Aufgaben 8 Rotations-Mechanik
Schwerpunkt, Kräftesystem am starren Körper

Lernziele

- die Koordinaten des Schwerpunktes eines Körpers mit diskreter Massenverteilung bestimmen können.
- ein an einem starren Körper angreifendes einfacheres Kräftesystem durch eine Einzelkraft und ein Kräftepaar ersetzen können.

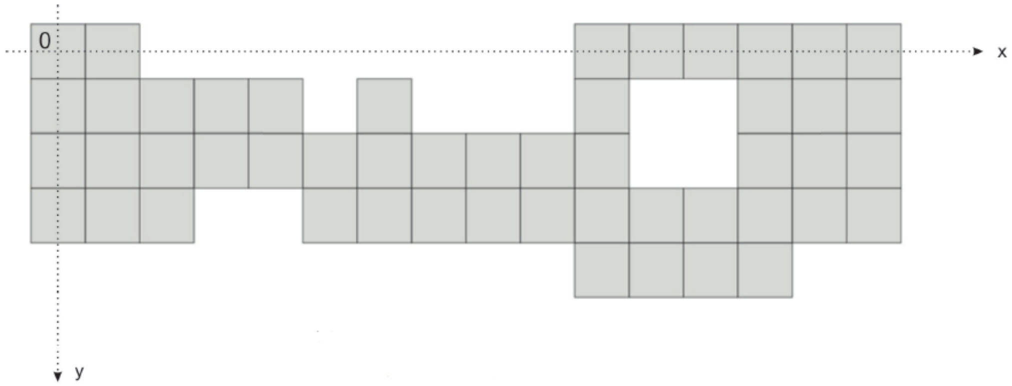
Aufgaben

8.1 Ein Körper bestehe aus vier Massenpunkten. Die vier Massenpunkte haben die Massen m_1 bis m_4 und befinden sich an den Orten P_1 bis P_4:

$m_1 = 1$ kg $P_1\,(0\text{ m} \mid 0\text{ m} \mid 0\text{ m})$
$m_2 = 3$ kg $P_2\,(1\text{ m} \mid 0\text{ m} \mid 0\text{ m})$
$m_3 = 2$ kg $P_3\,(1\text{ m} \mid 1\text{ m} \mid 0\text{ m})$
$m_4 = 4$ kg $P_4\,(0\text{ m} \mid 1\text{ m} \mid 1\text{ m})$

Bestimmen Sie die Koordinaten des Schwerpunktes S des Körpers.

8.2 Bestimmen Sie die Koordinaten des Schwerpunktes des untenstehenden Körpers. Jedes Kästchen habe die Länge 1.00 m:



Hinweis:
- Jedes Kästchen kann als Massenpunkt angesehen werden. Man kann sich also die Masse eines einzelnen Kästchens in seinem Schwerpunkt vereint denken.

8.3 Greifen an einem starren Körper mehrere Kräfte an, so kann dieses Kräftesystem im Allgemeinen nicht durch eine resultierende Einzelkraft, wohl aber durch eine Einzelkraft und ein Kräftepaar ersetzt werden.

An einem starren Körper greifen zwei komplanare Kräfte an …

a) … mit gleichen Beträgen und unterschiedlichen Richtungen (weder parallel noch antiparallel).

b) … mit gleichen Richtungen und unterschiedlichen Beträgen.

Ersetzen Sie das jeweilige Kräftesystem durch eine im Schwerpunkt angreifende Einzelkraft und ein Kräftepaar.

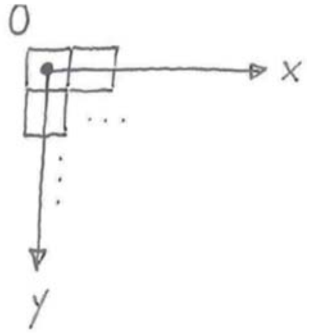
Hinweis:
- Zwei Kräfte sind komplanar, wenn ihre Kraftpfeile in der gleichen Ebene liegen.

Lösungen

8.1 S (0.5 m | 0.6 m | 0.4 m)

8.2

Wahl des Bezugspunktes O :



$$\sum_i (m_i \vec{r}_i) = m \cdot \vec{r}_S \qquad \Big|\; m_i = \text{konst.} =: m_0$$

$$m_0 \cdot \sum_i \vec{r}_i = m \cdot \vec{r}_S \qquad \Big|\; : m$$

$$\vec{r}_S = \frac{m_0}{m} \sum_i \vec{r}_i$$

· x : $x_S = \frac{m_0}{m} \sum_i x_i$

$$= \frac{1}{50} \left(4 \cdot 0 + 4 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 6 + 2 \cdot 7 + 2 \cdot 8 + 2 \cdot 9 + 5 \cdot 10 + 3 \cdot 11 + 3 \cdot 12 + 5 \cdot 13 + 4 \cdot 14 + 4 \cdot 15\right) \text{ m}$$

$$= \frac{1}{50} \cdot 400 \text{ m}$$

$$= 8 \text{ m}$$

· y : $y_S = \frac{m_0}{m} \sum_i y_i$

$$= \frac{1}{50} \left(8 \cdot 0 + 10 \cdot 1 + 14 \cdot 2 + 14 \cdot 3 + 4 \cdot 4\right) \text{ m}$$

$$= \frac{1}{50} \cdot 96 \text{ m}$$

$$= 1.92 \text{ m}$$

· z : $z_S = 0$ m (klar)

$$\vec{r}_S = \begin{pmatrix} 8.00 \text{ m} \\ 1.92 \text{ m} \\ 0.00 \text{ m} \end{pmatrix} \quad \text{bzw.} \quad S\,(8.00 \text{ m} \mid 1.92 \text{ m} \mid 0.00 \text{ m})$$

8.3 a) …

b) …