# Aufgaben 10 Beugung
# Beugung, Idealer Doppelspalt

## Lernziele

- sich aus dem Studium eines schriftlichen Dokumentes neue Kenntnisse und Fähigkeiten erarbeiten können.
- einen bekannten oder neuen Sachverhalt analysieren und beurteilen können.
- aus einem Experiment neue Erkenntnisse gewinnen können.
- eine neue Problemstellung selbstständig bearbeiten und in einer Gruppe diskutieren können.
- das Phänomen der Beugung kennen und mit Hilfe des Huygens'schen Prinzips erklären können.
- den Zusammenhang zwischen der Ausprägung der Beugung einer Welle, der Wellenlänge und den Abmessungen des beugenden Objektes kennen.
- den Zusammenhang zwischen der Gültigkeit der Strahlenoptik, der Wellenlänge des Lichtes und den Abmessungen von verwendeten Blenden, Linsen und Spiegeln kennen und verstehen.
- das Interferenzmuster bei der Beugung einer Welle an einem idealen Doppelspalt kennen und verstehen.
- die Interferenzbedingungen für das Auftreten konstruktiver und destruktiver Interferenz bei der Beugung von Licht an einem idealen Doppelspalt kennen, verstehen und anwenden können.
- den Intensitätsverlauf im Interferenzmuster bei der Beugung einer Welle an einem idealen Doppelspalt kennen und verstehen.

## Aufgaben

10.1 Studieren Sie im Lehrbuch KPK 3 die folgenden Abschnitte:
- 4.14 Die Beugung von Wellen (Seite 39)
- 5.4 Beugung an kleinen Öffnungen und Spalten (Seite 45)

10.2 Studieren Sie im Lehrbuch Tipler/Mosca die folgenden Abschnitte:
- 12.5 Wellenausbreitung an Hindernissen (nur den Teil „Beugung“, Seiten 486 und 487)
- 30.3 Interferenzmuster beim Doppelspalt (Seiten 1089 bis 1093)

10.3 **Experimente Posten 1: Beugung am Doppelspalt** (30 min)

(Optische Profilbank, Leuchte, Farbfilter Rot, Linsen f = +50/+300/+300 mm, Leuchtspalt, Blende mit 4 Doppelspalten, Beobachtungsoptik (Lupe mit Skala))

Beobachten Sie durch die Beobachtungsoptik hindurch das Interferenzbild, welches durch Beugung an einem Doppelspalt entsteht.

Die Beobachtungsoptik ist so positioniert, dass der Leuchtspalt auf der Beobachtungsebene scharf abgebildet ist.

Die 4 Doppelspalten sind wie folgt dimensioniert:
- Doppelspalt 1: Breite eines Einzelspaltes b = 0.2 mm, Abstand der beiden Spalten g = 0.25 mm
- Doppelspalt 2: Breite eines Einzelspaltes b = 0.1 mm, Abstand der beiden Spalten g = 0.25 mm
- Doppelspalt 3: Breite eines Einzelspaltes b = 0.1 mm, Abstand der beiden Spalten g = 0.5 mm
- Doppelspalt 4: Breite eines Einzelspaltes b = 0.1 mm, Abstand der beiden Spalten g = 1.0 mm

a) Bearbeiten Sie bei rotem Licht für alle vier Doppelspalten die folgenden Aufgaben:

i) Messen Sie den Abstand der Interferenzstreifen.

ii) Beschreiben und vergleichen Sie die Breite und die Helligkeit der Interferenzstreifen.

iii) Messen Sie den Abstand $d_1$ des Interferenzstreifens 1. Ordnung von der optischen Achse.

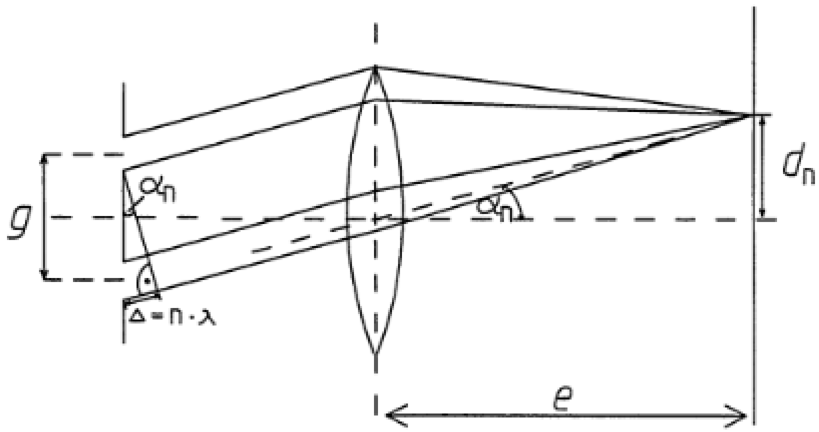
iv) Messen Sie den Abstand e der Beobachtungsoptik von der letzten Linse.

v) Bestimmen Sie die Wellenlänge $\lambda$ des roten Lichtes.

Hinweis: (siehe nächste Seite)

Hinweis:
- Aus der untenstehenden Grafik kann für kleine Winkel $\alpha_n$ ($\sin(\alpha_n) \approx \tan(\alpha_n)$) die folgende Gleichung zur Berechnung der Wellenlänge $\lambda$ gewonnen werden:

$$\lambda = \frac{g \cdot d_n}{n \cdot e}$$




vi) Die Interferenzstreifen höherer Ordnung weisen farbige (nicht rote) Ränder auf. Erklären Sie dieses Phänomen.

b) Beobachten Sie das Interferenzbild für einen beliebigen Doppelspalt bei weissem Licht.

i) Vergleichen Sie die Interferenzbilder bei weissem und bei rotem Licht.

ii) Erklären Sie die farbigen Ränder der Interferenzstreifen.

c) Ein realer Doppelspalt besteht immer aus zwei Einzelspalten mit einer endlichen Breite. In der theoretischen Abhandlung der Beugung an einem Doppelspalt wird ein Einzelspalt jedoch als unendlich schmal angenommen.

Beurteilen Sie den Unterschied zwischen den theoretisch hergeleiteten und den hier experimentell beobachteten Interferenzbildern.

***Alternative zu den Experimenten***
*Ein Bild zu den Experimenten wird im Unterricht gezeigt.*

10.4 **Experimente Posten 2: Beugung an Hindernissen** (10 min)

Beobachten Sie auf der Wellenwanne die Beugung einer geraden Wasserwelle an verschiedenen Hindernissen:

a) Beugung an einer Kante

Vergleichen Sie Ihre Beobachtungen mit der Abbildung 4.44 im Lehrbuch KPK 3 (Seite 39).

***Alternative zum Experiment***
*Studieren Sie das folgende* ***YouTube-Video****. Sie finden das Video unter*
*http://www.thomasborer.ch → Physik → Dokumente/Applets/Links*
*- Beugung von Wellen*

b) Beugung an einem Spalt

Vergleichen Sie Ihre Beobachtungen mit den Abbildungen 12.30 und 12.32 im Lehrbuch Tipler/Mosca (Seiten 486 und 487) und der Abbildung 5.11 im Lehrbuch KPK 3 (Seite 45).

***Alternative zum Experiment***
*Studieren Sie das folgende* ***YouTube-Video****. Sie finden das Video unter*
*http://www.thomasborer.ch → Physik → Dokumente/Applets/Links*
*- Beugung am Spalt*

c) (siehe nächste Seite)

b) Beugung an einem Doppelspalt

***Alternative zum Experiment***
*Studieren Sie das folgende* ***YouTube-Video****. Sie finden das Video unter*
*http://www.thomasborer.ch → Physik → Dokumente/Applets/Links*
*- Beugung am Doppelspalt*

d) ... (weitere mögliche Hindernisse)

10.5 Bearbeiten Sie im Arbeitsbuch Mills zu Tipler/Mosca die folgenden Aufgaben:
A30.10, A30.11 a) und c), A30.12

10.6 Der Mittelwert <y> der Funktionswerte y einer Funktion f: $x \longmapsto y = f(x)$ über ein Intervall [a,b] ist wie folgt definiert:

$$\langle y\rangle = \langle f(x)\rangle := \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$$

Für die Beugung an einem idealen Doppelspalt wird im Lehrbuch Tipler/Mosca in der Formel 30.8 (Seite 1091) die Intensität I in Abhängigkeit der Phasendifferenz δ angegeben.

Zeigen Sie, dass der Mittelwert <I> der Intensität I (wie im Lehrbuch Tipler/Mosca behauptet) gleich $2 \cdot I_0$ ist.

Hinweise:
- Es ist zu zeigen, dass der Mittelwert der $\cos^2$-Funktion gleich 0.5 ist.
- Überlegen Sie sich, über welches δ-Intervall integriert werden muss.

10.7 Im Lehrbuch Tipler/Mosca wird die Intensität I des Lichtes auf dem Bildschirm für die Beugung an einem idealen **Doppelspalt** hergeleitet (Seite 1091). Das von den beiden Spalten ausgehende Licht wird dabei durch die elektrischen Feldstärken $E_1$ und $E_2$ beschrieben:

$$E_1 = A_0 \sin(kx - \omega t)$$

$$E_2 = A_0 \sin(kx - \omega t + \delta)$$

Für die resultierende Feldstärke $E = E_1 + E_2$, die Amplitude A der resultierenden Feldstärke E und für die Intensität I ergibt sich

$$E = 2A_0 \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) \sin\left(kx - \omega t + \frac{\delta}{2}\right) \qquad \text{(Formel 30.6)}$$

$$A = 2A_0 \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) \qquad \text{(Formel 30.7)}$$

$$I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right) \qquad \text{(Formel 30.8)}$$

a) Bestimmen Sie die relativen Maxima und Minima der Funktion $I = I(\delta)$. Geben Sie sowohl die entsprechenden Werte für δ als auch die entsprechenden Werte für I an.

Betrachten Sie nun die Beugung an einem idealen **Dreifachspalt**. Das von den drei Spalten ausgehende Licht wird durch die elektrischen Feldstärken $E_1$, $E_2$ und $E_3$ beschrieben:

$$E_1 = A_0 \sin(kx - \omega t)$$

$$E_2 = A_0 \sin(kx - \omega t + \delta)$$

$$E_3 = A_0 \sin(kx - \omega t + 2\delta)$$

b) Bestimmen Sie die resultierende Feldstärke $E = E_1 + E_2 + E_3$.

Hinweise:
- Addieren Sie zuerst $E_1$ und $E_3$ und dann erst $E_2$, d.h. $E = (E_1 + E_3) + E_2$.
- Für die Summe $E_1 + E_3$ können Sie die Ergebnisse beim Doppelspalt verwenden.

c) Bestimmen Sie die Amplitude A der resultierenden Feldstärke E.

d) (siehe nächste Seite)

d) Bestimmen Sie die Intensität I.

e) Bestimmen Sie die relativen Maxima und Minima der Funktion $I = I(\delta)$. Geben Sie sowohl die entsprechenden Werte für $\delta$ als auch die entsprechenden Werte für I an.

f) Vergleichen Sie die Resultate aus den Teilaufgaben a) (Doppelspalt) und e) (Dreifachspalt).

Jede in a) und e) bestimmte Phasendifferenzen $\delta$ entspricht einem Gangunterschied $\Delta s = d \cdot \sin(\theta)$ bzw. einem Winkel $\theta$ (vgl. Lehrbuch Tipler/Mosca, Abbildung 30.7, Seite 1091).

g) Bestimmen Sie den Sinus des Winkels $\theta_{min}$, bei welchem beim idealen ...

i) ... Doppelspalt ...

ii) ... Dreifachspalt ...

iii) ... N-fach-Spalt ...

... das erste Intensitätsminimum auftritt.

Hinweis:
- Das Ergebnis von iii) soll mit Hilfe der Ergebnisse aus i) und ii) vermutet werden.

10.8 Studieren Sie die folgenden **Applets**. Sie finden die Applets unter
http://www.thomasborer.ch → Physik → Dokumente/Applets/Links

- Beugung am Doppelspalt (1)
- Beugung am Doppelspalt (2)
- Interferenz/Beugung (1)
- Interferenz/Beugung (2)

Hinweis:
- Vergleichen Sie jeweils mit der Abbildung in der Lösung der Aufgabe 10.7 f).

10.9 Bearbeiten Sie zum Thema Beugung am Doppelspalt die folgenden Aufgaben. Sie finden die Aufgaben unter
http://www.thomasborer.ch → Physik → Dokumente/Applets/Links

- LEIFI-Aufgabe „Obere Wellenlängengrenze beim Doppelspalt“
- LEIFI-Aufgabe „Spaltabstand am Doppelspalt“

10.10 Beurteilen Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.
Kreuzen Sie das entsprechende Kästchen an.

| | | wahr | falsch |
|---|---|---|---|
| a) | Die Beugung einer Welle kann mit Hilfe des Huygens’schen Prinzips erklärt werden. | ☐ | ☐ |
| b) | An einem Hindernis wird nur derjenige Teil einer Welle gebeugt, der näher als etwa eine Wellenlänge vom Hindernis entfernt liegt. | ☐ | ☐ |
| c) | Dass an einem Hindernis Schall mehr gebeugt wird als Licht, liegt daran, dass Licht keinen materiellen Wellenträger besitzt. | ☐ | ☐ |
| d) | Die in den Formeln 30.2 und 30.3 im Lehrbuch Tipler (Seite 1090) angegebenen Beziehungen für konstruktive und destruktive Interferenz bei der Beugung an einem Doppelspalt gelten nur, falls die Breiten der beiden Spalten als unendlich klein angenommen werden. | ☐ | ☐ |
| e) | Bei der Beugung an einem idealen Doppelspalt ist der Abstand der auf einem weit entfernten Schirm beobachteten Interferenzmaxima proportional zum Abstand der beiden Spalten des Doppelspaltes. | ☐ | ☐ |

**Lösungen**

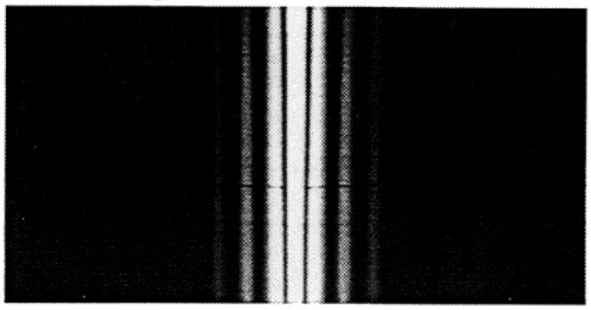
10.1 ...

10.2 ...

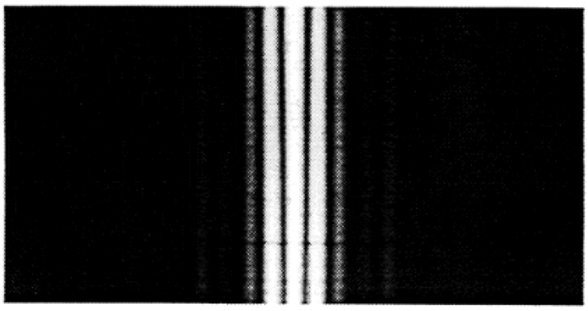
10.3 a) i) ...

ii)

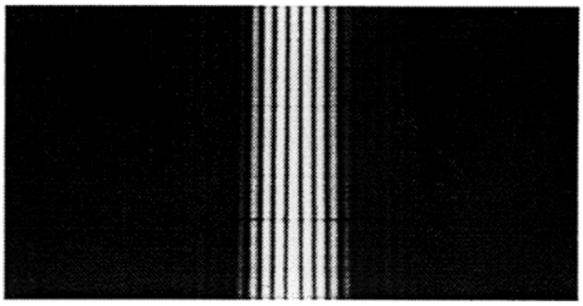
$b = 0{,}2$ mm; $g = 0{,}25$ mm



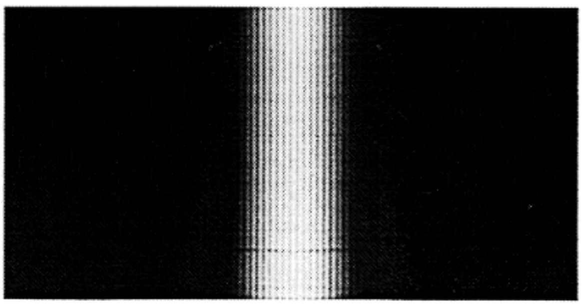
$b = 0{,}1$ mm; $g = 0{,}25$ mm



$b = 0{,}1$ mm; $g = 0{,}5$ mm



$b = 0{,}1$ mm; $g = 1{,}0$ mm



Beim Doppelspalt mit $b$ = 0,2 mm und $g$ = 0,25 mm ist der Interferenzstreifen 0. Ordnung heller als die Streifen 1. Ordnung. Die anderen Streifen sind sehr viel lichtschwächer, weniger scharf und die dunklen Zwischenräume breiter. Im Vergleich dazu ist das Beugungsbild des Doppelspaltes mit $b$ = 0,1 mm und $g$ = 0,25 mm insgesamt lichtschwächer. Die Streifen 0. und 1. Ordnung sind gleich hell mit dünnen Intensitätsminima dazwischen. Mit größer werdendem $g$ wird die Anzahl hellerer und schärferer Interferenzstreifen größer.

Je größer $b$ bei konstantem $g$ ist, um so heller sind die Interferenzstreifen. Je größer $g$ bei konstantem $b$ ist, um so größer sind die Anzahl und die Schärfe der Interferenzstreifen und um so kleiner deren Abstände voneinander.

iii) ...

iv) ...

v) $\lambda$ = 600 ... 700 nm

vi) Das rote Licht ist nicht monochromatisch. Es besteht aus einem Gemisch aus Licht verschiedener Wellenlängen. Licht verschiedener Wellenlängen wird verschieden stark gebeugt.

b) i) ...

ii) Licht verschiedener Wellenlängen wird verschieden stark gebeugt.

c) Beim idealen (theoretischen) Doppelspalt sind alle Intensitätsmaxima gleich hell.
Beim realen Doppelspalt nimmt die Helligkeit der Intensitätsmaxima mit zunehmender Ordnung ab.

10.4 ...

10.5 ...

10.6 ...
Das $\delta$-Integrationsintervall muss die Länge $\pi$ (oder ein ganzzahliges Vielfaches von $\pi$) haben. Es muss also beispielsweise von $\delta_1 = 0$ bis $\delta_2 = \pi$ integriert werden.

10.7 a) Relative Maxima: $\delta = 0, 2\pi, 4\pi, ...$ $I = 4 \cdot I_0$
Relative Minima: $\delta = \pi, 3\pi, 5\pi, ...$ $I = 0$

b) $E_1 + E_3 = 2A_0 \cos(\delta) \sin(kx - \omega t + \delta)$
$E = E_1 + E_2 + E_3 = A_0\,(2\cos(\delta) + 1) \sin(kx - \omega t + \delta)$

c) $A = A_0\,(2\cos(\delta) + 1)$

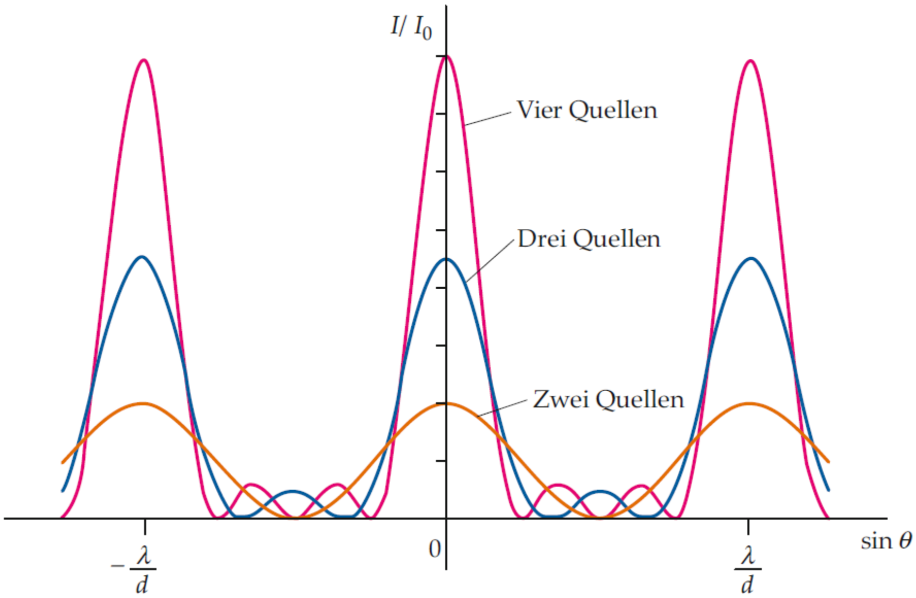
d) $I = I_0\,(2\cos(\delta) + 1)^2$

e) Relative Maxima: $\delta = 0, 2\pi, 4\pi, ...$ $I = 9 \cdot I_0$ (Hauptmaxima)
$\delta = \pi, 3\pi, 5\pi, ...$ $I = I_0$ (Nebenmaxima)

Relative Minima : $\delta = \frac{2\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}, \frac{14\pi}{3}, \ldots$ $I = 0$
$\delta = \frac{4\pi}{3}, \frac{10\pi}{3}, \frac{16\pi}{3}, \ldots$ $I = 0$

f) (siehe nächste Seite)

f)




(Quelle: Lehrbuch Tipler/Mosca)

Bemerkung:
- In der Grafik ist $I/I_0$ als Funktion von $\sin(\theta)$ (statt als Funktion von $\delta$) dargestellt.
- Ein Skalierungsstrich auf der $I/I_0$-Achse entspricht zwei Einheiten.
- In der Grafik ist auch der Fall eines idealen **Vierfachspaltes** dargestellt.

g) i)

$\delta_{min} = \frac{2\pi}{\lambda}(\Delta s)_{min}$
$(\Delta s)_{min} = d \cdot \sin(\theta_{min})$
$\delta_{min} = \pi$ (aus a))
-------------------------
$\Rightarrow \quad \sin(\theta_{min}) = \frac{\lambda}{2d}$

ii)

$\delta_{min} = \frac{2\pi}{\lambda}(\Delta s)_{min}$
$(\Delta s)_{min} = d \cdot \sin(\theta_{min})$
$\delta_{min} = \frac{2\pi}{3}$ (aus e))
-------------------------
$\Rightarrow \quad \sin(\theta_{min}) = \frac{\lambda}{3d}$

iii) $\sin(\theta_{min}) = \frac{\lambda}{N \cdot d}$

10.8 ...

10.9 ...

10.10 a) wahr
b) wahr
c) falsch
d) wahr
e) falsch