Aufgaben 3 Wellen
Überlagerung/Interferenz, Stehende Wellen, Eigenschwingungen

Lernziele

- sich aus dem Studium eines schriftlichen Dokumentes neue Kenntnisse und Fähigkeiten erarbeiten können.
- wissen und verstehen, was Interferenz ist.
- das Prinzip der ungestörten Überlagerung von Wellen kennen und verstehen.
- die Überlagerung zweier in gleiche Richtung bzw. gegeneinander laufender Wellen beschreiben können und verstehen.
- wissen, wie eine Welle an einem festen/freien Ende eines Wellenträgers reflektiert wird.
- verstehen, wie eine stehende Welle entsteht.
- eine Eigenschwingung auf einem eindimensionalen Wellenträger als Überlagerung zweier entgegenlaufender Wellen verstehen.
- Beispiele von stehenden Wellen kennen.
- verstehen, dass sich auf einem endlichen Wellenträger nur bei bestimmten Frequenzen eine stehende Welle bzw. eine Eigenschwingung bildet.
- den Zusammenhang zwischen der Länge eines eindimensionalen Wellenträgers und den Wellenlängen bzw. Frequenzen der möglichen Eigenschwingungen verstehen und anwenden können.
- wissen und verstehen, was es braucht, damit eine Eigenschwingung aufrecht erhalten werden kann.
- aus einem Experiment neue Erkenntnisse gewinnen können.

Aufgaben

3.1 Studieren Sie im Buch KPK 3 die folgenden Abschnitte:
- 4.9 Zwei Wellen am selben Ort (Seiten 47 und 48)
- 4.10 Zwei Sinuswellen - Interferenz (Seiten 49 und 50)
- 4.11 Reflexion von Wellen (Seite 50)
- 4.12 Eigenschwingungen von Wellenträgern (Seiten 51 und 52)

3.2 **Experiment Posten 1: Wellenmaschine**

a) Führen Sie die im Buch KPK 3 im Abschnitt 4.9 (Seiten 47 und 48, Abb. 4.23 bis 4.26) beschriebenen Experimente auf der Wellenmaschine durch.

Schicken Sie also gleichzeitig von links und von rechts eine Störung los. Beobachten und notieren Sie, was passiert, wenn die beiden Störungen in der Mitte aufeinander treffen.

b) Die Wellenmaschine ist ein Wellenträger mit einer endlichen Länge. Trifft eine Welle auf das Ende des Wellenträgers, wird sie dort reflektiert.

Man unterscheidet zwischen festen und freien Enden. Bei einem festen Ende ist das letzte Teilchen des Wellenträgers unbeweglich, während es bei einem freien Ende frei beweglich ist.

Auf der Wellenmaschine kann man ein festes Ende simulieren, indem man das letzte Teilchen mit einer entsprechenden Vorrichtung arretiert. Ohne Arretierung ist das Ende frei.

Untersuchen Sie auf der Wellenmaschine, wie eine Störung an einem ...

i) ... festen Ende ...

ii) ... freien Ende ...

... reflektiert wird. Schreiben Sie Ihre Beobachtungen in einigen Worten auf.

3.3 **Experiment Posten 2: Kundt'sches Rohr** (August Kundt, 1839-1894)

Das sogenannte Kundt'sche Rohr besteht aus einem Glasrohr, welches fein verteiltes, trockenes Korkmehl enthält. Das Glasrohr ist auf einer Seite durch einen Stöpsel verschlossen. Am offenen Ende befindet sich der Lautsprecher eines Tongenerators.

Wird mit Hilfe des Tongenerators ein Ton (harmonische Schallwelle) erzeugt, so beginnt das Korkmehl leicht zu vibrieren. Bei bestimmten Frequenzen entsteht im Rohr eine stehende Schallwelle bzw. eine Eigenschwingung, und das Korkmehl bewegt sich besonders stark: Es entstehen regelmässige Staubfiguren (sog. Kundt'sche Staubfiguren). Das Korkmehl wird dort weggeblasen, wo sich die Luftteilchen besonders stark bewegen, also in den Schwingungs- oder Bewegungsbäuchen der stehenden Schallwelle. Es bilden sich dort kleine Staubhäufchen, wo sich die Luftteilchen nicht bewegen, also in den Schwingungs- oder Bewegungsknoten der stehenden Schallwelle.

Verändern Sie am Drehknopf des Tongenerators langsam die Frequenz des erzeugten Tones.
Beobachten Sie dabei das Korkmehl im Glasrohr.

a) Überzeugen Sie sich davon, dass nur bei bestimmten Frequenzen eine stehende Schallwelle entsteht.

b) Erzeugen Sie mindestens drei verschiedene Eigenschwingungen.

   i) Notieren Sie sich die Frequenzen, bei welchen die Eigenschwingung bzw. die stehende Welle auftritt.

   ii) Finden Sie eine Beziehung zwischen diesen Eigenfrequenzen.

   iii) Messen Sie bei allen beobachteten Eigenschwingungen mit einem Massstab den Abstand der Schwingungsknoten, und bestimmen Sie daraus die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Schallwellen in Luft.

3.4 **Experiment Posten 3: Chladni'sche Klangfiguren** (Ernst Chladni, 1756-1827)

In diesem Experiment sollen Sie stehende Wellen bzw. Eigenschwingungen auf einem endlichen zweidimensionalen Wellenträger beobachten. Als Wellenträger dient eine Glasplatte.

Die waagrecht montierte, quadratische Glasplatte ist mit feinverteiltem Sand bedeckt. Daneben liegt auf dem Tisch ein Geigenbogen.

a) Streichen Sie mit dem Geigenbogen über den Rand der Glasplatte. Beobachten Sie dabei das Verhalten des Sandes auf der Glasplatte. Wenn Sie eine Eigenschwingung anregen, entsteht ein Sandmuster, das die zur entsprechenden Eigenschwingung gehörenden Knoten und Bäuche sichtbar macht.

b) Versuchen Sie, mindestens zwei Eigenschwingungen der Glasplatte anzuregen.

c) Wiederholen Sie a) und b) mit der runden Glasplatte.

3.5 Studieren Sie die folgenden **Java-Applets**. Sie finden die Applets unter
http://www.thomasborer.ch → Physik → Dokumente/Applets

a) Applet "Interferenz zweier Wellen"

   i) Beobachten und beschreiben Sie die Überlagerung zweier Sinus-Wellen für alle möglichen Einstellungen der folgenden Parameter:
   - Amplitude (gleich, ungleich)
   - Wellenlänge (gleich, ungleich)
   - Richtung (gleich, entgegengesetzt)
   - Phasenunterschied ($\Delta\varphi = 0$, $\Delta\varphi \neq 0$)

   ii) Beurteilen Sie, unter welchen Umständen eine stehende Welle entsteht.

b) Applet "Stehende Welle"

   i) Beobachten und beschreiben Sie die Entstehung einer stehenden Welle bei der Reflexion einer Welle an einem festen bzw. freien Ende des Wellenträgers.

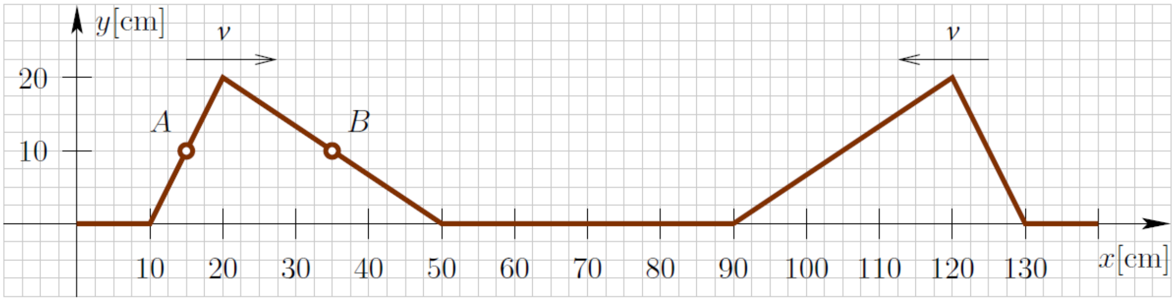
ii) Beurteilen Sie, ob die stehende Welle am Ende des Wellenträgers einen Schwingungsknoten oder einen Schwingungsbauch aufweist.

c) Applet "Stehende Longitudinalwelle"

i) Beobachten und beschreiben Sie eine stehende Schallwelle in einem Rohr für die drei folgenden Fälle:
- beidseitig offen
- einseitig offen
- beidseitig geschlossen

ii) Beobachten Sie, welche Wellengrössen an den Rohrenden jeweils einen Knoten bzw. einen Bauch aufweisen.

3.6 Auf einem Seil nähern sich zwei Pulse mit entgegengesetzt gleichen Geschwindigkeiten v. Die Situation zum Zeitpunkt $t_0 = 0\text{s}$ ist in der folgenden Skizze dargestellt:



Die Fronten der Pulse treffen sich zum Zeitpunkt $t_1 = 500$ ms.

a) Bestimmen Sie die Geschwindigkeit v der Pulse.

b) Bestimmen Sie die Geschwindigkeiten der Punkte A und B auf dem Seil zum Zeitpunkt t_0.

c) Skizzieren Sie die Situation zum Zeitpunkt $t_2 = 750$ ms.

3.7 Betrachten Sie die Überlagerung zweier Sinus-Wellen, welche durch die beiden Funktionen y_1 und y_2 mit den folgenden Funktionsgleichungen beschrieben werden:

$y_1(x,t) = \hat{y}\cdot\sin(kx - \omega t)$ mit $\hat{y} = 0.30$ m, $k = 2.0\ \text{m}^{-1}$, $\omega = 1.0\ \text{s}^{-1}$

$y_2(x,t) = \hat{y}\cdot\sin(kx + \omega t)$ mit $\hat{y} = 0.30$ m, $k = 2.0\ \text{m}^{-1}$, $\omega = 1.0\ \text{s}^{-1}$

a) Bestimmen Sie die Periodendauer, die Frequenz und die Wellenlänge der beiden Wellen.

b) Begründen Sie schlüssig, dass die erste Welle in die positive und die zweite Welle in die negative x-Richtung läuft.

Hinweise:
- Betrachten Sie jede Einzelwelle zu zwei nahe beieinanderliegenden Zeitpunkten t_1 und t_2 ($t_2 > t_1$).
- Überlegen Sie sich, ob sich für einen Punkt konstanter Phase, z.B. für einen Wellenberg, die x-Koordinate in der Zeitspanne von t_1 bis t_2 vergrössert oder verkleinert.
- Die Phase ist das Argument der Sinusfunktion, d.h. $kx - \omega t$ bzw. $kx + \omega t$.

c) Bilden Sie die Überlagerung der beiden Wellen:

$$y(x,t) := y_1(x,t) + y_2(x,t)$$

Interpretieren Sie das Ergebnis: Begründen Sie, dass es sich bei dieser Überlagerung um eine stehende Welle handelt.

Hinweis:
- Verwenden Sie die folgende trigonometrische Identität:

$$\sin(\alpha) + \sin(\beta) \equiv 2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

3.8 Im Unterricht wurde gezeigt, wie man stehende Wellen bzw. Eigenschwingungen auf einem eindimensionalen, endlichen Wellenträger zeichnerisch darstellen kann.

Erstellen Sie eine Zeichnung für die Grundschwingung und die ersten vier Oberschwingungen für die drei Fälle a), b) und c):

Der Wellenträger hat ...

a) ... zwei feste Enden.

b) ... zwei freie Enden.

c) ... ein festes und ein freies Ende.

3.9 Die Wellenlängen bzw. die Frequenzen der Eigenschwingungen auf einem Wellenträger der Länge *l* seien wie folgt bezeichnet:

	Wellenlänge	**Frequenz**
Grundschwingung	λ_0	f_0
1. Oberschwingung	λ_1	f_1
2. Oberschwingung	λ_2	f_2
3. Oberschwingung	λ_3	f_3
...		
n. Oberschwingung	λ_n	f_n

Leiten Sie mit Hilfe Ihrer Zeichnungen aus der Aufgabe 3.8 für die drei in der Aufgabe 3.8 genannten Fälle a), b) und c) eine Beziehung zwischen der Frequenz f_n der n-ten Oberschwingung und der Frequenz f_0 der Grundschwingung her.

Vorgehen:

i) Drücken Sie mit Hilfe der Zeichnung die Grundwellenlänge λ_0 durch die Länge *l* des Wellenträgers aus.

ii) Drücken Sie mit Hilfe der Zeichnung die Wellenlänge λ_n der n-ten Oberschwingung durch die Zahl n und die Länge *l* des Wellenträgers aus.

iii) Drücken Sie die Grundfrequenz f_0 durch die Grundwellenlänge λ_0 und die Ausbreitungsgeschwindigkeit v aus.

iv) Drücken Sie die Frequenz f_n der n-ten Oberschwingung durch die Wellenlänge λ_n der n-ten Oberschwingung und die Ausbreitungsgeschwindigkeit v aus.

v) Drücken Sie durch Kombination der Ergebnisse aus i) bis iv) die Frequenz f_n der n-ten Oberschwingung durch die Zahl n und die Grundfrequenz f_0 aus.

vi) Drücken Sie das Ergebnis aus v) in Worten aus.
Welche Frequenzen treten in den Eigenschwingungen (Grundschwingung und Oberschwingungen) im Vergleich zur Grundfrequenz auf?

3.10 Eine beidseits offene und eine einseitig geschlossene Orgelpfeife sind beide auf denselben Grundton (Grundschwingung) der Frequenz 264 Hz abgestimmt.

a) Bestimmen Sie die Längen der beiden Pfeifen.

b) Geben Sie für beide Pfeifen die Frequenzen der ersten drei Obertöne (Oberschwingungen) an.

Hinweise:
- Für diese Aufgabe können Sie einen Taschenrechner verwenden.
- Rechnen Sie mit einer Schallgeschwindigkeit von 344 m/s.

3.11 Von einer beidseitig offenen Orgelpfeife kennt man die Frequenzen von drei benachbarten Obertönen:

466.2 Hz 582.7 Hz 699.2 Hz

a) Geben Sie an, den wievielten Obertönen die angegebenen Frequenzen entsprechen.

b) Bestimmen Sie die Länge der Orgelpfeife.

Hinweise:
- Für diese Aufgabe können Sie einen Taschenrechner verwenden.
- Rechnen Sie mit einer Schallgeschwindigkeit von 344 m/s.

Lösungen

3.1 ...

3.2 a) ...

b) i) Phasensprung $\Delta\varphi = \pi$

ii) kein Phasensprung, d.h. $\Delta\varphi = 0$

3.3 a) ...

b) i) ...

ii) Die Frequenzen sind ungerade ganzzahlige Vielfache einer Grundfrequenz.

iii) $v \approx 300$ m/s

3.4 a) ...

b) ...

c) ...

3.5 a) i) ...

ii) Amplitude gleich, Wellenlänge bzw. Frequenz gleich, entgegengesetzte Richtungen

b) i) ...

ii) festes Ende: Schwingungsknoten
freies Ende: Schwingungsbauch

c) i) ...

ii) geschlossenes Ende: Knoten für die Auslenkung y
Bauch für die Druckdifferenz Δp

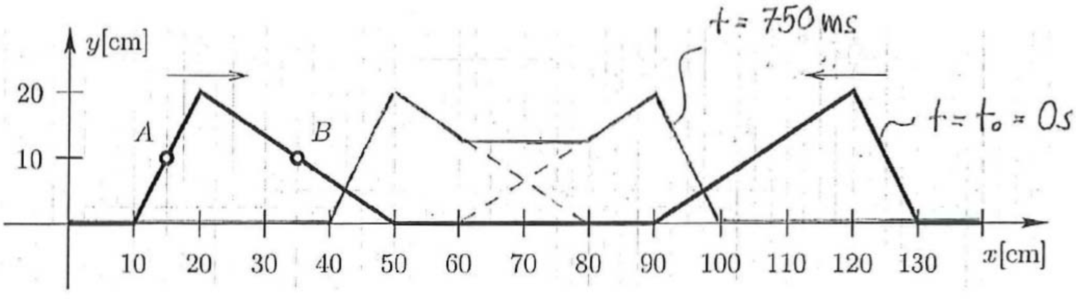
offenes Ende: Bauch für die Auslenkung y
Knoten für die Druckdifferenz Δp

3.6 a) Die Fronten legen in der Zeitspanne $\Delta t = 500$ ms die Strecke $\Delta x = 20$ cm zurück.
$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = 40$ cm/s

b) A trifft auf x-Achse, wenn der Puls um $\Delta x = 5$ cm vorangekommen ist.
$v_A = -80$ cm/s

B erreicht die Auslenkung y = 20 cm, wenn der Puls um $\Delta x = 15$ cm vorangekommen ist.
$v_B = 27$ cm/s

c)



3.7 a) $T = 2\pi$ s, $f = \frac{1}{2\pi}$ s^{-1}, $\lambda = \pi$ m

b) ...

c) $y(x,t) = 2\,\hat{y}\,\sin(kx)\,\cos(\omega t)$

Variablen x und t sind „getrennt", d.h. nicht im gleichen Argument einer trigonometrischen Funktion.

3.8 a) ...

b) ...

c) ...

3.9 a) i) $\lambda_0 = 2l$

ii) $\lambda_n = \frac{2}{n+1}\,l$

iii) $f_0 = \frac{v}{\lambda_0}$

iv) $f_n = \frac{v}{\lambda_n}$

v) $f_n = (n+1)\,f_0$

vi) In den Eigenschwingungen (Grundschwingung und Oberschwingungen) treten als Frequenzen alle ganzzahligen Vielfache der Grundfrequenz auf:
$f_0, 2\cdot f_0, 3\cdot f_0, ...$

b) wie bei a)

c) i) $\lambda_0 = 4l$

ii) $\lambda_n = \frac{4}{2n+1}\,l$

iii) $f_0 = \frac{v}{\lambda_0}$

iv) $f_n = \frac{v}{\lambda_n}$

v) $f_n = (2n+1)\,f_0$

vi) In den Eigenschwingungen (Grundschwingung und Oberschwingungen) treten als Frequenzen nur die ungeraden ganzzahligen Vielfache der Grundfrequenz auf:
$f_0, 3\cdot f_0, 5\cdot f_0, ...$

3.10 a) offene Pfeife: $l = 65.2$ cm
einseitig geschlossene Pfeife: $l = 32.6$ cm

b) offene Pfeife:
1. OS $f_1 = 528$ Hz
2. OS $f_2 = 792$ Hz
3. OS $f_3 = 1.06$ kHz

einseitig geschlossene Pfeife:
1. OS $f_1 = 792$ Hz
2. OS $f_2 = 1.32$ kHz
3. OS $f_3 = 1.85$ kHz

3.11 a) 3. OS, 4. OS, 5. OS

b) $l = 1.48$ m