Aufgaben 6 Rotations-Mechanik
Trägheitsmoment, Grundgesetz der Rotations-Mechanik

Lernziele

- das Trägheitsmoment eines einfacheren Körpers bestimmen können.
- das Drehimpulsbilanzgesetz bzw. das Grundgesetz der Rotations-Mechanik anwenden können.
- eine neue Problemstellung selbstständig bearbeiten und in einer Gruppe diskutieren können.

Aufgaben

6.1 Beurteilen Sie, ob das Trägheitsmoment einer Eiskunstläuferin, die eine Pirouette dreht, grösser oder kleiner ist als 20 $kg \cdot m^2$.

6.2 An den vier Ecken eines Rechtecks mit den Seitenlängen von 30 cm und 40 cm befinden sich Kugeln mit der Masse von je 200 g.

Bestimmen Sie das Gesamtträgheitsmoment um eine Achse durch den Mittelpunkt des Rechtecks senkrecht zur Rechteckebene.

Hinweis:
- Da der Durchmesser einer Kugel im Vergleich zu den Seitenlängen des Rechtecks als klein angesehen werden kann, kann man die Kugeln als Massenpunkte, d.h. als punktförmige Körper betrachten.

6.3 **Experiment Posten 1: Drehstuhl**

- Nehmen Sie je ein Gewichtsstück in Ihre Hände, und setzen Sie sich auf den Drehstuhl.
- Versetzen Sie sich bei gebeugten Armen in Rotation.
- Strecken Sie nun Ihre Arme langsam aus, und beugen Sie sie anschliessend wieder langsam.
- Wiederholen Sie das Strecken und Beugen einige Male.

a) Was machen Sie für eine Beobachtung?

b) Geben Sie eine schlüssige physikalische Erklärung für Ihre Beobachtung an.

6.4 **Experiment Posten 2: Rad**

- Halten Sie das Rad so, dass die Achse vorwärts in horizontaler Richtung von ihrem Körper wegzeigt.
- Versetzen Sie nun das Rad in Drehung, so dass es sich von Ihnen aus gesehen im **Uhrzeigersinn** dreht.

a) Gehen Sie nun mit dem rotierenden Rad in ihren Händen einige Schritte geradeaus, und machen Sie dann eine **Rechtskurve**. Wie verhält sich das Rad während der Rechtskurve?

b) Was für ein Verhalten zeigt das Rad bei gleichem Drehsinn in einer **Linkskurve**?

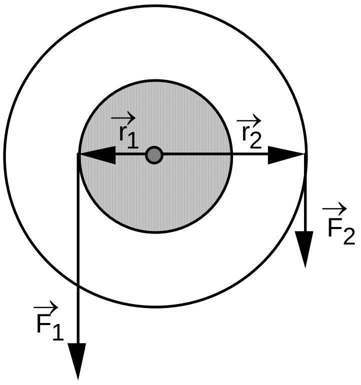
c) Was für ein Verhalten zeigt das Rad bei einer Drehung im **Gegenuhrzeigersinn** in einer Rechts- bzw. Linkskurve?

d) Finden Sie schlüssige physikalische Erklärungen für die Phänomene, die Sie unter a) bis c) beobachtet haben.

Hinweise:
- Betrachten Sie das Rad und die Radachse zusammen als ein System.
- Betrachten Sie die Drehimpulsänderung $\Delta\vec{L}$ des Systems Rad-Radachse während einer kurzen Zeitspanne Δt zu Beginn der Richtungsänderung (Rechts-/Linkskurve).
- Der neue Drehimpuls $\vec{L}_{neu}$ des Systems Rad-Radachse ist gegeben durch $\vec{L}_{neu} = \vec{L}_{alt} + \Delta\vec{L}$ und gibt die neue Richtung der Drehachse an.
- Bei konstanter Drehimpulsänderungsrate $\dot{\vec{L}}$ gilt für die Drehimpulsänderung: $\Delta\vec{L} = \dot{\vec{L}} \cdot \Delta t$
- (siehe nächste Seite)

- Wenden Sie das Grundgesetz der Rotations-Mechanik an. Es drückt den Zusammenhang von $\dot{\vec{L}}$ mit den Drehmomenten der am System Rad-Radachse angreifenden Kräfte aus.
- Wenn Sie eine Rechts- bzw. Linkskurve machen, üben Sie eine zusätzliche Kraft auf das System Rad-Radachse aus. Diese zusätzliche Kraft bewirkt ein zusätzliches Drehmoment.

6.5 Betrachten Sie noch einmal das Wellrad aus der Aufgabe 5.6 a):



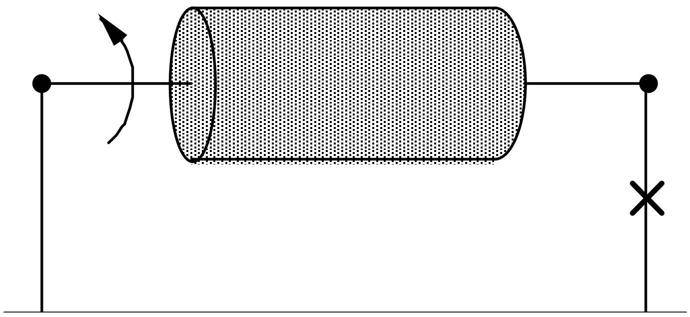
Man möchte das Trägheitsmoment J des Wellrades bestimmen. Dazu lässt man am zunächst ruhenden Wellrad während der Zeitspanne Δt die beiden Kräfte $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$ angreifen und misst die Winkelgeschwindigkeit ω des Wellrades nach dieser Zeitspanne Δt.

Da die Kräfte über aufgewickelte Schnüre realisiert werden, bleiben die Drehmomente der beiden Kräfte über die ganze Zeitspanne Δt konstant.

Bekannt sind also die Beträge F_1 und F_2 der Kräfte $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$, die Radien r_1 und r_2, die Zeitspanne Δt sowie die Winkelgeschwindigkeit ω des Wellrades nach der Zeitspanne Δt.

Bestimmen Sie daraus das Trägheitsmoment J des Wellrades.

6.6 Eine Walze (z.B. eine Papierrolle in einer Druckerei) dreht sich mit der gezeichneten Drehrichtung um eine Achse, die ihrerseits auf zwei Stützen gelagert ist:



Plötzlich knickt die rechte Stütze ein.

Beurteilen Sie mit schlüssiger Begründung, wie sich die Walze unmittelbar nach dem Einknicken der Stütze bewegt.

Hinweise:
- Die Argumentation ist ähnlich wie jene in der Aufgabe 6.4 d).
- Durch das Einknicken der Stütze fällt eine an der Walze (inkl. Achse) angreifende Kraft sowie deren Drehmoment weg.

Lösungen

6.1 $J < 20\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$

6.2 $J = 0.05\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$

6.3 a) Die Winkelgeschwindigkeit ist bei gebeugten Armen grösser als bei gestreckten Armen.

b) Da zwischen der Umgebung (Boden, Luft) und dem Gesamtkörper (Drehstuhl, Mensch, Gewichtsstücke) kein Drehimpuls fliesst, bleibt der im Gesamtkörper gespeicherte Drehimpuls konstant (Drehimpulsbilanz).

Das Strecken (bzw. Beugen) der Arme vergrössert (bzw. verkleinert) das Trägheitsmoment J des Gesamtkörpers. Aus $L = J\cdot\omega$ folgt, dass sich bei konstantem Drehimpuls L die Winkelgeschwindigkeit ω verkleinern (bzw. vergrössern) muss.

6.4 a) Das Rad wird nach unten gezogen.

b) Das Rad wird nach oben gezogen.

c) Rechtskurve: Das Rad wird nach oben gezogen.
Linkskurve: Das Rad wird nach unten gezogen.

d) Vor der Richtungsänderung ist die Summe aller am System Rad-Radachse angreifenden Kräfte der Nullvektor. Auch die Summer der Drehmomente aller Kräfte ist der Nullvektor.
Die Richtungsänderung des Rades kann durch eine zusätzliche, am System Rad-Radachse angreifende Kraft $\vec{F}$ bewirkt werden.
Aus dem Grundgesetz der Rotationsmechanik folgt, dass die Änderung $\Delta\vec{L}$ des Drehimpulsvektors die gleiche Richtung hat wie das Drehmoment $\vec{M}$ der Kraft $\vec{F}$.

6.5 Grundgesetz der Rotations-Mechanik (für J = konst.)
$M_1 - M_2 = J\cdot\dot{\omega}$

$M_1 = r_1\cdot F_1$
$M_2 = r_2\cdot F_2$
$\Delta\omega = \dot{\omega}\cdot\Delta t$
$\omega = \Delta\omega$

$\Rightarrow\ J = (r_1\cdot F_1 - r_2\cdot F_2)\,\frac{\Delta t}{\omega}$

6.6 Die rechte Seite der Walze bewegt sich nach vorne.