Aufgaben 10 Mehrlinsen- und Mehrspiegelsysteme
Mehrspiegelsysteme, Abbildungsfehler

Lernziele

- sich aus dem Studium eines schriftlichen Dokumentes neue Kenntnisse und Fähigkeiten erarbeiten können.
- einen bekannten oder neuen Sachverhalt analysieren und beurteilen können.
- aus einem Experiment neue Erkenntnisse gewinnen können.
- eine neue Problemstellung selbstständig bearbeiten und in einer Gruppe diskutieren können.
- die Bildentstehung bei einem System aus Planspiegeln, sphärischen Spiegeln kennen und verstehen.
- die Abbildungsgleichung für sphärische Spiegel zur Berechnung von Bildweiten bei einem System aus sphärischen Spiegeln anwenden können.
- die Abbildungsfehler Chromatische Aberration, Sphärische Aberration, Koma, Astigmatismus, Bildwölbung und Verzeichnung kennen und verstehen.
- Methoden zur Korrektur von Abbildungfehlern kennen und verstehen.

Aufgaben

Mehrspiegelsysteme

10.1 Analog zur Bildentstehung für ein System aus zwei dünnen sphärischen Linsen (vgl. Aufgaben 9) kann auch ein System aus zwei sphärischen Spiegeln Bilder erzeugen.

Skizzieren Sie die Bildentstehung/-konstruktion für ein System aus zwei sphärischen Spiegeln.

Nehmen Sie an, dass sich der Gegenstand zwischen den beiden Spiegeln befindet. Konstruieren Sie zuerst das Bild des Gegenstandes an einem der beiden Spiegel. Betrachten Sie dieses Zwischenbild als Gegenstand für die Bildentstehung am anderen Spiegel. Konstruieren Sie dann das Bild am anderen Spiegel.

Betrachten Sie jeweils alle möglichen Fälle für die Vorzeichen der Bildweite b_1, der Gegenstandsweite g_2 und der Bildweite $b_2 =: b$.

a) 2 Hohlspiegel

b) 2 Wölbspiegel

c) Hohlspiegel – Wölbspiegel

d) Wölbspiegel – Hohlspiegel

Hinweis:
- Weitere mögliche Bilder (Zwischenbild am zweiten Spiegel, Bilder durch mehrfache Reflexion an den Spiegeln) sollen hier nicht betrachtet werden.

10.2 Betrachten Sie ein System aus zwei sphärischen Hohlspiegeln im Abstand 12.0 cm mit Brennweiten 12.0 cm und 6.0 cm. Vor dem ersten Spiegel befindet sich ein Gegenstand mit Gegenstandsweite 4.0 cm.

a) Konstruieren Sie das Bild, welches das System vom Gegenstand erzeugt.

b) Berechnen Sie die Bildweite des erzeugten Bildes.

10.3 Betrachten Sie ein System aus einem sphärischen Hohlspiegel und einem sphärischen Wölbspiegel im Abstand 13.0 cm mit Brennweiten 6.0 cm und – 11.0 cm. Vor dem ersten Spiegel befindet sich ein Gegenstand mit Gegenstandsweite 9.0 cm.

a) Konstruieren Sie das Bild, welches das System vom Gegenstand erzeugt.

b) Berechnen Sie die Bildweite des erzeugten Bildes.

10.4 Der frühere Berner Liedermacher Mani Matter (1936-1972) beschreibt in seinem Lied „Bim Coiffeur“, wie er als Kunde beim Coiffeur auf dem Sessel sitzt. Er schaut in den Spiegel vor sich. Im Spiegel sieht er nicht nur

sich, sondern auch den Spiegel hinter sich und darin wiederum den Spiegel vor sich usw.. Gleichzeitig sieht er auch unzählige Spiegelbilder von sich selbst, alle aufgereiht wie in einem unendlich langen Korridor.

Erklären Sie die Bildentstehung für einen Gegenstand, der sich zwischen zwei Planspiegeln befindet. Konstruieren Sie einige der Bilder, die durch Mehrfachreflexion an den beiden Spiegeln entstehen.

Abbildungsfehler

10.5 Studieren Sie im Lehrbuch Tipler/Mosca den folgenden Abschnitt:
- 29.3 Abbildungsfehler (Seiten 1066 und 1067)

10.6 Studieren Sie die folgenden Ausschnitte aus den Abschnitten „Linsenfehler“ und „Asphärische Linsen“ aus dem Lehrbuch Demtröder (Demtröder, Experimentalphysik 2, Seiten 277 bis 286, ISBN 978-3-642-29943-8):

9.5.6 Linsenfehler

Die bisherigen Überlegungen und die daraus hergeleiteten Formeln sind Näherungen, die für achsennahe Strahlen gelten (paraxiale Näherung).

Für Strahlen, deren Abstand von der Achse nicht mehr klein genug ist oder welche die Linse asymmetrisch zur Achse durchlaufen, treten Abbildungsfehler auf, die dazu führen, dass Strahlen, die von einem Punkte ausgehen, nicht mehr in einen Punkt, sondern nur noch in die Umgebung des Bildpunktes abgebildet werden. Dies führt zu einer Unschärfe des Bildes, aber in vielen Fällen auch zu einer Verzerrung, die im Allgemeinen für die verschiedenen Bereiche des Bildes unterschiedlich groß ist. Für alle Anwendungen, bei denen besonders kleine Strukturen abgebildet werden sollen, müssen alle Linsenfehler möglichst klein gehalten werden. Beispiele sind die lithographische Herstellung von integrierten elektronischen Schaltungen, bei denen eine räumliche Auflösung von etwa 100 nm verlangt wird, oder die Abbildung von Details im Inneren biologischer Zellen. Deshalb werden große Anstrengungen gemacht, um Abbildungssysteme mit minimalen Abbildungsfehlern zu realisieren. Wir wollen die wichtigsten Abbildungsfehler von Linsen und Maßnahmen zu ihrer Korrektur kurz behandeln [9.3, 9.6].

9.5.6.1 Chromatische Aberration

Da die Brechzahl $n(\lambda)$ des Linsenmaterials von der Wellenlänge λ des Lichtes abhängt, ist nach (9.25) die Brennweite $f(\lambda)$ der Linse für die verschiedenen Farben unterschiedlich groß. Für Glas z. B. nimmt n im sichtbaren Bereich von rot nach blau zu (normale Dispersion, siehe Abschn. 8.2), sodass beim Einstrahlen eines parallelen Bündels von weißem Licht (das alle Farben enthält) der Brennpunkt $F(\lambda_b)$ der blauen Komponente vor dem Brennpunkt $F(\lambda_r)$ der roten Komponente liegt (Abb. 9.36). Man kann dies demonstrieren, indem man konzentrische Kreisringe, die in eine schwarz beschichtete Platte geritzt sind, mit einer Kohlenbogenlampe beleuchtet und mit einer Linse auf einen Schirm abbildet. Je nach Stellung des Schirms in der Position 1 oder 2 sieht

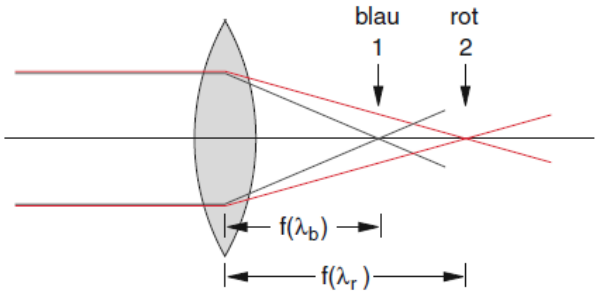
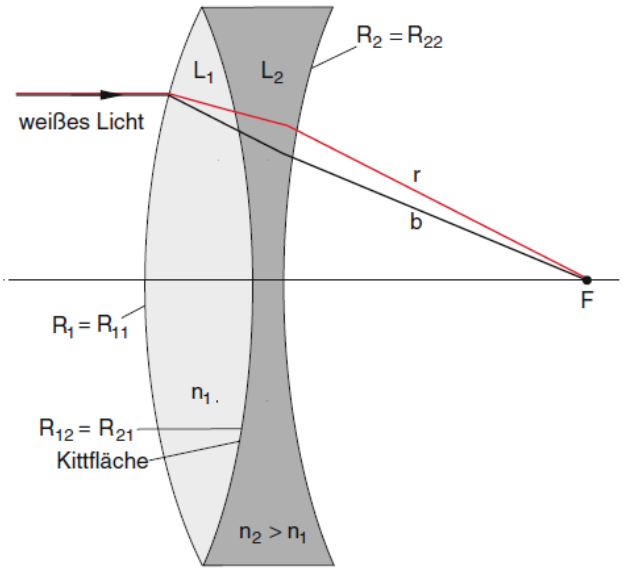


Abbildung 9.36 Chromatische Aberration



$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{n_{2b} - n_{2r}}{2(n_{1b} - n_{1r}) - (n_{2b} - n_{2r})}$$

Abbildung 9.37 Verkitteter Achromat

man blaue Ringe mit roten Rändern bzw. rote Ringe mit blauen Rändern.

Man kann die chromatische Aberration wenigstens teilweise verringern durch ein System aus zwei Linsen mit verschiedenen Brechzahlen $n_1(\lambda)$ und $n_2(\lambda)$. Ein solcher ***Achromat*** (Abb. 9.37) besteht aus einer bikonvexen Sammellinse L_1 mit Brechzahl n_1 und einer Zerstreuungslinse L_2 mit Brechzahl n_2, die miteinander verkittet sind.

(...)

9.5.6.2 Sphärische Aberration

Auch für monochromatisches Licht treten bei der Linsenabbildung Abweichungen von der Punkt-zu-Punkt-Abbildung auf. So hängt z. B. die Brennweite einer Linse mit sphärischen Grenzflächen vom Abstand der Strahlen von der Achse ab (Abb. 9.39). Diese ***sphärische Aberration***, die wir in Abschn. 9.3 bereits beim Hohlspiegel diskutiert haben, wird sowohl bei dünnen als auch bei dicken Linsen beobachtet.

(...)

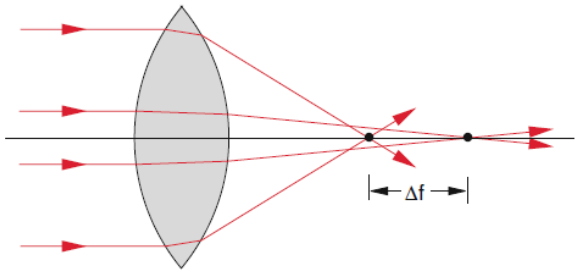


Abbildung 9.39 Sphärische Aberration bei der Abbildung durch eine sphärische Bikonvexlinse

(...)

Die etwas längere Rechnung ergibt für eine dünne Linse mit Radien R_1 und R_2 [9.7] für die Abweichung

$$\Delta_s = \frac{1}{f(h)} - \frac{1}{f(h=0)}$$

der reziproken Brennweiten $f(h)$ für achsenparallele Strahlen im Abstand h von der Achse und $f_0 = f(h=0)$ für paraxiale Strahlen:

$$\Delta_s = \frac{h^2}{8f_0^3 n\,(n-1)^2}\left[n^3 + (3n+2)(n-1)^2 p^2 + 4(n^2-1)\,pq + (n+2)\,q^2\right] \qquad (9.38)$$

mit $q = (R_1 + R_2)/(R_2 - R_1)$ und

$$p = \frac{b-a}{b+a}$$

wobei a und b Gegenstandsweite bzw. Bildweite sind.

Man erhält ein Minimum der sphärischen Aberration für

$$q = -\frac{2(n^2-1)\,p}{n+2}\,. \qquad (9.39)$$

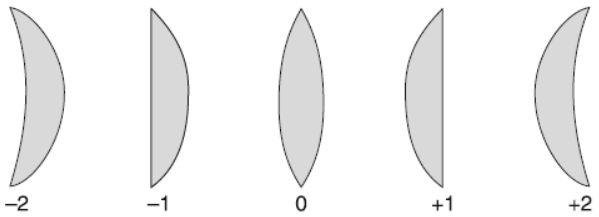


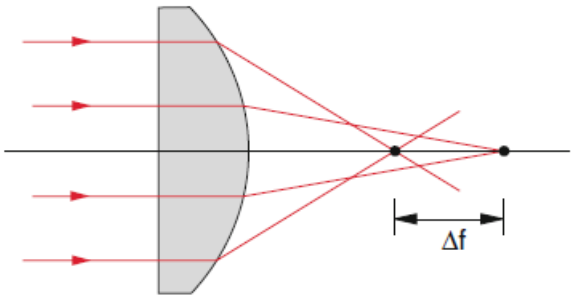
Abbildung 9.41 Werte von $q = (R_1 + R_2)/(R_1 - R_2)$ für einige Linsenformen

In Abb. 9.41 sind die Werte von q für einige Linsenformen angegeben. Man sieht, dass z. B. für die Abbildung eines weit entfernten Gegenstandes ($a = \infty \rightarrow p = -1$) durch eine plankonvexe Linse aus Glas mit $n = 1{,}5$ mit der gekrümmten Fläche zum Gegenstand Gl. (9.39) einen optimalen Wert $q = 0{,}7$ ergibt, was nahe an dem Wert $q = 1$ der Linse liegt, sodass damit eine Minimierung der sphärischen Aberration möglich ist.

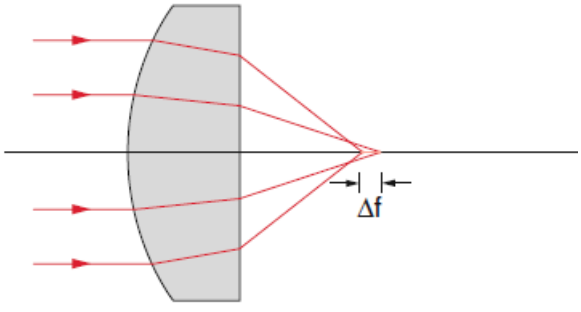
Es gibt bei vorgegebener Brechzahl n eine günstigste Linsenform, für die Δ_s minimal wird. So ist es z. B. besser, bei Abbildung eines Parallellichtbündels durch eine plan-konvexe Linse die gekrümmte Fläche zur Gegenstandsseite hin zu orientieren (Abb. 9.42), weil dann die achsenfernen Strahlen die Linse bei Winkeln nahe dem Minimum der Ablenkung (siehe Abschn. 9.4) durchlaufen. Ganz allgemein gilt für eine Abbildung mit Gegenstandsweite a und Bildweite b: Um minimale sphärische Aberration zu erreichen, muss die gekrümmte Fläche dem Strahlenbündel mit dem kleineren Öffnungswinkel zugekehrt sein, d. h. für $a > b$ muss die gekrümmte Fläche auf der Gegenstandsseite, die plane Fläche auf der Bildseite liegen. Für große Bildweiten hat eine bikonvexe Linse mit $R_1 \neq R_2$ bei der die stärker gekrümmte Fläche dem Gegenstand zugewandt ist, die geringste sphärische Aberration.

Man kann die sphärische Aberration verringern,

- wenn man durch eine Blende die achsenfernen Strahlen unterdrückt. Dabei verliert man natürlich an Intensität;
- durch Verwenden einer Plan-Konvex-Linse, wobei die konvexe Seite dem parallel einfallenden Lichtbündel zugewandt ist (Abb. 9.42);
- durch Kombination verschiedener Sammel- und Zerstreuungslinsen zu einem sphärisch korrigierten Linsensystem;
- durch speziell optimierte, nichtsphärische Linsen, die zwar sehr schwer zu schleifen sind, was aber mit heutiger Technologie beherrschbar ist. Wesentlich einfacher herzustellen sind asphärische Linsen aus gepresstem durchsichtigen Kunststoff (z. B. Acrylglas), die für viele Zwecke ausreichende Oberflächenqualität haben [9.8].



a)



b)

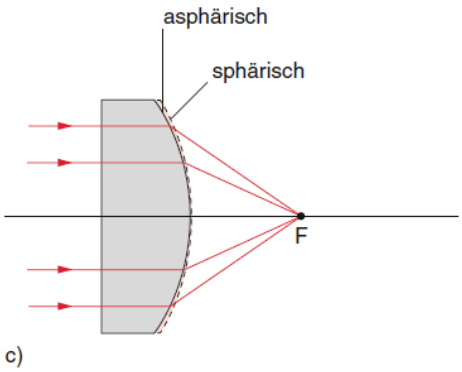


Abbildung 9.42 Unterschiedliche sphärische Aberration bei den zwei verschiedenen Orientierungen einer plan-konvexen Linse. **c** Sphärische Korrektur durch eine asphärische Linienfläche

9.5.6.3 Koma

Bei der in Abschn. 9.5.6.2 behandelten sphärischen Aberration war das auf die Linse einfallende Lichtbündel symmetrisch zur Symmetrieachse der Linse. Läuft hingegen ein paralleles Lichtbündel durch eine schief stehende Linse (Abb. 9.43a), so hängen die Brechwinkel der einzelnen Strahlen nicht mehr nur vom Abstand h von der Achse ab, sondern sie unterscheiden sich auch bei gleichem Betrag $|h|$ für Strahlen oberhalb bzw. unterhalb des Mittenstrahls. Die Fokalpunkte der einzelnen Teilbündel (definiert als die Schnittpunkte benachbarter Teilstrahlen) liegen nicht mehr auf dem Mittenstrahl, der hier als x-Achse gewählt ist.

Bei der Abbildung eines Punktes A schneiden sich die Strahlen der verschiedenen Teilbündel in Punkten, die in verschiedenen Ebenen $x = x_{B_i}$ liegen und die auch unterschiedliche Abstände von der x-Achse haben (Abb. 9.43b). Das Bild von A, das wegen der sphärischen Aberration ein Kreis in der Ebene $x = x_B$ wäre, wenn A

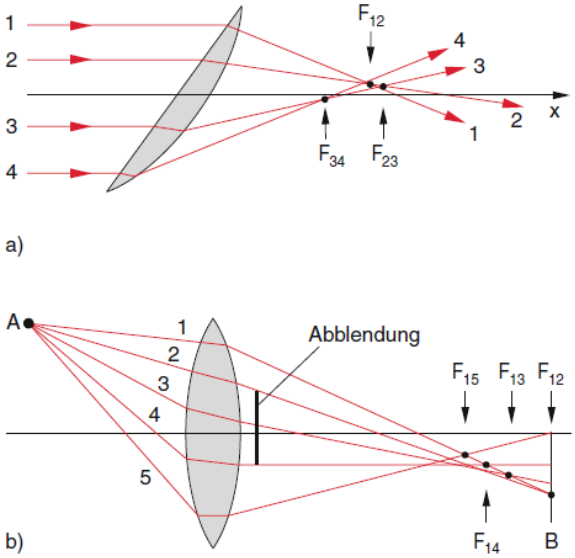


Abbildung 9.43 **a** Koma beim Durchlaufen eines Parallellichtbündels durch eine schiefe Linse. Die einzelnen Teilbündel führen zu räumlich verschiedenen Brennpunkten F_i. **b** Bei der Abbildung eines Punktes A außerhalb der Symmetrieachse führen die verschiedenen Teilbündel zu unterschiedlichen Bildpunkten B_i

auf der x-Achse läge, wird jetzt eine ungleichmäßig beleuchtete komplizierte Fläche, deren Form von der Lage der Bildebene B abhängt.

Der Effekt wird besonders deutlich, wenn man den Mittelteil der Linse abdeckt, sodass nur Strahlen durch die äußeren Ränder der Linse zur Abbildung beitragen. Man erhält dann in der Bildebene B statt eines Bildpunktes bei fehlerfreier Abbildung eine verwaschene Bildkurve, deren Form vom Abstand x_B der Bildebene von der Linse abhängt. In Abb. 9.44 sind zur Illustration solche Bildkurven gezeigt, die man bei der Position *3* der Bildebene in Abb. 9.43b ohne und mit Abdeckung der zentralen Linsenfläche erhält. Man nennt diese Bildverzerrung Koma (vom griechischen $\kappa\acute{o}\mu\eta$ = Haar).

9.5.6.4 Astigmatismus

Die Abbildung von Gegenstandspunkten A weit entfernt von der Achse, die in der photographischen Praxis häufig notwendig ist, führt noch zu einer weiteren Verzerrung des Bildes eines Gegenstandes, dem Astigmatismus. Wir wollen ihn hier kurz erläutern, weil er auch bei der Abbildung durch unser Auge häufig auftritt. Dazu betrachten wir in Abb. 9.45a eine horizontale und eine vertikale Schnittebene durch ein schräges Lichtbündel, das von einem Punkt A außerhalb der Symmetrieachse der Linse ausgeht und von der Linse in den Bildraum abgebildet wird. Alle Strahlen in der horizontalen Schnittebene (***Sagittalebene*** AS_1S_2) werden innerhalb eines eng be-

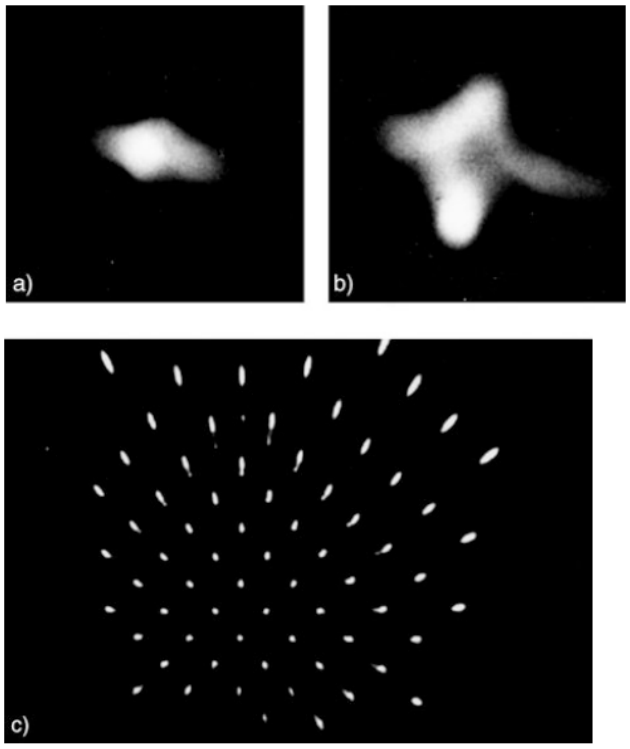


Abbildung 9.44 Durch Koma verzerrte Abbildungen des Punktes A aufgenommen mit der Anordnung in Abb. 9.43b. **a** Ohne Abdeckung der Linse; **b** bei Abdeckung des zentralen Teils der Linsenfläche; **c** durch Koma verzerrte Abbildung eines gleichmäßig gelochten Bleches

grenzten Lichtbündels in einen Bildpunkt B_S mit der Bildweite b_S abgebildet. Die Strahlen in der senkrechten Schnittebene (***Meridionalebene*** AM_1M_2) werden hingegen in einen anderen Bildpunkt B_M in der Bildweite $b_M < b_S$ abgebildet, weil z. B. die Strahlen AM_1 wegen des größeren Einfallswinkels auf die brechende Linsenfläche stärker gebrochen werden als die Strahlen AS_1.

Man erhält daher durch die Abbildung aller Teilstrahlen des gesamten Lichtbündels durch die Linse statt eines Bildpunktes B eine horizontale Bildline B_M in der Ebene $x = b_M$ und eine vertikale Bildlinie B_S bei $x = b_S > b_M$ (*astigmatische Verzerrung*). Zur Illustration ist in Abb. 9.45b der Lichtbündelquerschnitt in verschiedenen Abständen x der Bildebene dargestellt.

(Hinweis: In der Abb. 9.45a sind die Punkte B_M und B falsch beschriftet: B sollte B_M sein und umgekehrt.)

Der Abstand $\Delta x = b_S - b_M$ (*astigmatische Differenz*) wird umso größer, je schiefer das Lichtbündel die Linse durchläuft.

Eine solche astigmatische Verzerrung tritt nicht nur bei Linsen auf, sondern auch, wenn ein Lichtbündel schräg durch eine planparalle Platte läuft. Wird z. B. in den Strahlengang bei der Abbildung eines Achsenpunktes A durch eine Linse eine schräge planparallele Glasplatte gestellt (Abb. 9.46), so ist das Bild von A kein Punkt mehr, sondern je nach dem Abstand x_B der Bildebene ein vertikaler oder horizontaler Strich bei $x = x_M$ bzw. $x = x_S$ oder

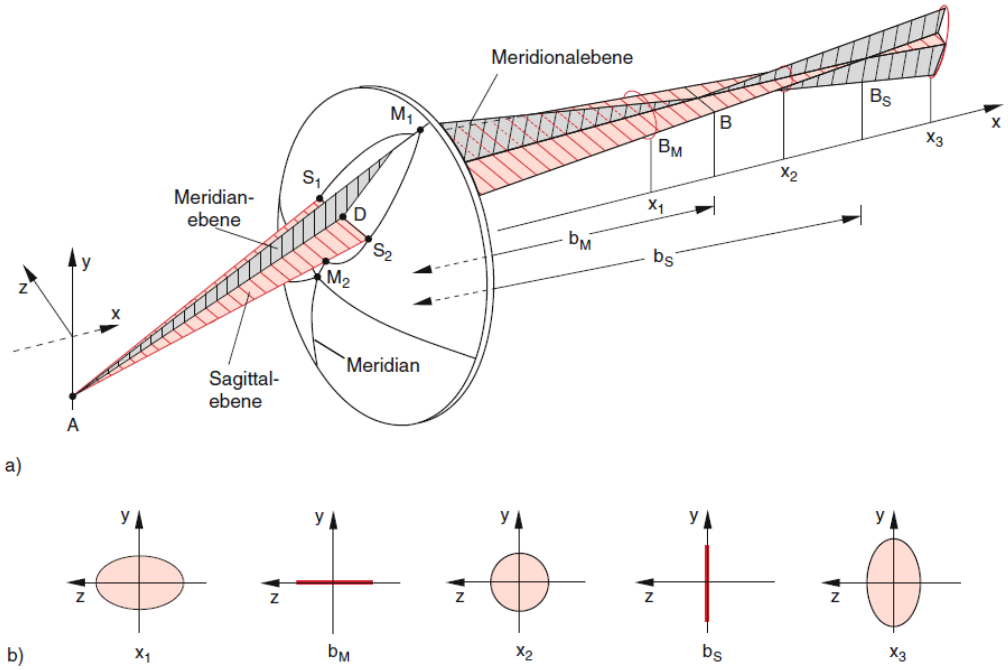


Abbildung 9.45 Astigmatismus bei der Abbildung eines schrägen Lichtbündels. **a** Perspektivische Ansicht; **b** Lichtbündelquerschnitt in den Ebenen im Abstand x_1, b_M, x_2, b_S, x_3

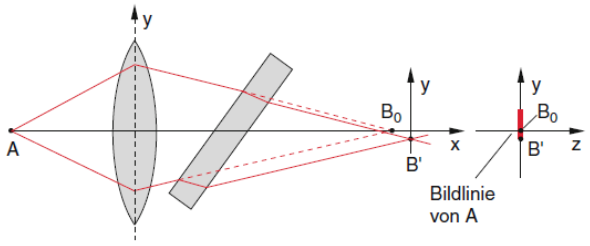


Abbildung 9.46 Astigmatismus beim schrägen Durchgang eines Lichtbündels durch eine planparallele Platte. Ohne Platte läge das Bild von A in B_0. Die Strahlen in einer horizontalen Schnittfläche des Lichtbündels schneiden sich in B'

eine elliptische Fläche bei anderen Abständen, wie in Abb. 9.45b gezeigt.

Besonders ausgeprägt sind astigmatische Verzerrungen bei der Abbildung durch eine Zylinderlinse (Abb. 9.47), die nur in einer Richtung fokussiert, d. h. alle Strahlen von einem Punkt A, die in einer Ebene senkrecht zur Zylinderachse (rote Ebene) verlaufen, werden in einem Punkt B in dieser Ebene abgebildet. Alle Strahlen von A in einer Ebene parallel zur Zylinderachse formen einen *virtuellen* Bildpunkt B'.

Insgesamt bildet die Zylinderlinse daher den Punkt A in einem Strich parallel zur Zylinderachse ab.

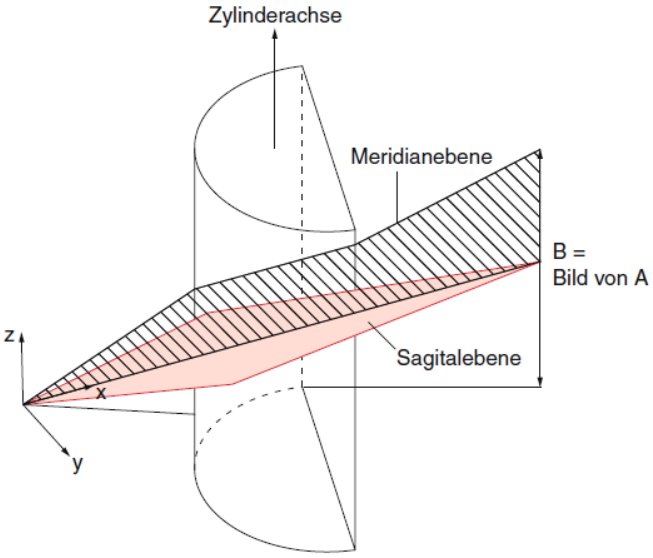


Abbildung 9.47 Astigmatische Abbildung durch eine Zylinderlinse

Zur Korrektur des Astigmatismus kann man Zylinderlinsen mit sphärischen Linsen kombinieren. Dies kann z. B. dadurch realisiert werden, dass eine sphärische Linse zusätzlich eine zylindrische Krümmung erhält, was bei Brillen zur Korrektur astigmatischer Augenfehler benutzt wird.

9.5.6.5 Bildfeldwölbung und Verzeichnung

Durch unterschiedlich starke Brechung von Lichtstrahlen, welche die Linse unter verschiedenen Winkeln gegen die Symmetrieachse durchlaufen, hängen die Bildweiten b_i bei der Abbildung von Punkten A_i einer Ebene von

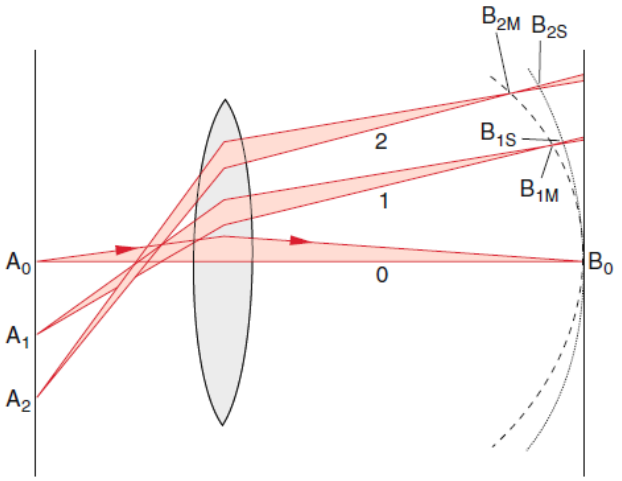


Abbildung 9.48 Bildfeldwölbung

den Abständen dieser Punkte von der Achse ab. Das Bild der Gegenstandsebene ist daher nicht mehr eine Ebene, sondern eine gewölbte Fläche (Abb. 9.48). Wegen der astigmatischen Fehler erhält man zwei verschiedene Bildweiten für die sagittalen und die meridionalen Strahlen. Die Bildflächen der Gegenstandsebene sind daher zwei gewölbte Flächen B_S und B_M, die man für eine zur Symmetrieachse symmetrische Gegenstandsebene durch Rotation dieser Kurven um die Symmetrieachse erhält (***Bildfeldwölbung***).

Man kann die Bildfeldwölbung demonstrieren durch die Abbildung eines ebenen Speichenradmusters durch eine astigmatische Linse (Abb. 9.49). Je nach Abstand x_B der

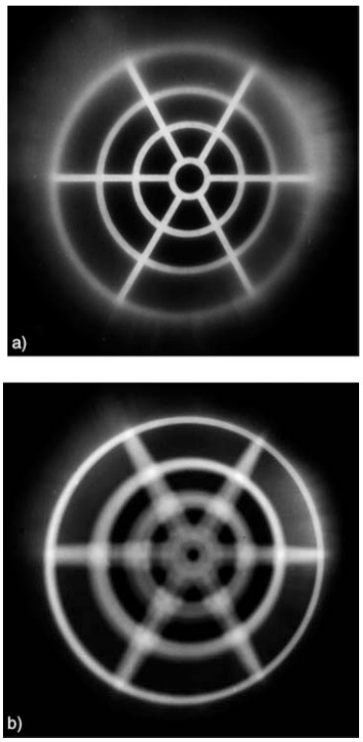


Abbildung 9.49 Experimentelle Demonstration der Bildfeldwölbung bei der Abbildung eines ebenen Speichenrades. **a** Bildebene geht durch B_0 in Abb. 8.41. **b** Bildebene liegt näher an der Linse und geht durch B_{1M}

Bildebene werden die inneren bzw. die äußeren Kreise scharf abgebildet.

Wir hatten in Abschn. 9.5.6.2 gesehen, dass man durch Ausblenden der Randstrahlen bei achsenparallelen Lichtbündeln die sphärische Aberration verringern kann. Bei schrägen Strahlen treten jedoch trotz Ausblendens der Randstrahlen Abbildungsfehler auf, die zu einer Verzerrung der Abbildung von flächenhaften Objekten führen. Dies lässt sich demonstrieren an der Abbildung eines ebenen quadratischen Gitters durch eine Linse. Setzt man vor die Linse eine Kreisblende, die nur Mittenstrahlen durchlässt, so zeigt das Bild eine tonnenförmige ***Verzeichnung*** der Quadrate des Gitters (Abb. 9.50a), während bei einer Blende hinter der Linse eine kissenförmige Verzeichnung beobachtet wird (Abb. 9.50b).

Um dies zu verstehen, betrachten wir in Abb. 9.51 zwei Punkte A_0 und A_1 des flächenhaften Gegenstandes. Das Bild B_1 von A_1 entsteht wegen der größeren Brechung der

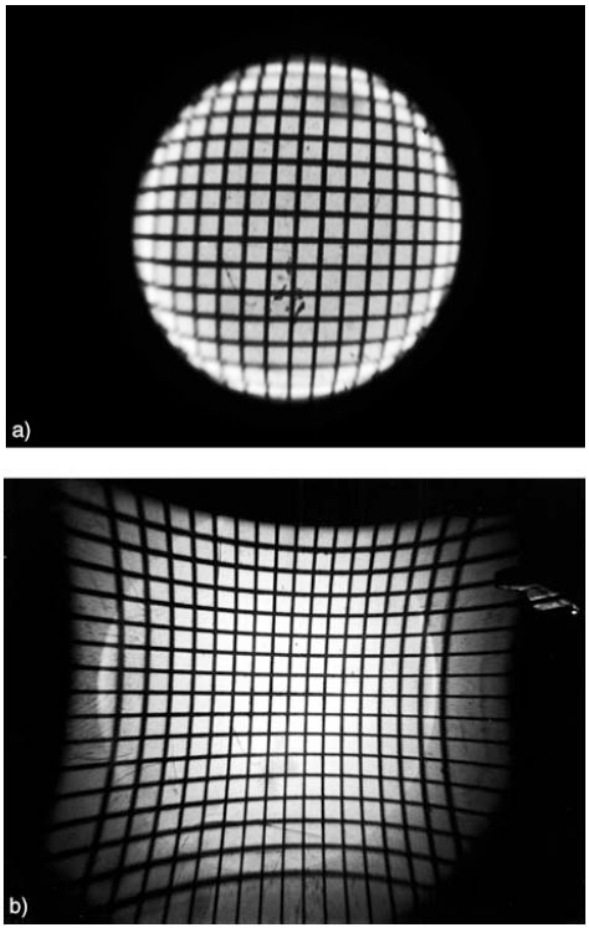


Abbildung 9.50 **a** Tonnenförmige, **b** kissenförmige Verzeichnung eines ebenen quadratischen Kreuzgitters

schrägen Strahlen vor der Bildebene B_0. Deshalb entsteht in dieser Ebene B_0 ohne Einfügen der Blende als Bild von A_1 ein Kreis mit dem Mittelpunkt M, wobei M durch den gestrichelten Mittenstrahl definiert wird und der Durchmesser $D = \overline{R_1 R_2}$ des Kreises durch die Randstrahlen R_1, R_2 bestimmt wird. Wird die Blende Bl vor der Linse eingebracht, so können nur noch Strahlen in einem engen Winkelbereich um den Strahl *1* in Abb. 9.51a die Bildebene erreichen, die als Bild von A_1 wieder einen (jetzt kleineren) Kreis um den Mittelpunkt M_1 bilden, der einen kleineren Abstand von B_0 hat als M. Da die Verschiebung zwischen M und M_1 umso größer ist, je weiter der Punkt A_1 von der Achse entfernt ist, wird ein Quadrat mit A_1 als Mittelpunkt in eine tonnenförmig verzerrte Fläche abgebildet.

Setzt man die Blende Bl *hinter* die Linse, so liegt der Mittelpunkt M_1 weiter entfernt von B_0 als M (Abb. 9.51b). Wie man sich leicht überlegt, führt dies zu einer kissenförmigen Verzeichnung des Bildes eines Quadrats um A_1.

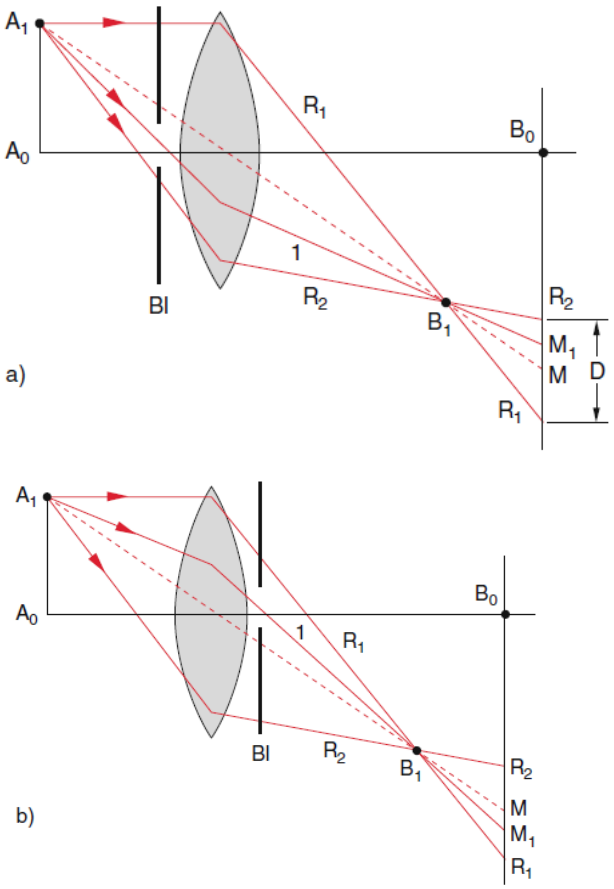


Abbildung 9.51 Bei der Abbildung eines ebenen Gegenstandes ist die Form der Verzeichnung des Bildes davon abhängig, ob eine Blende vor (**a**) oder hinter (**b**) die Linse gesetzt wird

(...)

9.5.8 Asphärische Linsen

Man kann viele der oben diskutierten Linsenfehler durch die Verwendung asphärischer (= nichtsphärischer) Linsen vermeiden (siehe Abb. 9.54). Das Problem war lange Zeit, dass es kein Schleifverfahren gab, um asphärische Oberflächen genügend hoher Qualität (Rauigkeit $< \lambda/10$) herzustellen. Durch die Entwicklung hochpräziser Diamantschneidewerkzeuge lassen sich inzwischen aber rotationssymmetrische asphärische Oberflächen auf einer computergesteuerten Drehbank nach einem Computerprogramm, das die Form der Oberfläche bestimmt, mit genügend guter Qualität realisieren. Eine andere Methode benutzt Polymere als Linsenmaterial, das geschmolzen werden kann und in vorgegebene Formen gepresst wird. Dieses Material (z. B. Plexiglas) lässt sich wegen seiner geringeren Härte auch leichter bearbeiten.

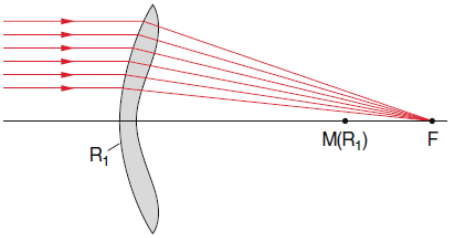


Abbildung 9.54 Asphärische Linse zur Vermeidung der sphärischen Aberration. Man vergleiche mit Abb. 9.39

10.7 Mit einer dünnen sphärischen Sammellinse soll von einem Gegenstand ein reelles Bild erzeugt werden. Der Gegenstand soll sich vor der Linse, das reelle Bild hinter der Linse befinden.

Die Linse soll so dimensioniert werden, dass die sphärische Aberration minimiert wird.

Bekannt seien die Gegenstandsweite g ($g > 0$), die Lateralvergrösserung V ($V < 0$, verkehrtes Bild) und die Brechzahl n ($n > 1$) des Linsenmaterials.

a) Bestimmen Sie die Bildweite b (ausgedrückt durch g und V).

b) Bestimmen Sie die Brennweite f der Linse (ausgedrückt durch g und V).

Hinweis:
- Verwenden Sie die Abbildungsgleichung für dünne sphärische Linsen.

c) Bestimmen Sie die Grösse q (Formel 9.39 im Text Demtröder, siehe Aufgabe 10.6), so dass die sphärische Aberration minimiert wird (ausgedrückt durch g, V und n).

Hinweis:
- Verwenden Sie das Ergebnis aus a).

d) Bestimmen Sie die Krümmungsradien r_1 und r_2 der Linse (ausgedrückt durch g, V, n und q).

Hinweise:
- Verwenden Sie die Linsenmachergleichung für dünne sphärische Linsen.
- Verwenden Sie das Ergebnis aus b).

e) Wählen Sie Zahlenwerte für g, V und n.
Berechnen Sie damit die numerischen Resultate von a) bis d).

10.8 (siehe nächste Seite)

10.8 **Experimente Posten 1: Abbildungsfehler bei einer Plankonvexlinse** (30 min)

(Modellkörper halbkreisförmig oder plankonvex)

Beobachten Sie die folgenden Abbildungsfehler an einer Plankonvexlinse:

i) Sphärische Aberration
ii) Chromatische Aberration
iii) Koma

Untersuchen Sie den Einfluss von achsennahen und achsenfernen Strahlen, indem Sie die einen oder anderen Strahlen ausblenden.

Beurteilen Sie auch, ob es einen Unterschied macht, ob die gekrümmte Oberfläche der Plankonvexlinse der Lichtquelle zu- oder abgewandt ist (vgl. auch entsprechende Aussagen im Text Demtröder, siehe Aufgabe 10.6).

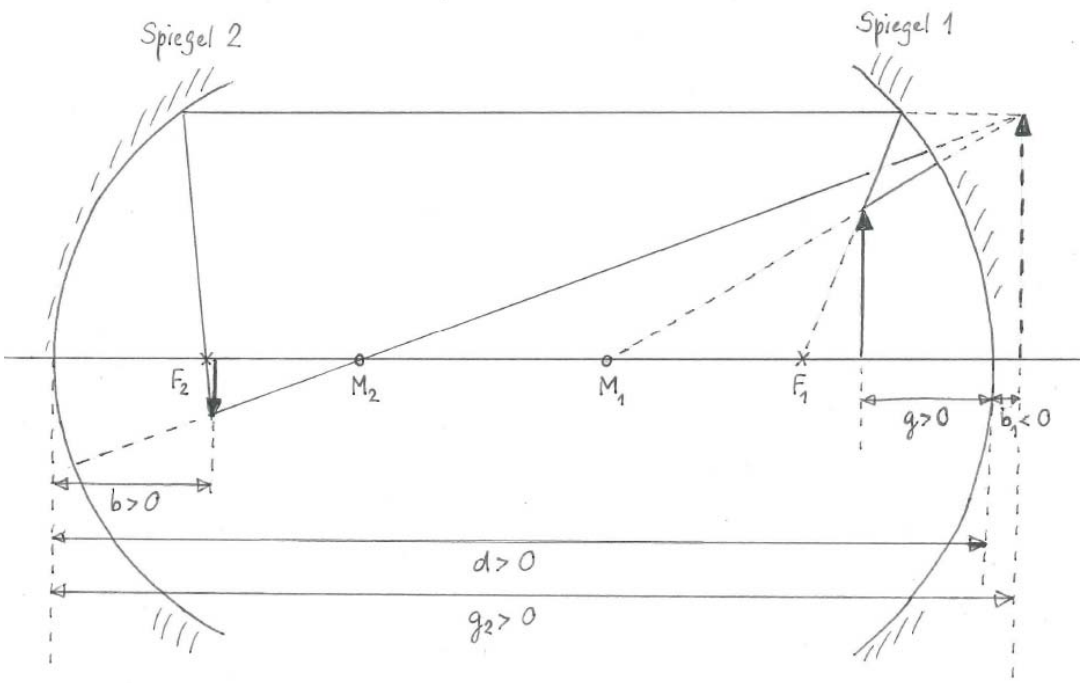
10.9 Bearbeiten Sie im Arbeitsbuch Mills zu Tipler/Mosca die folgende Aufgabe:
A29.21

10.10 Beurteilen Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.
Kreuzen Sie das entsprechende Kästchen an.

		wahr	falsch
a)	Die bei einer Linse auftretende sphärische Aberration könnte vermieden werden, wenn statt der Linse ein Spiegel verwendet würde.	☐	☐
b)	Die bei einer Linse auftretende chromatische Aberration könnte vermieden werden, wenn statt der Linse ein Spiegel verwendet würde.	☐	☐
c)	Abbildungsfehler von Linsen werden in praktischen Anwendungen häufig durch den Einsatz von Linsensystemen minimiert.	☐	☐
d)	Die Abbildungfehler bei sphärischen Linsen sind darin begründet, dass es praktisch nicht möglich ist, eine Linse mit idealen sphärischen Oberflächen zu fertigen.	☐	☐
e)	Bei einer bikonvexen Sammellinse tritt Astigmatismus auf, wenn der Krümmungsradius der Oberflächen nicht über die ganze Oberfläche konstant ist.	☐	☐

Lösungen

10.1 a) Beispiel für $b_1 < 0$, $g_2 > 0$, $b_2 =: b > 0$:



b) ...

c) ...

d) ...

10.2 a) ...

b) Wegen der Analogie zwischen einer sphärischen Sammellinse und einem sphärischen Hohlspiegel (vgl. Aufgabe 7.6) ergeben sich die gleichen Gleichungen und die gleiche Lösung wie in der Aufgabe 9.7:

b = 9.0 cm

10.3 a) ...

b) Wegen der Analogie zwischen einer sphärischen Sammel- bzw. Zerstreuungslinse und einem sphärischen Hohl- bzw. Wölbspiegel (vgl. Aufgabe 7.6) ergeben sich die gleichen Gleichungen und die gleiche Lösung wie in der Aufgabe 9.8:

b = 9.2 cm

10.4 ...

10.5 ...

10.6. ...

10.7 a) $V = -\frac{b}{g}$

$\Rightarrow \quad b = -V \cdot g$

b) $\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$

$V = -\frac{b}{g}$

$\Rightarrow \quad f = \frac{V}{V - 1} g$

c) $q = -\frac{2(n^2 - 1)p}{n + 2}$

$p = \frac{b - g}{b + g}$

$\Rightarrow \quad q = \frac{2(n^2 - 1)}{n + 2} \frac{1 + V}{1 - V}$

d) $\frac{1}{f} = (n - 1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$

$q = \frac{r_1 + r_2}{r_2 - r_1}$

$\Rightarrow \quad r_1 = \frac{2(n - 1)}{q + 1} \frac{V}{V - 1} g$

$r_2 = \frac{2(n - 1)}{q - 1} \frac{V}{V - 1} g$

e) ...

10.8 ...

10.9 ...

10.10 a) falsch

b) wahr

c) wahr

d) falsch

e) falsch