

Aufgaben 4 Wellen **Wellenträger, Geschwindigkeit-Frequenz-Wellenlänge, Sinuswellen**

Lernziele

- sich aus dem Studium eines schriftlichen Dokumentes neue Kenntnisse und Fähigkeiten erarbeiten können.
- einen neuen Sachverhalt analysieren und beurteilen können.
- verschiedene Typen von Wellen kennen.
- wissen und verstehen, wie eine Welle entsteht.
- wissen und verstehen, was der Träger einer Welle ist.
- die Bewegungen von Welle und Wellenträger unterscheiden können.
- wissen und verstehen, was eine Quer-/Transversalwelle, eine Längs-/Longitudinalwelle ist.
- wissen, wovon die Geschwindigkeit einer Welle abhängt.
- wissen und verstehen, dass der Wellenträger ein-, zwei oder dreidimensional sein kann.
- wissen und verstehen, was eine Wellenfront ist.
- wissen und verstehen, was eine lineare Welle, gerade Welle, Kreiswelle, ebene Welle, Kugelwelle ist.
- den Zusammenhang zwischen Ausbreitungsgeschwindigkeit, Wellenlänge und Frequenz anwenden können.
- wissen und verstehen, was ein Wellenzug ist.
- wissen und verstehen, was eine Sinuswelle, eine harmonische Welle ist.
- die mathematische Beschreibung einer eindimensionalen Sinuswelle kennen, verstehen und anwenden können.
- verstehen, dass sich in einem Festkörper Longitudinalwellen schneller ausbreiten als Transversalwellen.

Aufgaben

- 4.1 Studieren Sie im Buch KPK 3 die folgenden Abschnitte:
- Einleitung zum Kapitel "4. Wellen" (Seite 37)
 - 4.1 Der Träger der Wellen (Seiten 37 und 38)
 - 4.2 Die Geschwindigkeit von Wellen (Seiten 38 und 39)
 - 4.3 Ein-, zwei- und dreidimensionale Wellenträger (Seite 39)
 - 4.4 Sinuswellen (Seiten 39 bis 41)
 - 4.5 Der Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit, Frequenz und Wellenlänge (Seite 41)

4.2 Eine fortschreitende, lineare Welle kann mathematisch durch die Funktion y beschrieben werden:

$$y: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$$

$$(x,t) \rightarrow y = y(x,t)$$

y ist eine Funktion mit zwei Variablen. Sie ordnet den beiden reellen Grössen x (Ort) und t (Zeit) die reelle Grösse y (Auslenkung) zu. Die Funktion drückt aus, wie gross die Auslenkung y des Wellenträgers an einem bestimmten Ort x und zu einem bestimmten Zeitpunkt t ist.

Erfolgt die Anregung der Welle sinusförmig bzw. harmonisch, ergibt sich eine Sinuswelle bzw. harmonische Welle mit der folgenden Funktionsgleichung (vgl. Unterricht):

$$y(x,t) = \hat{y} \sin(kx - \omega t) \quad \text{wobei: } \hat{y} \quad \text{Amplitude}$$

$$\omega := \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad \text{Kreisfrequenz}$$

$$k := \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{Wellenzahl}$$

Gegeben sind die Amplitude \hat{y} , die Frequenz f und die Ausbreitungsgeschwindigkeit v :

$$\hat{y} = 3.0 \text{ cm} \quad f = 2.5 \text{ Hz} \quad v = 50 \text{ cm/s}$$

- a) Bestimmen Sie die Periode T und die Wellenlänge λ .
- b) Bestimmen Sie mit Hilfe eines Taschenrechners die Auslenkung y am Ort $x = 42 \text{ cm}$ zum Zeitpunkt $t = 1.8 \text{ s}$.
- c) Bestimmen Sie alle Orte x , an welchen sich zum Zeitpunkt t ein Wellenberg befindet.
 - i) $t = 0.0 \text{ s}$
 - ii) $t = 1.0 \text{ s}$

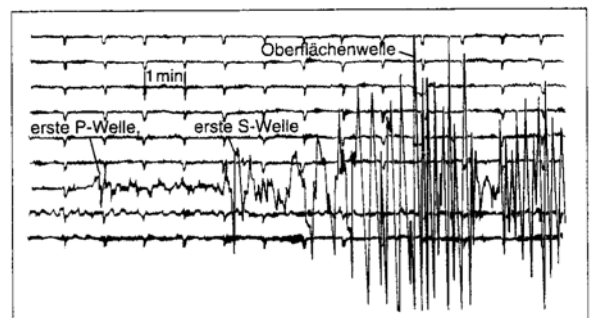
4.3 Studieren Sie den folgenden Text zu Erdbebenwellen (Quelle: Metzler Physik*, Seite 125):

Erdbebenwellen (seismische Wellen)

Seismik (gr.-lat.) ist die Wissenschaft der Erdbeben. Bei einem Erdbeben entstehen vier Arten seismischer Wellen: Vom Zentrum eines Erdbebens gehen Raumwellen, nämlich *P-Wellen* (Primär-, Longitudinalwellen) und *S-Wellen* (Sekundär-, Tansversalwellen) aus. Die longitudinalen P-Wellen durchdringen mit Geschwindigkeiten von bis zu 14 km/s Festkörper und Flüssigkeiten und werden von Seismografen als Erste registriert. Die transversalen S-Wellen können sich mit Geschwindigkeiten von bis zu 3,5 km/s nur durch Festkörper fortpflanzen. Bei einem Beben entstehen ausserdem noch Oberflächenwellen, bei denen es sich um *Torsionswellen* oder um Wellen handelt, die *Wasserwellen ähneln* und die nach den Raumwellen eintreffen.

Die Geschwindigkeit der seismischen Wellen hängt von der Elastizität und der Dichte des Materials ab, durch das sie laufen. Aus den unterschiedlichen Zeiten, zu denen sie bei den seismografischen Stationen eintreffen, kann das Epizentrum des Erdbebens lokalisiert werden. Ferner werden die Wellen an Grenzen zweier Medien reflektiert und gebrochen.

Aus dem Verhalten der Wellen ist es möglich, Kenntnisse über den inneren schalenartigen Aufbau der Erde zu gewinnen. Durch Explosionen künstlich erzeugte seismische Wellen werden dazu verwendet, Informationen über unterirdische Gesteinsformationen und Lagerstätten von Erdöl und Erdgas zu gewinnen. Die Wellen werden an den Grenzschichten unterschiedlicher Gesteinsarten reflektiert, von Detektoren unterschiedlich registriert. Laufzeiten und Amplituden werden ausgewertet.



Im abgebildeten Seismogramm sind die Wellen eines Erdbebens aufgezeichnet.

Bestimmen Sie mit Hilfe des abgebildeten Seismogrammes und den Angaben im Text die Entfernung des Epizentrums vom Ort des Seismografen.

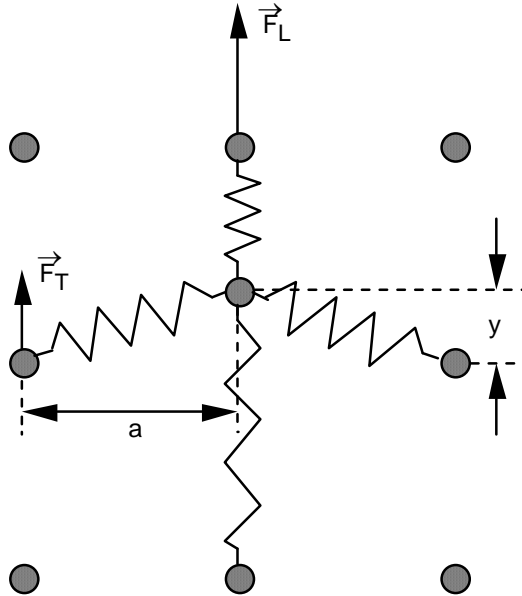
Hinweise:

- Bestimmen Sie die gesuchte Entfernung zuerst allgemein algebraisch.
- Berechnen Sie dann das konkrete Zahlenresultat mit einem Taschenrechner.

*Grehn, J., Krause, J. (Hrsg.): Metzler Physik, Schroedel, Hannover 1998, 3. Auflage, ISBN 3-507-10700-7

- 4.4 In einem Festkörper ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Longitudinalwellen grösser als die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Transversalwellen (vgl. Erdbebenwellen in Aufgabe 4.3). Der Grund liegt darin, dass bei der Auslenkung eines Teilchens die Längskräfte grösser sind als die Querkkräfte.

Ein Festkörper kann vereinfachend mit dem unten abgebildeten Gittermodell beschrieben werden. Darin werden die einzelnen Teilchen als starre Kügelchen modelliert, die über ideale Federn mit den benachbarten Teilchen verbunden sind:



Ein einzelnes Teilchen sei um y aus der Gleichgewichtslage ausgelenkt. Die Auslenkung y dieses Teilchens bewirkt über die Federkopplungen eine Querkraft \vec{F}_T auf das benachbarte Teilchen in transversaler Richtung sowie eine Längskraft \vec{F}_L auf das benachbarte Teilchen in longitudinaler Richtung.

Bestimmen Sie anhand des Gittermodelles das Verhältnis F_T/F_L zwischen den Beträgen der Querkraft \vec{F}_T und der Längskraft \vec{F}_L bei einer bestimmten Auslenkung y eines Teilchens.

Drücken Sie F_T/F_L in Abhängigkeit der Auslenkung y und der sogenannten Gitterkonstanten a aus.

Stellen Sie dabei fest, dass $F_T < F_L$ gilt, d.h. die Längskräfte sind – wie oben erwähnt – grösser als die Querkräfte.

Lösungen

4.1 ...

4.2 a) $T = 0.40 \text{ s}$ $\lambda = 0.20 \text{ m}$

b) $y(0.42 \text{ m}, 1.8 \text{ s}) = -0.018 \text{ m} = -1.8 \text{ cm}$

c) i) $x = \frac{1}{4}\lambda + n \cdot \lambda \quad (n \in \mathbb{Z}) = \dots, -0.15 \text{ m}, 0.05 \text{ m}, 0.25 \text{ m}, \dots$

ii) Da die Frequenz 2.5 Hz bzw. die Periode 0.40 s beträgt, schreitet die Welle in 1 Sekunde 2.5 Wellenlängen fort, d.h. die Wellenberge sind gegenüber i) um 2.5 Wellenlängen verschoben.
 $x = \left(\frac{1}{4} + 2.5\right)\lambda + n \cdot \lambda \quad (n \in \mathbb{Z}) = \dots, -0.05 \text{ m}, 0.15 \text{ m}, 0.35 \text{ m}, \dots$

4.3 $\Delta s = \frac{v_p v_s}{v_p - v_s} \Delta t \approx \frac{14 \text{ km/s} \cdot 3.5 \text{ km/s}}{14 \text{ km/s} - 3.5 \text{ km/s}} \cdot 3.5 \text{ min} \approx 1000 \text{ km}$

4.4 $\frac{F_T}{F_L} = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{v}{a}\right)^2}} < 1$
 $\Rightarrow F_T < F_L$