Rätsel auf. Beson-

ders schwierig wird es aber, wenn man versucht, die verschiedenen Erklärungen unter einen Hut zu bringen.

Worauf bezieht sich eine Aussage über Kohärenz? Den Sätzen 1, 3 und 5 zufolge auf eine Beziehung zwischen zwei „Wellenzügen“. Was soll man aber unter einem Wellenzug verstehen? Die ganze Welle? Einen räumlichen Ausschnitt einer Welle? Welchen Ausschnitt? Nach Satz 2 drückt die Kohärenz eine Beziehung zwischen zwei „Erregern“ aus. Die Erreger müssen mit gleicher Frequenz und fester Phasendifferenz schwingen, heißt es. Demnach sollte es Erreger geben, die zwar mit gleicher Frequenz, aber doch mit sich ändernder Phasendifferenz schwingen? Wie sieht eine solche Schwingung aus? Satz 6 schließlich ordnet die Kohärenz einfach dem „Licht“ zu.

Handelt es sich hier nur um unterschiedliche Formulierungen ein und derselben Tatsache oder widersprechen sich vielleicht einige der Sätze 1 bis 6?

Satz 3 behauptet, nur Licht, das von ein und derselben Stelle kommt, sei kohärent. Satz 4 macht, auch wenn das Wort Kohärenz nicht vorkommt, eine ähnliche Aussage. Was sind aber zwei verschiedene Stellen? Wie weit dürfen die Stellen maximal voneinander entfernt sein? Satz 5 sagt es noch deutlicher: Licht, das von verschiedenen Atomen kommt, könne nicht kohärent sein. Nun benutzt man aber das Licht, das von einem Stern kommt, zur Messung des Sterndurchmessers mithilfe des Michelson'schen Sterninterferometers. Dabei bringt man Licht zur Interferenz, das von Orten des Sterns kommt, die Millionen von Kilometern voneinander entfernt sind.

Herkunft

Alle Sätze 1 bis 6 machen Aussagen entweder darüber, wie man kohärentes Licht erzeugt oder wie man die Kohärenz nachweist. Keiner sagt, wie ein kohärentes oder inkohärentes Wellenfeld selbst beschaffen ist. Wenn man nur etwas über die Quellen sagt, wie soll man dann die Kohärenz eines Wellenfeldes beurteilen, dessen Quellen man nicht kennt, z. B. die der Wasserwellen auf dem Meer?

Wir sehen hier die Tendenz, statt ein Phänomen zu beschreiben, den Herstellungsprozess oder den Nachweisprozess in den Vordergrund zu stellen. Diese Prozesse sind aber komplizierter als das Phänomen selbst. Um ein Fahrrad zu verstehen, braucht man nicht den Herstellungsprozess in der Fabrik zu kennen. Um zu verstehen, was eine Schallwelle ist, muss man nicht die Funktionsweise der Orgelpfeife oder des menschlichen Gehörs kennen. Um sich eine Anschauung vom elektrischen Feld zu bilden, braucht man nicht die Kraft auf die Probeladung zu kennen.

Eine andere Ursache der Unstimmigkeiten ist wohl die Tendenz, ein Phänomen erst dann als erklärt zu betrachten, wenn es auf eine Aussage aus dem Bereich der Atomistik zurückgeführt ist. Nun ist aber die Kohärenz eine Erscheinung, die man erschöpfend mit den Mitteln der klassischen Wellentheorie beschreiben kann. Sobald man eine Deutung aus dem Bereich der Quantenphänomene sucht, riskiert man, sich im Gestrüpp der Interpretationen und Modelle zu verlieren.

Entsorgung

Zunächst zwei allgemeine Bemerkungen zum Kohärenzbegriff:

- 1 Mehr oder weniger ausgeprägte Kohärenz ist eine Eigenschaft des Lichts. Selbstverständlich verdankt das Licht seine Eigenschaften einer Lichtquelle. Das bedeutet aber nicht, dass die Kohärenz eine Eigenschaft der Quelle ist.
- 2 Kohärenz ist eine lokale Eigenschaft des Lichts. Das bedeutet, dass eine gegebene Lichtverteilung an einer

Stelle kohärenter sein kann und im Allgemeinen auch ist, als an einer anderen. So ist das Licht, das ein Stern emittiert, unmittelbar über der Sternoberfläche räumlich maximal inkohärent, während es hier auf der Erde, also in einer großen Entfernung vom Stern, fast perfekt räumlich kohärent ist. Wenn wir sagen, Kohärenz sei eine lokale Eigenschaft des Lichts, so meinen wir nicht, dass die Kohärenz einem Punkt im mathematischen Sinn zukommt. (In diesem Sinne ist keine physikalische Größe lokal.)

Man kann die Kohärenz auf verschiedene Arten erklären. Sie manifestiert sich in jeder der Theorien, mit denen wir das Licht zu beschreiben pflegen, und das sind im Wesentlichen die geometrische Optik, die klassische Wellenoptik, die Thermodynamik und die Quantenelektrodynamik. Da es hier darum geht, den Begriff Anfängern zu erklären, wählen wir die einfachste dieser Theorien: die geometrische Optik. Anschließend wird noch angedeutet, wie sich die Erklärung in die Wellenoptik übersetzt. Von einer atomistischen oder quantenmechanischen Erklärung raten wir ab. Das ist ein Thema für die Quantenoptik-Vorlesung der Universität. Wir beschränken uns hier auch darauf, die Kohärenz qualitativ zu beurteilen, wir definieren also kein Kohärenzmaß.

Wir wollen das Licht in einem kleinen Raumbereich, direkt vor uns, beschreiben. Was für Lichtstrahlen durchkreuzen diesen Raumbereich? Wir betrachten vier besonders einfache Situationen.

Wir befinden uns im dichten Nebel. Unser Bereich wird von Lichtstrahlen aller Richtungen durchquert,

und wir haben ein Lichtgemisch, das Licht aller Spektralfarben enthält, in Abb. 8.3 angedeutet. Als Nächstes stellen wir uns vor, es sei Nacht, wieder herrsche dichter Nebel, und wir befinden uns unter einer Straßenlaterne, die spektral reines Licht emittiert. Wieder kommt das Licht aus den verschiedensten Richtungen, Abb. 8.4. Eine dritte Situation: Es sei Nacht, kein Nebel, kein Mondschein und keine Sterne. In sehr großer horizontaler Entfernung befindet sich eine Glühlampe. Alle Strahlen in unserem Raumbereich haben dieselbe Richtung, aber es ist Licht der verschiedensten Spektralfarben, Abb. 8.5. Schließlich dieselbe Situation wie eben, nur soll diesmal die Lampe spektral reines Licht aussenden, Abb. 8.6. Alle Strahlen haben jetzt dieselbe Richtung, und das ganze Licht hat dieselbe reine Spektralfarbe.

Das Licht von Abb. 8.3 ist völlig inkohärent. Das Licht von Abb. 8.4 nennt man zeitlich kohärent. „Zeitlich kohärent“ bedeutet also dasselbe wie „spektral rein“. Das Licht von Abb. 8.5 heißt räumlich kohärent.



Abb. 8.3 Alle Farben, alle Richtungen. Das Licht ist zeitlich und räumlich inkohärent.

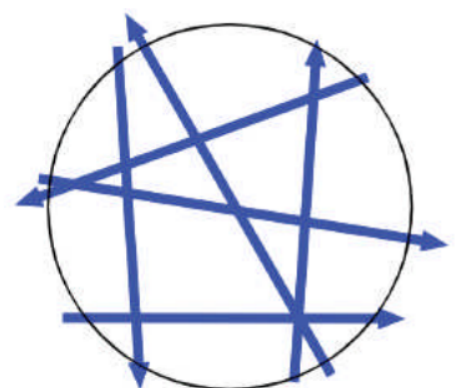


Abb. 8.4 Eine einzige Farbe, alle Richtungen. Das Licht ist zeitlich kohärent.



Abb. 8.5 Eine einzige Richtung, alle Farben. Das Licht ist räumlich kohärent.

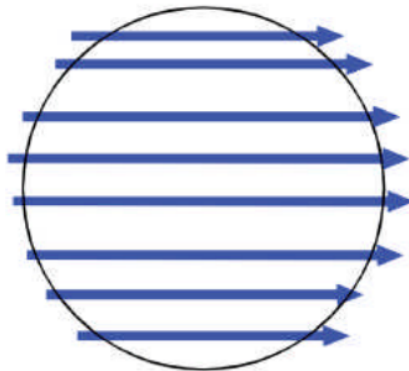


Abb. 8.6 Eine einzige Farbe, eine einzige Richtung. Das Licht ist zeitlich und räumlich kohärent.

„Räumlich kohärent“ ist also das Gegenteil von „diffus“. Das Licht von Abb. 8.6 schließlich ist zeitlich und räumlich kohärent.

Hier noch ein Gleichnis, das man den Schülern erzählen kann: Wir betrachten eine große Kiste mit vielen verschiedenen Äpfeln. Die Äpfel unterscheiden sich in zwei Eigenschaften: in der Größe und in der Farbe. Wir wollen die Äpfel sortieren. Wir beginnen damit, sie der Größe nach in 10 verschiedene Kartons einzuordnen, in jedem ein anderes Größenintervall. Die Äpfel sind jetzt, was das eine der beiden Ordnungskriterien betrifft, in jedem der Kartons einheitlich. Als Nächstes ordnen wir die Äpfel jedes Kartons nach der Farbe, indem wir sie wieder auf je 10 verschiedene, kleinere Kartons aufteilen. Insgesamt haben wir nun 100 Kartons, und in jedem befinden sich Äpfel, die nach beiden Ordnungskriterien – Größe und Farbe – einheitlich sind.

Die Übereinstimmung zwischen Äpfeln und Licht geht noch weiter. So sieht man, dass man sich aus dem gemischten Apfelhaufen nur dadurch geordnete Apfelmenge beschaffen kann, dass man alle Äpfel, die nicht

passen, aussortiert. Man kann ein Apfelmisch nicht in eine reine Apfelmenge verwandeln, genauso wie man inkohärentes Licht nicht in kohärentes verwandeln kann. Das wäre mit Entropievernichtung verbunden und würde dem zweiten Hauptsatz widersprechen. Man kann aber Apfelbäume züchten, die von vornherein nur eine Apfelsorte produzieren. Das Entsprechende geht beim Licht. Es gibt Lichtquellen, die von vornherein nur kohärentes Licht erzeugen, nämlich die Laser.

Die wellenoptische Erklärung sei hier nur angedeutet: Licht ist zeitlich kohärent, wenn die Streuung des Betrages der k -Vektoren des Lichts gering ist, es ist räumlich kohärent, wenn deren Richtungsstreuung gering ist.

Man sieht einem grafisch dargestellten Wellenfeld die Kohärenz auch direkt an. Ein ausgedehntes Wellenfeld, sagen wir von Wasserwellen auf einem See, lässt Bereiche erkennen, die aussehen wie Ausschnitte aus einer Sinuswelle mit geraden Wellenfronten. Diese Bereiche haben eine gewisse Länge und eine gewisse Breite. Die Länge ist ein Maß für die zeitliche, die Breite für die räumliche Kohärenz.

8.5 Unpolarisiertes Licht

Gegenstand

Was versteht man unter unpolarisiertem Licht? Die folgenden Zitate versuchen, eine Antwort zu geben.

- 1 „Die \vec{E} -Feldvektoren der Lichtwellen schwingen in keiner Vorzugsrichtung. Von Polarisation spricht man, wenn sich die \vec{E} -Feldvektoren in einer bestimmten Weise bewegen. Weißes Licht ist im Allgemeinen unpolarisiert.“
- 2 „... handelt es sich bei elektromagnetischer Strahlung in der Regel um die Überlagerung einer Vielzahl von Einzelwellen unterschiedlicher Lage der Schwingungsebene und relativer Phase. Das meiste in der Natur vorkommende Licht ist als thermische Strahlung zunächst unpolarisiert, das heißt, die Einzelwellen sind in ihren Eigenschaften statistisch verteilt.“
- 3 „Natürliches Licht ist in der Regel nicht polarisiert. Es entsteht durch atomare Strahlungsübergänge einer großen Anzahl von Atomen. Jedes dieser Atome strahlt eine Lichtwelle ab, deren Polarisationsrichtung statistisch im Raum verteilt ist, sodass sich die Schwingungsebene des ausgesendeten Lichts fortlaufend ändert.“

Unpolarisiertes Licht wird manchmal mit einer Skizze wie der von Abb. 8.7 veranschaulicht, offenbar einer

9.4 Die verschiedenen Erklärungen des Begriffes „Kohärenz“ können in drei Kategorien eingeteilt werden (vgl. Unterricht und Aufgaben 9.1 bis 9.3):

- A **Kohärenz einer Welle**
„Eine Welle ist kohärent.“
„Ein Wellenfeld ist kohärent.“
„Licht von einer Quelle ist kohärent.“
- B **Kohärenz zweier Wellen** (zueinander)
„Zwei Wellen sind (zueinander) kohärent.“
„Lichter von zwei Quellen sind (zueinander)kohärent.“
- C **Kohärenz zweier Quellen**
„Zwei Quellen sind kohärent.“

Betrachten Sie die untenstehenden fünf Aussagen I bis V. Beurteilen Sie jeweils, ...

- a) ... welcher Kategorie A bis C die Aussage zugeordnet werden kann.
b) ... ob die Aussage wahr oder falsch ist.

Aussagen:

- I Zwei Kerzen sind ein paar kohärenter Lichtquellen.
II Eine Punktquelle und ihr von einem ebenen Spiegel erzeugtes Spiegelbild sind ein Paar kohärenter Lichtquellen.
III Zwei von derselben Punktquelle beleuchtete Öffnungen in einer Wand sind ein Paar kohärenter Lichtquellen.
IV Die Kohärenzlänge in einer Welle, die aus einem Gemisch von Sinuswellen verschiedener Wellenlängen besteht, ist umgekehrt proportional zum Bereich, in welchem die Wellenlängen liegen.
V Zwei oder mehr Wellen, die an einen gemeinsamen Ort gelangen, überlagern sich nur, falls die Wellen kohärent sind.

9.5 Bei einem Michelson-Interferometer beobachtet man beim Bewegen eines Spiegels um 0.125 mm das Durchlaufen von 344 Interferenzstreifen.

Bestimmen Sie die Wellenlänge des Lichts.

9.6 Ein Michelson-Interferometer wird mit Licht der Wellenlänge 589 nm betrieben.

Bestimmen Sie, wie weit ein Spiegel verschoben werden muss, damit 750 Interferenzstreifen durch eine Referenzposition laufen.

Huygens'sches Prinzip

9.7 Studieren Sie im Lehrbuch Tipler/Mosca den folgenden Abschnitt:
- 12.5 Wellenausbreitung an Hindernissen (nur den Teil „Das Huygens'sche Prinzip“, Seiten 492 und 493)

9.8 Studieren Sie im Lehrbuch Tipler/Mosca den folgenden Abschnitt:
- 28.4 Herleitung des Reflexions- und des Brechungsgesetzes (nur den Teil „Huygens'sches Prinzip“, Seiten 1041 und 1042)

Hinweis:

- In der Abb. 28.26 (Lehrbuch Tipler/Mosca, Seite 1041) sollten die Wellenausbreitungsgeschwindigkeiten mit $c_{n,1}$ und $c_{n,2}$ bezeichnet sein, nicht mit $v_{n,1}$ und $v_{n,2}$.

9.9 (siehe nächste Seite)

9.9 Studieren Sie die folgenden **Applets**:

- [Reflexion und Brechung von Wellen \(Huygens'sches Prinzip\) \(1\)](#)

- i) Führen Sie jeden Schritt aus.
- ii) Studieren Sie jeweils den zu jedem Schritt gehörigen Text im Fenster unten rechts.

- [Reflexion und Brechung von Wellen \(Huygens'sches Prinzip\) \(2\)](#)

9.10 Betrachten Sie eine ebene Welle, welche auf einen sphärischen Hohlspiegel trifft und an dessen Oberfläche reflektiert wird.

Konstruieren Sie mit Hilfe des Huygens'schen Prinzips die Form der Wellenfront der reflektierten Welle.

Hinweise:

- Betrachten Sie eine Projektion der Situation auf eine Ebene, in welcher die optische Achse des Hohlspiegels liegt. In dieser Projektion erscheint der Hohlspiegel als Halbkreis und die Fronten der einfallenden ebenen Welle als Geraden.
- Betrachten Sie den Zeitpunkt, zu welchem die einfallende Welle den Scheitelpunkt des Hohlspiegels erreicht. Zu diesem Zeitpunkt breiten sich bereits Elementarwellen aus, die bei der Reflexion in allen anderen Punkten des Hohlspiegels erzeugt wurden.
- Überlegen Sie sich, wie weit all diese Elementarwellen schon gekommen sind.
- Überlagern Sie all diese Elementarwellen zur neuen reflektierten Wellenfront.

9.11 Beurteilen Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.
Kreuzen Sie das entsprechende Kästchen an.

	wahr	falsch
a) Die Form der Wellenfront einer reflektierten, ebenen Welle kann mit Hilfe des Huygens'schen Prinzips bestimmt werden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b) Beim Huygens'schen Prinzip wird die Überlagerung der Elementarwellen in Rückwärtsrichtung ignoriert.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c) Die Herleitung des Brechungsgesetzes mit Hilfe des Huygens'schen Prinzips ist nur gültig bei der Brechung einer Welle an einer Grenzfläche zu einem Medium, in welchem die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle kleiner ist als im ursprünglichen Medium.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d) Das Huygens'sche Prinzip gilt bei ebenen Wellen und bei Kreiswellen, nicht aber bei Wellen mit anderen Formen der Wellenfronten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e) Bei der Herleitung des Brechungsgesetzes mit Hilfe des Huygens'schen Prinzips wird die Gültigkeit des Reflexionsgesetzes vorausgesetzt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Fermat'sches Prinzip

9.12 Studieren Sie im Lehrbuch Tipler/Mosca den folgenden Abschnitt:

- 12.5 Wellenausbreitung an Hindernissen (nur den Teil „Das Fermat'sche Prinzip“, Seite 493)

9.13 Studieren Sie im Lehrbuch Tipler/Mosca den folgenden Abschnitt:

- 28.4 Herleitung des Reflexions- und des Brechungsgesetzes (nur den Teil „Fermat'sches Prinzip“, Seiten 1042 und 1043)

Lösungen

9.1 ...

9.2 ...

9.3 ...

- 9.4 a) I C
 II C
 III C
 IV A
 V B
- b) I falsch
 II wahr
 III wahr
 IV wahr
 V falsch

9.5 $2d = m \cdot \lambda$, wobei: $d = 0.125 \text{ mm}$, $m = 344$
 $\lambda = 727 \text{ nm}$

9.6 $2d = m \cdot \lambda$, wobei: $m = 750$, $\lambda = 589 \text{ nm}$
 $d = 221 \text{ }\mu\text{m}$

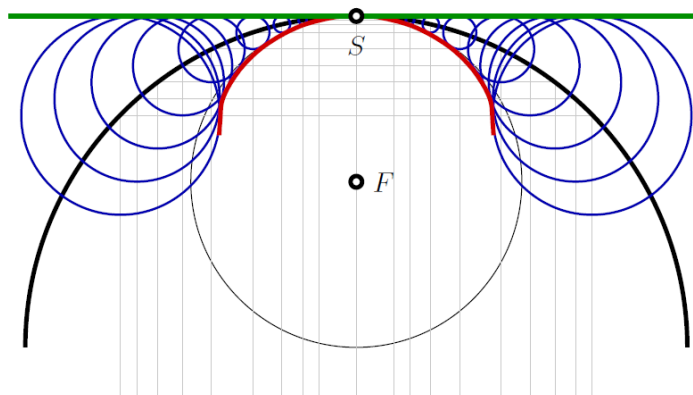
9.7 ...

9.8 ...

9.9 ...

9.10

Wir betrachten eine *ebene Welle*, welche auf einen Kugelhohlspiegel stösst und an dessen Oberfläche reflektiert wird. Die Situation ist in der folgenden Skizze dargestellt.



Um die *Wellen-Front* der *reflektierten Welle* mit Hilfe des Prinzips von HUYGENS-FRESNEL zu skizzieren, gehen wir nach folgenden Schritten vor.

- S1** Wir skizzieren einen Halbkreis (schwarz), welcher die Projektion des Kugelhohlspiegels auf die Ebene darstellt. Die *ebene Welle* läuft in der Skizze von unten nach oben ein.
- S2** Wir zeichnen, ausgehend vom *Scheitel-Punkt S* des Halbkreises nach unten, in regelmässigen Abständen ein paar horizontale Hilfslinien (grau) ein und verlängern diese jeweils von ihrem Schnittpunkt mit dem Halbkreis nach unten.
- S3** Wir betrachten nun den Zeitpunkt, wenn die einlaufende *ebene Welle* gerade den *Scheitel-Punkt S* in der Skizze erreicht hat. Wenn wir uns den Kugelhohlspiegel wegdenken, dann wäre die *Wellen-Front* jetzt auf der Höhe der grünen Linie.
- S4** Um alle Schnittpunkte der Hilfslinien (grau) mit dem Halbkreis (schwarz) zeichnen wir jeweils die Projektion einer *elementaren Kugel-Welle* (blau), dessen Peripherie bis zur grünen Linie reicht.
- S5** Die *reflektierte Wellen-Front* ist die Kurve (rot), welche sich innerhalb des Halbkreises an die *elementaren Kugel-Wellen* anschmiegt. Sie kann in der Nähe des *Scheitel-Punktes S* durch einen Kreis (schwarz) mit Mittelpunkt am vermeintlichen *Brenn-Punkt F* angenähert werden.

Die *reflektierte Welle* ist offensichtlich weder eine *ebene Welle*, noch verläuft sie exakt durch einen *Brenn-Punkt*.

- 9.11 a) wahr
b) wahr
c) falsch
d) falsch
e) falsch

9.12 ...

9.13 ...