

## Aufgaben 11      Optische Instrumente Schwinkel, Winkelvergrößerung, Lupe

### Lernziele

- sich aus dem Studium eines schriftlichen Dokumentes neue Kenntnisse und Fähigkeiten erarbeiten können.
- einen bekannten oder neuen Sachverhalt analysieren und beurteilen können.
- aus einem Experiment neue Erkenntnisse gewinnen können.
- eine neue Problemstellung selbstständig bearbeiten und in einer Gruppe diskutieren können.
- wissen und verstehen, was ein Schwinkel ist.
- den grundlegenden Zweck eines optischen Instrumentes kennen und verstehen.
- wissen und verstehen, was die Winkelvergrößerung eines optischen Instrumentes ist.
- den Zusammenhang zwischen der Winkelvergrößerung eines optischen Instrumentes und der Grösse des reellen Bildes eines Gegenstandes auf der Augennetzhaut.
- die Funktionsweise einer Lupe kennen und verstehen.
- die Winkelvergrößerung einer Lupe bestimmen können.

### Aufgaben

#### Sehwinkel, Winkelvergrößerung

- 11.1      Studieren Sie die folgenden Ausschnitte aus den Kapiteln „Das Auge“ und „Vergrößernde optische Instrumente“ aus dem Lehrbuch Demtröder (Demtröder, Experimentalphysik 2, Seiten 277 bis 286, ISBN 978-3-642-29943-8):

Je näher man einen Gegenstand an das Auge heranbringt, desto größer erscheint er uns, d. h. desto größer wird der Winkel  $\varepsilon$  zwischen den Lichtstrahlen von den Randpunkten des Gegenstandes (Abb. 11.6).

(...)

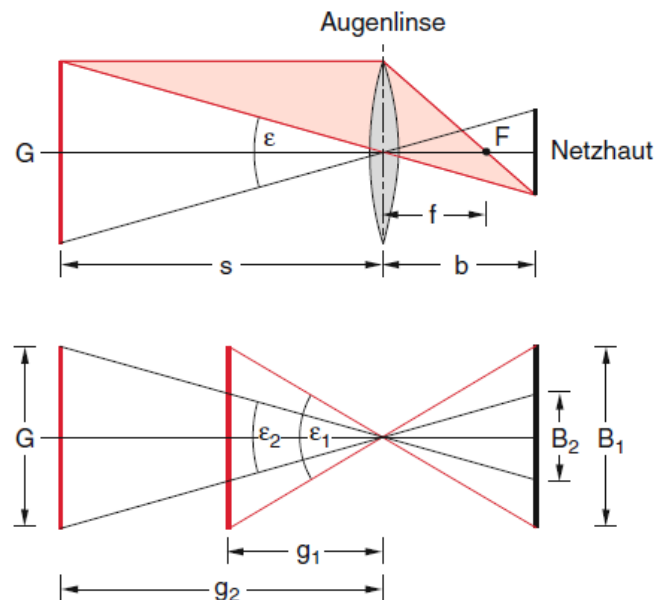


Abbildung 11.6 Zur Definition des Sehwinkels  $\varepsilon$

(...)

(Fortsetzung siehe nächste Seite)

Die Aufgabe vergrößernder optischer Instrumente ist es, den Schinkel  $\varepsilon$  zu vergrößern, ohne die deutliche Sehweite  $s_0$  für das Auge zu unterschreiten. Als **Winkelvergrößerung**  $V$  des Instruments wird der Quotient

$$V = \frac{\text{Schinkel } \varepsilon \text{ mit Instrument}}{\text{Schinkel } \varepsilon_0 \text{ ohne Instrument}}$$

definiert.

Vergrößernde Instrumente erlauben deshalb, feinere Details eines Gegenstandes noch zu erkennen, die ohne das Instrument für das Auge nicht auflösbar wären, wenn ihr Schinkel  $\varepsilon_0$  bei der deutlichen Sehweite  $s_0$  kleiner als  $l'$  ist.

**Man beachte:** Die Winkelvergrößerung  $\varepsilon/\varepsilon_0$  ist im Allgemeinen nicht dasselbe wie der Abbildungsmaßstab  $B/G$ , der definiert ist als Verhältnis von Bildgröße  $B$  zu Gegenstandsgröße  $G$ .

11.2 Ein Gegenstand wird dann vom Auge scharf gesehen, wenn ein reelles Bild des Gegenstandes auf der Netzhaut entsteht. Die Bildgröße  $B$  dieses reellen Bildes auf der Netzhaut hängt vom Schinkel  $\varepsilon$  ab.

a) Zeigen Sie mit Hilfe der Abbildung 11.6 in der Aufgabe 11.1, dass gilt:

$$B \sim \tan\left(\frac{\varepsilon}{2}\right)$$

bzw. für kleine  $\varepsilon$ :

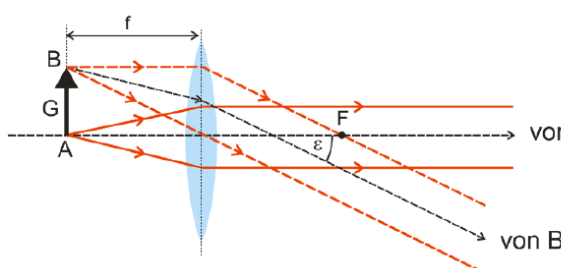
$$B \sim \varepsilon$$

b) Zeigen Sie, dass die Winkelvergrößerung  $V$  eines optischen Instrumentes ausdrückt, um welchen Faktor das reelle Bild auf der Netzhaut grösser ist, wenn der Gegenstand durch das optische Instrument hindurch betrachtet wird statt von blossem Auge.

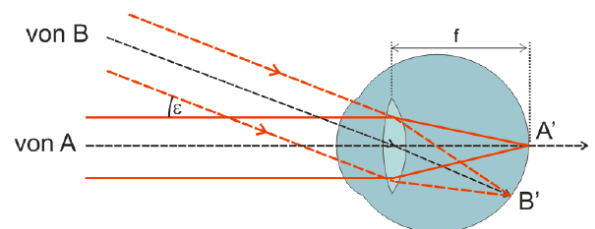
### Lupe

11.3 Studieren Sie den folgenden Text zur Funktionsweise einer Lupe:

Die Lupe ist eine Sammellinse kurzer Brennweite und dient zum Betrachten kleiner Objekte. Die Lupe wird in der Regel so zwischen Auge und Gegenstand gehalten, dass der Gegenstand in der Brennebene der Linse liegt. Dadurch erzeugt die Lupe ein unendlich weit entferntes virtuelles Bild des Gegenstandes. Es gelangen also parallele Lichtstrahlen ins Auge, und der Gegenstand erscheint dem Auge im Unendlichen zu liegen, d.h. das Auge kann sich auf unendliche Entfernung einstellen (ohne Akkomodation), so dass es dabei völlig entspannt ist:



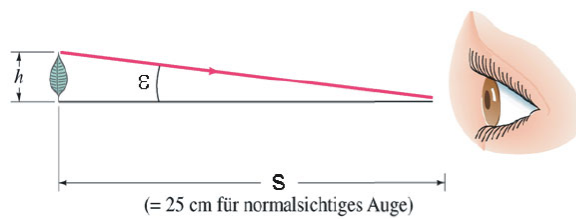
a) Strahlengang der Lupe



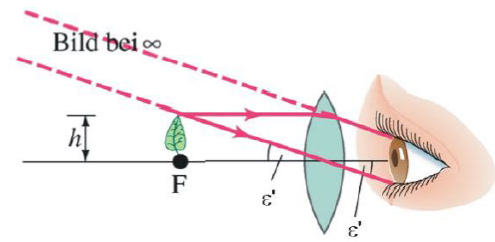
b) Wirkung der Augenoptik

(Fortsetzung siehe nächste Seite)

Die Vergrößerungswirkung der Lupe erklärt sich nun so: Ohne Lupe sieht das Auge einen Gegenstand unter dem Schinkel  $\varepsilon$ , wenn sich das Objekt in der Entfernung der deutlichen Sehweite  $s$  befindet. Mit Lupe beträgt der Schinkel  $\varepsilon'$ , wenn sich der Gegenstand in der Brennebene der Lupe, d.h. im Abstand  $f$  vor der Lupe befindet:



a) deutliche Sehweite



b) Vergrößerung des Schinkels

Für die beiden Schinkel  $\varepsilon$  und  $\varepsilon'$  gilt:

$$\varepsilon \approx \tan(\varepsilon) = \frac{h}{s} \quad \text{bzw.} \quad \varepsilon' \approx \tan(\varepsilon') = \frac{h}{f}$$

und folglich für die Winkelvergrößerung  $V_L$  der Lupe:

$$V_L = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} = \frac{s}{f}$$

- 11.4 Wenn sich ein Gegenstand im Abstand der Brennweite vor einer Lupe befindet, erzeugt die Lupe ein unendlich weit entferntes virtuelles Bild des Gegenstandes (vgl. Text in der Aufgabe 11.3).

Befindet sich der Gegenstand etwas näher vor der Lupe, entsteht ein virtuelles Bild in endlicher Entfernung. Die Lichtstrahlen eines Objektpunktes verlaufen dann hinter der Lupe nicht mehr parallel, sondern laufen etwas auseinander. Durch Akkomodation kann trotzdem ein reelles Bild auf der Netzhaut des Auges entstehen.

Bestimmen Sie den minimalen Abstand  $g$  eines Gegenstandes vor einer Lupe der Brennweite  $f$ , damit das Auge bei einer deutlichen Sehweite  $s_0$  den Gegenstand gerade noch scharf sehen kann.

- allgemein algebraisch
- für die Zahlenwerte  $f = 100 \text{ mm}$ ,  $s_0 = 25 \text{ cm}$

Hinweise:

- Betrachten Sie sowohl die Lupe als auch das Auge (d.h. die Gesamtheit aller lichtbrechenden Teile des Auges) als dünne Linsen.
- Vernachlässigen Sie den Abstand  $d$  zwischen der Lupe und dem Auge, d.h. es gelte  $d \approx 0$ .

### 11.5 Experimente Posten 1: Lupe (30 min)

- Lupe freihändig*  
(Linse  $f = 100 \text{ mm}$ , Blatt mit sehr kleiner Schrift)
  - Halten Sie ein Blatt Papier mit sehr kleiner Schrift etwa  $50 \text{ cm}$  vor Ihre Augen, und nähern Sie das Blatt langsam Ihren Augen. Beobachten Sie das Schriftbild bei immer kleiner werdender Entfernung. Bestimmen Sie den Nahpunkt bzw. die deutliche Sehweite Ihrer Augen.
  - Legen Sie das Blatt auf den Tisch. Halten Sie die Lupe (Linse) zwischen das Blatt und das Auge. Variieren Sie die Abstände Lupe-Schrift und Auge-Lupe, und beobachten Sie jeweils die Grösse des virtuellen Bildes der Schrift.

*Alternative zum Experiment*  
keine

- (siehe nächste Seite)

- b) *Lupe auf optischer Profilbank*  
(Optische Profilbank, Linsen  $f = +50/+100$  mm, Strichmuster mit 2 Strichen, Strichmuster mit 10 Strichen)

Auf der optischen Bank ist eine Lupe der Brennweite 50 mm montiert (bei der Marke 55 cm). Im Abstand der Brennweite befindet sich ein Strichmuster mit 2 Strichen (bei der Marke 50 cm) und im Abstand der deutlichen Sehweite (bei der Marke 30 cm, d.h. 25 cm von der Lupe entfernt) ein Strichmuster mit 10 Strichen.

- i) Nähern Sie Ihr rechtes Auge der Linse, bis Sie das Strichmuster mit 2 Strichen scharf sehen. Blicken Sie gleichzeitig mit Ihrem linken Auge an der Linse vorbei auf das Strichmuster mit 10 Strichen. Zählen Sie, wieviele Abstände zwischen den Strichen auf dem Strichmuster mit 10 Strichen dem Abstand der beiden Striche auf dem Strichmuster mit 2 Strichen entsprechen. Vergleichen Sie diese Zahl mit der Winkelvergrößerung  $V_L$  der Lupe.
- ii) Wiederholen Sie den gleichen Versuch mit der Linse der Brennweite 100 mm. Das Strichmuster mit 2 Linien soll nun aber zur Marke 45 cm hin verschoben werden, damit sich dieses in der Brennebene der Linse befindet.

***Alternative zum Experiment***

*Im Unterricht wird ein Bild des Experimentes gezeigt.*

- 11.6 Bearbeiten Sie im Arbeitsbuch Mills zu Tipler/Mosca die folgende Aufgabe:  
29.8

- 11.7 Beurteilen Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.  
Kreuzen Sie das entsprechende Kästchen an.

	wahr	falsch
a) Der Hauptzweck einer Lupe ist die Vergrößerung des Seh winkels.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b) Eine Lupe erzeugt immer ein virtuelles Bild des Gegenstandes im Unendlichen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c) Eine Lupe kann nur als „Vergrößerungsglas“ verwendet werden, wenn ihre Brennweite kleiner ist als die deutliche Sehweite des Betrachterauges.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d) Die Winkelvergrößerung einer Lupe gibt an, um welchen Faktor das reelle Bild auf der Netzhaut grösser ist als der Gegenstand.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e) Die Winkelvergrößerung hat keine physikalische Einheit.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**Lösungen**

11.1 ...

11.2 a)  $\tan\left(\frac{\varepsilon}{2}\right) = \frac{B}{b}$   
 $\Rightarrow B = 2b \tan\left(\frac{\varepsilon}{2}\right) \sim \tan\left(\frac{\varepsilon}{2}\right) \approx \frac{\varepsilon}{2} \sim \varepsilon$

b) ...

11.3 ...

11.4 a)  $f_A$  := Brennweite des Auges bei maximal möglicher Akkomodation  
 $f_{\text{tot}}$  := Brennweite des Linsensystems Lupe-Auge bei maximal möglicher Akkomodation  
 $b$  := Bildweite im Auge = Abstand Hornhaut-Netzhaut

ohne Lupe:  $\frac{1}{s_0} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f_A}$

mit Lupe:  $\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f_{\text{tot}}}$   
 $\frac{1}{f_{\text{tot}}} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f_A}$

-----  
 $\Rightarrow g = \frac{f}{f + s_0} s_0$

b)  $g = \frac{f}{f + s_0} s_0 = 7.1 \text{ cm}$

11.5 a) ...

b) i)  $V_L = \frac{s_0}{f} = \frac{25 \text{ cm}}{50 \text{ mm}} = 5.0$

ii)  $V_L = \frac{s_0}{f} = \frac{25 \text{ cm}}{100 \text{ mm}} = 2.5$

11.6 ...

11.7 a) wahr

b) falsch

c) wahr

d) falsch

e) wahr