

Aufgaben 12 **Beugung** **Auflösung optischer Instrumente**

Lernziele

- sich aus dem Studium eines schriftlichen Dokumentes neue Kenntnisse und Fähigkeiten erarbeiten können.
- einen bekannten oder neuen Sachverhalt analysieren und beurteilen können.
- aus einem Experiment neue Erkenntnisse gewinnen können.
- eine neue Problemstellung selbstständig bearbeiten und in einer Gruppe diskutieren können.
- wissen und verstehen, dass die Auflösung eines optischen Instrumentes durch Beugung begrenzt wird.
- das Rayleigh-Kriterium zur Auflösung einer Blende kennen, verstehen und anwenden können.
- wissen und verstehen, dass die Auflösung eines Fernrohres, eines Auges durch die beugungsbedingte Auflösung einer Blende bestimmt wird.
- wissen und verstehen, dass die tatsächliche Auflösung eines Auges aus physiologischen Gründen kleiner ist als deren optische Auflösung.
- die Auflösung eines Gitters als Wellenlängenauflösung kennen und verstehen.
- den Zusammenhang zwischen der Auflösung eines Gitters, der Anzahl Gitterlinien und der Beugungsordnung kennen und anwenden können.
- wissen und verstehen, dass die Auflösung eines Mikroskops durch Beugung am abzubildenden Objekt bestimmt wird.
- die Abbe-Bedingung zur Auflösung eines Mikroskops kennen und verstehen.
- den Zusammenhang zwischen der numerischen Apertur und dem Auflösungsvermögen eines Mikroskops kennen und verstehen.

Aufgaben

- 12.1 Studieren Sie im Lehrbuch Tipler/Mosca den folgenden Abschnitt:
- 30.8 Beugung und Auflösung (Seiten 1106 bis 1109)

12.2 **Experimente Posten 1: Auflösung einer Blende / eines Gitters (35 min)**

a) *Blende*

(Optische Profilbank, Leuchte, Farbfilter, Mattscheibe, Doppelspalte als Objekte, Einfachspalte als Blenden)

Der beleuchtete Doppelspalt dient als abzubildendes Objekt, der Einfachspalt als Blende. Das vom beleuchteten Doppelspalt herkommende Licht wird am Einfachspalt gebeugt. Durch den Einfachspalt hindurch sieht man das Beugungsmuster. Die hellen 0. Beugungsordnungen der beiden Spalten sind je nach Abstand zwischen Einfachspalt und Doppelspalt und je nach Wellenlänge (Farbfilter an der Leuchte) getrennt, d.h. aufgelöst, oder nicht getrennt, d.h. nicht aufgelöst, wahrnehmbar.

Überprüfen Sie das Rayleigh-Kriterium für die verschiedenen Doppelspalten und Einfachspalten sowie für verschiedene Wellenlängen (rotes/blaues Farbfilter).

Messen Sie dazu jeweils den Abstand Einfachspalt-Doppelspalt. Als Wellenlängen können Sie die in der Aufgabe 11.3 ermittelten Werte einsetzen.

b) *Gitter*

(Optische Profilbank, Leuchte, Farbfilter, Linse $f = +50$ mm, Leuchtpalt, Linse $f = +300$ mm, Mehrfachspalt (2-fach, 3-fach, 4-fach, 5-fach) / Gitter 4 Linien/mm, Linse $f = +300$ mm, Beobachtungsoptik (Lupe mit Skala))

Durch die Beobachtungsoptik hindurch soll das durch einen Mehrfachspalt bzw. durch das Gitter verursachte Beugungsbild beobachtet werden.

Betrachten Sie die Beugungsbilder für alle vorhandenen Mehrfachspalte (2-fach, 3-fach, 4-fach, 5-fach).

Beobachten Sie die Haupt- und Nebenmaxima, und vergleichen Sie mit der theoretisch hergeleiteten Intensitätsverteilung (Lehrbuch Tipler/Mosca, Abbildung 30.28, Seite 1104).

Beurteilen Sie die Wellenlängenauflösung, und vergleichen Sie mit der theoretischen Beziehung (siehe Unterricht):

$$A = \frac{\lambda}{|\Delta\lambda|} = m \cdot N$$

12.3 Experiment Posten 2: Auflösung des Auges (5 min)

An der Rückwand des Unterrichtsraumes hängt ein Blatt, auf welchem verschieden grosse Punktpaare abgedruckt sind.

Testen Sie, aus welchen Distanzen Sie jeweils ein Punktpaar noch als zwei getrennte Punkte wahrnehmen können.

Überprüfen Sie die Aussage, dass das Auge zwei Punkte gerade noch auflösen kann, wenn sie unter dem Winkel von 1.5 Bogenminuten erscheinen.

Hinweis:

- An der Innenwand der Physik-Räume (Unterrichtsraum, Vorbereitungsraum, Praktikumsraum) sind die Distanzen 4.5 m, 6.9 m, 9.2 m, ..., 23 m markiert.

12.4 Bearbeiten Sie im Arbeitsbuch Mills zu Tipler/Mosca die folgenden Aufgaben: A30.23, A30.24, A30.25, A30.27

12.5 Betrachten Sie nochmals die Aufgabe A30.23 aus dem Arbeitsbuch Mills (siehe Aufgabe 12.3). Bearbeiten Sie die folgende Anschluss-Teilaufgabe c).

- c) Bestimmen Sie, wie weit zwei Punkte in 1.00 km Abstand mindestens voneinander entfernt sein müssen, um von der betrachteten Blende sauber aufgelöst werden zu können.

12.6 Bestimmen Sie den Abstand zweier Punkte auf dem Mond, welche von der Erde aus mit einem Spiegelteleskop mit Durchmesser 5.00 m bei der Wellenlänge 400 nm gerade noch getrennt wahrgenommen werden können.

Hinweis:

- Die Distanz zwischen Erde und Mond beträgt $3.85 \cdot 10^8$ km.

12.7 Betrachten Sie ein optimal ausgelegtes Teleskop, dessen Eintrittsblende einen Durchmesser von 8.00 cm hat. Seine Vergrößerung ist so gewählt, dass man zwei nahe beieinander liegende Sterne, die beugungsbedingt gerade noch aufgelöst werden können, hinter dem als Lupe funktionierenden Okular unter dem Winkel von 4.0 Bogenminuten sieht.

Bestimmen Sie die totale Vergrößerung des Teleskops.

12.8 Ein Gitter mit 570 Gitterstrichen pro Millimeter wird senkrecht mit parallelem Licht einer Quecksilberdampf Lampe beleuchtet. Die Beugungsordnungen interferieren auf einem Schirm, der in der Brennebene einer Linse mit Brennweite 100.00 cm aufgestellt ist.

Bestimmen Sie, wie weit entfernt die ersten Beugungsordnungen der beiden gelben Linien mit Wellenlängen 579.10 nm bzw. 577.00 nm auf dem Schirm liegen.

12.9 Ein Astronaut mit Augendurchmesser 25.0 mm, Pupillendurchmesser 5.00 mm und Sehzellenabstand 5.00 μ m befindet sich in einem Raumschiff in 400 km Höhe über der Erdoberfläche.

- a) Bestimmen Sie die kleinste lineare Ausdehnung, die der Astronaut mit blossem Auge auf der Erde noch erkennen kann.
- b) Beurteilen Sie, ob der Astronaut die chinesische Mauer mit einer Breite von 10 m erkennen kann.

12.10 Beurteilen Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.
Kreuzen Sie das entsprechende Kästchen an.

	wahr	falsch
a) Das Auflösungsvermögen einer Lochblende vergrößert sich mit zunehmendem Durchmesser der Blende.	☐	☐
b) Das Auflösungsvermögen eines Fernrohres vergrößert sich mit zunehmender Wellenlänge des Lichtes.	☐	☐
c) Das Auflösungsvermögen des Auges ist physiologisch bedingt, und nicht durch das optische Auflösungsvermögen der Pupille.	☐	☐
d) Nach der Abbe'schen Abbildungstheorie liefert die 0., die -1. und die -2. Beugungsordnung zusammen ein schärferes und helleres Bild als die +1. und die +2. Beugungsordnung.	☐	☐
e) Bei einem Mikroskop wird das Auflösungsvermögen vor allem durch die Wellenlänge des verwendeten Lichtes bestimmt.	☐	☐

Lösungen

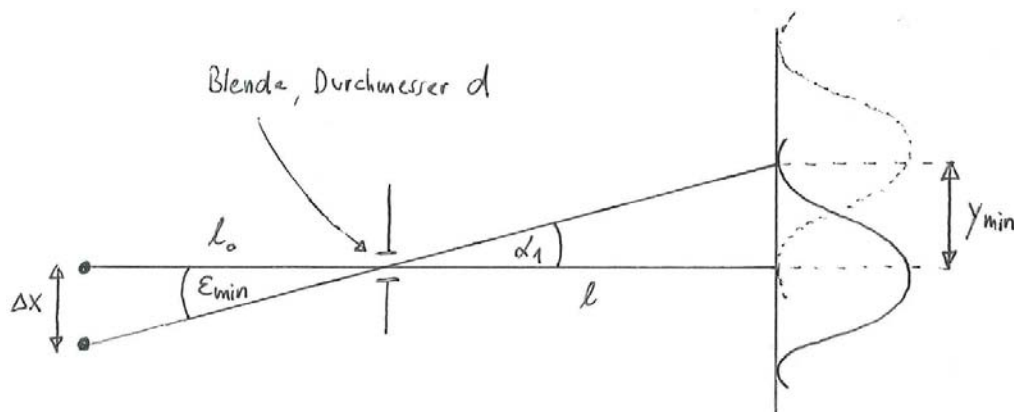
12.1 ...

12.2 ...

12.3 ...

12.4 ...

12.5 Lösung zur ganzen Aufgabe A30.23 und zur Zusatz-Teilaufgabe c):



a)	$\sin(\alpha_1) = 1.22 \cdot \frac{\lambda}{d}$	<u>Unb.</u>	<u>Bek.</u>
	$\alpha_1 \approx \sin(\alpha_1) \quad (\alpha_1 \text{ klein})$	α_1	$\lambda = 700 \text{ nm}$ $d = 0.10 \text{ mm}$

$$\alpha_1 = 1.22 \cdot \frac{\lambda}{d}$$

$$= 8.54 \cdot 10^{-3} \text{ rad} = 0.49^\circ$$

b)	$\tan(\alpha_1) = \frac{y_{\min}}{l}$	<u>Unb.</u>	<u>Bek.</u>
		$y_{\min}$	$\alpha_1 \text{ (aus a)}$ $l = 8.00 \text{ m}$

$$y_{\min} = l \cdot \tan(\alpha_1)$$

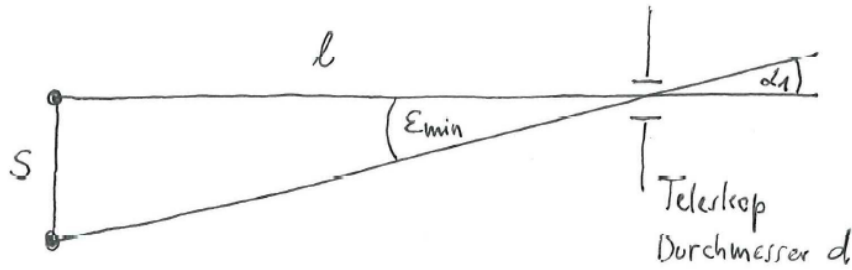
$$= 6.83 \text{ cm}$$

c)	$\epsilon_{\min} = \alpha_1 \text{ (Rayleighkriterium)}$	<u>Unb.</u>	<u>Bek.</u>
	$\tan(\epsilon_{\min}) = \frac{\Delta X}{l_0}$	$\epsilon_{\min}$ ΔX	$\alpha_1 \text{ (aus a)}$ $l_0 = 1.00 \text{ km}$

$$\Delta X = l_0 \cdot \tan(\alpha_1)$$

$$= 8.54 \text{ m}$$

12.6



2 Punkte
auf Mand

$$\varepsilon_{\min} = \alpha_1 \quad (\text{Rayleigh})$$

$$\sin(\alpha_1) = 1.22 \frac{\lambda}{d}$$

$$\tan(\varepsilon_{\min}) = \frac{S}{l}$$

Unb. Bek.

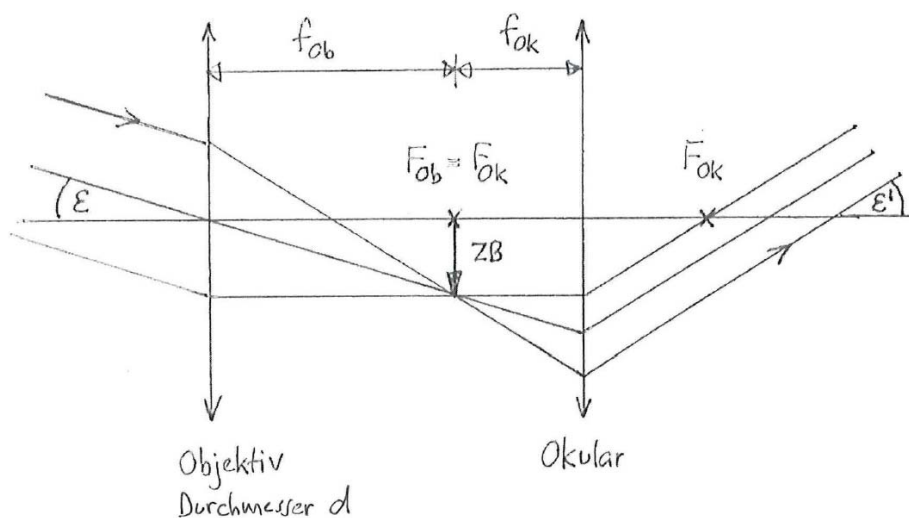
$$\varepsilon_{\min} \quad \lambda = 400 \text{ nm}$$

$$\alpha_1 \quad d = 5.00 \text{ m}$$

$$S \quad l = 3.85 \cdot 10^8 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} S &= l \cdot \tan(\varepsilon_{\min}) \\ &= l \cdot \tan(\alpha_1) \\ &\approx l \cdot \sin(\alpha_1) \quad (\alpha_1 \text{ klein}) \\ &= 1.22 \frac{\lambda \cdot l}{d} \\ &= 37.6 \text{ m} \end{aligned}$$

12.7



$$M = \frac{\tan(\varepsilon')}{\tan(\varepsilon)}$$

$$\varepsilon = \alpha_1 \text{ (Rayleigh)}$$

$$\sin(\alpha_1) = 1.22 \frac{\lambda}{d}$$

Unb.

M

ε

α_1

Bek.

$$\varepsilon' = -4.0 \text{ Bogenminuten}$$

$$\lambda = 550 \text{ nm}$$

$$d = 8.00 \text{ cm}$$

$$M = \frac{\tan(\varepsilon')}{\tan(\alpha_1)}$$

$$\approx \frac{\tan(\varepsilon')}{\sin(\alpha_1)} \quad (\alpha_1 \text{ klein})$$

$$= \frac{\tan(\varepsilon') \cdot d}{1.22 \cdot \lambda}$$

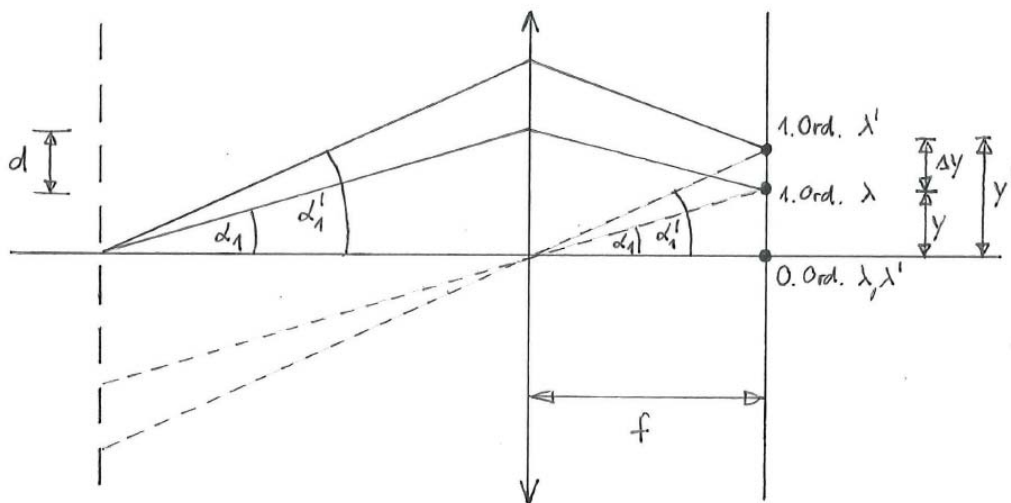
$$\left(\text{Bem.: } 1^\circ = 60' \text{ (Bogenminuten)} \right)$$

$$= -139$$

Hinweis:

- Die totale Vergrößerung V_T des Teleskops wird hier mit M bezeichnet.

12.8

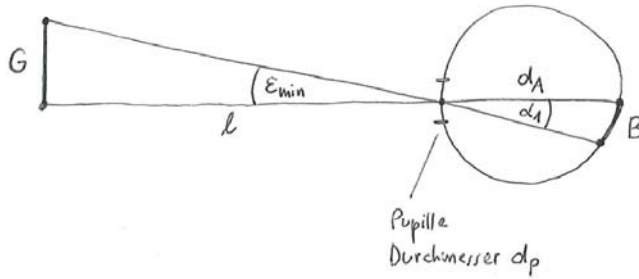


	<u>Unb.</u>	<u>Bek.</u>
$\Delta y = y' - y$	Δy	$f = 100.00 \text{ cm}$
$\tan(\alpha_1) = \frac{y}{f}$	y'	$\lambda = 577.00 \text{ nm}$
$\tan(\alpha'_1) = \frac{y'}{f}$	y	$\lambda' = 579.10 \text{ nm}$
$\sin(\alpha_1) = \frac{\lambda}{d}$	α_1	$N = 570$
$\sin(\alpha'_1) = \frac{\lambda'}{d}$	α'_1	$\Delta S = 1 \text{ mm}$
$N \cdot d = \Delta S$	d	

$$\begin{aligned}
 \Delta y &= y' - y \\
 &= f \cdot \tan(\alpha'_1) - f \cdot \tan(\alpha_1) \\
 &= f \left(\frac{\sin(\alpha'_1)}{\sqrt{1 - \sin^2(\alpha'_1)}} - \frac{\sin(\alpha_1)}{\sqrt{1 - \sin^2(\alpha_1)}} \right) \\
 &= f \left(\frac{\frac{\lambda'}{d}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda'}{d}\right)^2}} - \frac{\frac{\lambda}{d}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{d}\right)^2}} \right) \\
 &= f \left(\frac{\lambda'}{\sqrt{d^2 - \lambda'^2}} - \frac{\lambda}{\sqrt{d^2 - \lambda^2}} \right) \\
 &= f \left(\frac{\lambda'}{\sqrt{\left(\frac{\Delta S}{N}\right)^2 - \lambda'^2}} - \frac{\lambda}{\sqrt{\left(\frac{\Delta S}{N}\right)^2 - \lambda^2}} \right) \\
 &= 1.42 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

Bem.: Kleinwinkelnäherung $\sin(\varphi) \approx \tan(\varphi)$
für α und α' hier nicht zulässig,
da α und α' zu gross.

12.9



i) Beugungsbedingte Auflösung

$$\epsilon_{\min} = \alpha_1 \quad (\text{Rayleigh})$$

$$\sin(\alpha_1) = 1.22 \frac{\lambda}{d_p}$$

$$\tan(\epsilon_{\min}) = \frac{G}{l}$$

Unb.

Bek.

$\epsilon_{\min}$

$$\lambda \approx 500 \text{ nm}$$

α_1

$$d_p = 5.00 \text{ mm}$$

G

$$l = 400 \text{ km}$$

$$G = l \cdot \tan(\epsilon_{\min})$$

$$= l \cdot \tan(\alpha_1)$$

$$\approx l \cdot \sin(\alpha_1) \quad (\alpha_1 \text{ klein})$$

$$= 1.22 \frac{\lambda \cdot l}{d_p}$$

$$= 48.8 \text{ m} > 10 \text{ m} \quad (\text{Breite der chinesischen Mauer})$$

⇒ Chinesische Mauer nicht erkennbar

ii) Physiologische Auflösung

$$B = 2s \quad (B \geq 2s)$$

$$\frac{B}{d_A} = \frac{G}{l} \quad (\text{Strahlensatz})$$

Unb.

Bek.

B

$$s = 5.00 \mu\text{m}$$

G

$$d_A = 25.0 \text{ mm}$$

$$l = 400 \text{ km}$$

$$\begin{aligned} G &= \frac{B \cdot l}{d_A} \\ &= \frac{2s \cdot l}{d_A} \\ &= 160 \text{ m} > 10 \text{ m} \quad (\text{Breite der} \\ &\quad \text{chinesischen Mauer}) \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Chinesische Mauer nicht erkennbar

Vergleich i) $\leftrightarrow$ ii) : Physiologische Auflösung ist
um Faktor ≈ 3 schlechter
als die beugungsbedingte
Auflösung

$\Rightarrow$ Auflösung des Auges ist
physiologisch bedingt

- 12.10 a) wahr
b) falsch
c) wahr
d) wahr
e) wahr