Aufgaben 5 Rotations-Mechanik
Drehimpuls, Drehmoment, Kraft-/Drehmoment-"Wandler"

Lernziele

- das Drehimpulsbilanzgesetz verstehen und anwenden können.
- wissen und verstehen, dass sich die Wirkung einer Kraft nicht ändert, wenn man die Kraft auf ihrer Wirkungslinie verschiebt.
- wissen, wie die Wirkung einer Kraft von der Lage der Wirkungslinie und dem Betrag der Kraft abhängt.
- das Drehmoment einer Kraft bestimmen können.
- die Wirkung von Kräften beurteilen können, die an einem starren Körper angreifen.
- verstehen, was ein Kraft-"Wandler", ein Drehmoment-"Wandler" ist.
- beurteilen können, ob eine einfache Maschine ein Kraft-"Wandler" oder ein Drehmoment-"Wandler" ist.
- mindestens je ein Beispiel eines Kraft-"Wandlers" und eines Drehmoment-"Wandlers" kennen.
- beurteilen können, welche Teile einer Maschine Kraft- bzw. Drehmoment-"Wandler" sind.
- den Zusammenhang zwischen Kraft und Drehmoment bei einem Motor verstehen.
- eine neue Problemstellung selbstständig bearbeiten und in einer Gruppe diskutieren können.

Aufgaben

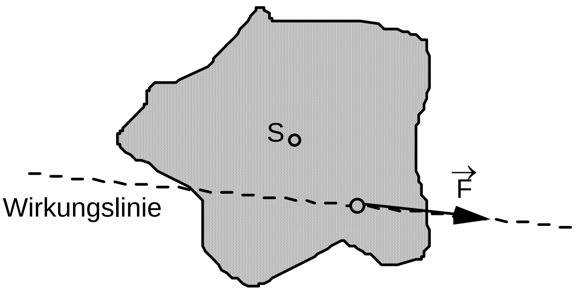
5.1 Experimente Posten 1: Drehstuhl

Sie haben im Selbststudium einen Text zu Drehimpuls und Drehimpulsströmen studiert (kopierte Blätter aus: Karlsruher Physikkurs, SI, Band 1, Seiten 95 bis 102).

Führen Sie mit dem Drehstuhl und dem Rad die Experimente durch, die auf der Seite 98 beschrieben sind.

5.2 Experimente Posten 2: Scheibe und Stab

An einem starren Körper greift eine **Kraft $\vec{F}$** an. Der Kraft $\vec{F}$ wird eine **Wirkungslinie** zugeordnet:



An der Wandtafel hängen zwei Modelle von starren Körpern, eine Scheibe und ein Stab. Die beiden Körper sind so an der Wandtafel montiert, dass deren Schwerpunkte fest mit der Wandtafel verbunden sind. Der einzelne Körper kann sich also nur um eine Drehachse drehen, die durch seinen Schwerpunkt läuft.

Man kann eine am Körper angreifende Kraft bewerkstelligen, indem man am Körper ein Gewichtsstück in einem bestimmten Abstand vom Schwerpunkt anhängt.

a) Betrachten Sie die **Scheibe**.

i) Hängen Sie an der Scheibe zwei Gewichtsstücke an, so dass die Scheibe im Gleichgewicht ist.

ii) Verschieben Sie nun das eine Gewichtsstück so, dass die angreifende Kraft lediglich entlang ihrer Wirkungslinie verschoben wird.

iii) Stellen Sie fest, dass die Scheibe dabei im Gleichgewicht bleibt.

iv) Überlegen Sie sich mit Hilfe der Feststellung iii), dass sich die Wirkung einer angreifenden Kraft nicht ändert, wenn man die Kraft auf ihrer Wirkungslinie verschiebt.

b) Betrachten Sie den **Stab**.

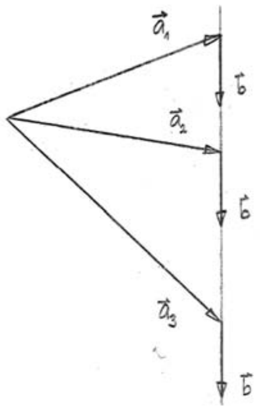
i) Hängen Sie am Stab zwei Gewichtsstücke an, so dass der Stab im Gleichgewicht ist.

ii) Ersetzen Sie nun das eine Gewichtsstück so, dass der Stab weiterhin im Gleichgewicht bleibt.

Hinweise:
- Der Abstand der Wirkungslinie der angreifenden Kraft kann verändert werden, indem das Gewichtsstück weniger oder weiter von der Drehachse entfernt angehängt wird.
- Der Betrag der angreifenden Kraft kann verändert werden, indem man ein leichteres oder schwereres Gewichtsstück anhängt.

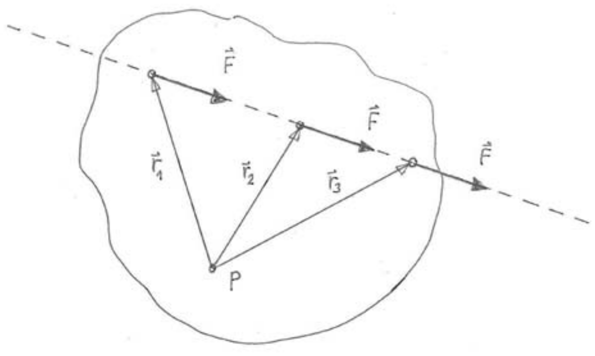
iii) Damit der Stab im Gleichgewicht bleibt, müssen die beiden folgenden Grössen eine bestimmte Beziehung erfüllen:
- Abstand der Wirkungslinie der angreifenden Kraft von der Drehachse
- Betrag der angreifenden Kraft
Finden Sie diese Beziehung mit Hilfe der Experimente unter ii).

5.3 Gegeben sind die Vektoren $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$, $\vec{a}_3$ und $\vec{b}$:



Erklären Sie, dass die drei Vektorprodukte $\vec{a}_1 \times \vec{b}$, $\vec{a}_2 \times \vec{b}$ und $\vec{a}_3 \times \vec{b}$ gleich sind, d.h. $\vec{a}_1 \times \vec{b} = \vec{a}_2 \times \vec{b} = \vec{a}_3 \times \vec{b}$.

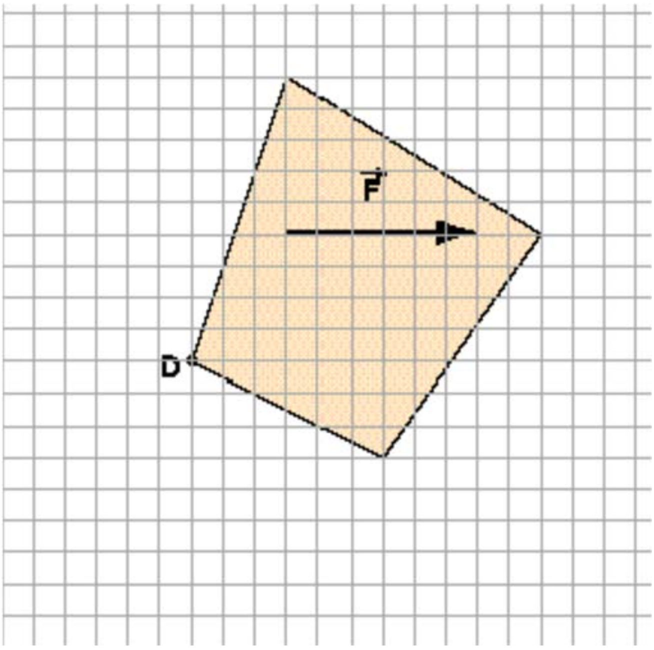
5.4 Der Angriffspunkt einer an einem Körper angreifenden Kraft $\vec{F}$ wird entlang ihrer Wirkungslinie verschoben:



Zeigen Sie, dass sich das Drehmoment der Kraft $\vec{F}$ bezüglich eines Punktes P nicht verändert, wenn man den Angriffspunkt der Kraft $\vec{F}$ entlang ihrer Wirkungslinie verschiebt.

Erklären Sie also, dass alle drei Drehmomente $\vec{M}_1 = \vec{r}_1 \times \vec{F}$, $\vec{M}_2 = \vec{r}_2 \times \vec{F}$ und $\vec{M}_3 = \vec{r}_3 \times \vec{F}$ bezüglich des Punktes P die gleichen Richtungen und Beträge besitzen.

5.5 Eine Kraft $\vec{F}$ mit dem Betrag 60 N wirkt auf einen Körper, welcher um den Punkt D drehbar ist:



Für die Abmessungen des Körpers gilt, dass ein gezeichnetes Häuschen die Länge 10 cm hat.

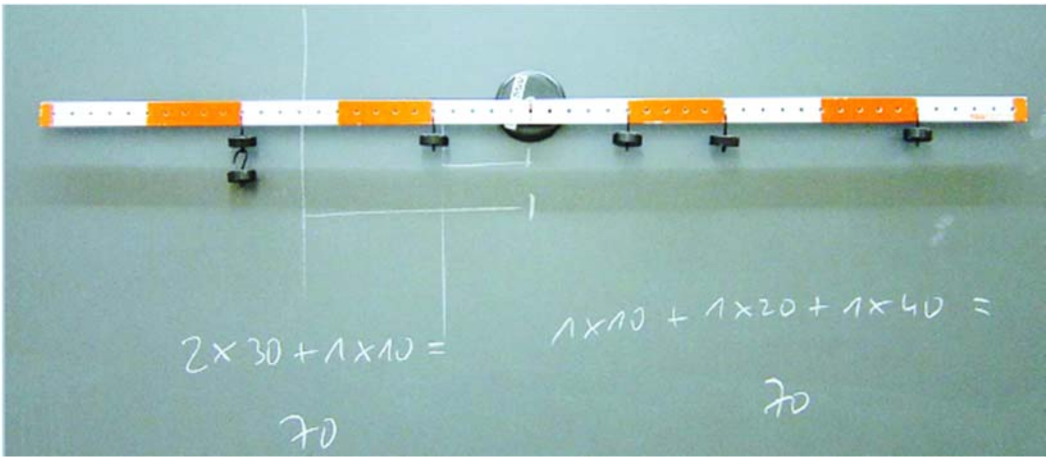
a) Bestimmen Sie das Drehmoment $\vec{M}$ der Kraft $\vec{F}$ bezüglich des Punktes D.
Geben Sie sowohl die Richtung als auch den Betrag des Vektors $\vec{M}$ an.

b) Bestimmen Sie die Drehmomente der Kraft $\vec{F}$ bezüglich der anderen drei Eckpunkte des Körpers. Geben Sie auch wieder jeweils die Richtungen und Beträge der Drehmomente an.

c) Zeichnen Sie eine neue Kraft von demselben Betrag wie $\vec{F}$, welche am Körper angreift und auf den Körper dieselbe Wirkung hat wie $\vec{F}$. Die neue Kraft soll jedoch vertikal gerichtet sein.

d) Zeichnen Sie eine weitere Kraft ein, die dieselbe Wirkung wie $\vec{F}$ hat. Diese weitere Kraft soll jedoch den doppelten Betrag von $\vec{F}$ besitzen und zu $\vec{F}$ entgegengesetzt gerichtet sein.

5.6 Ein Hebel ist an einer Wand montiert. An ihm greifen mehrere Kräfte an (vgl. Experiment im Unterricht):



a) Bestimmen Sie die Drehmomente (Richtungen und Beträge) aller Kräfte bezüglich des Aufhängepunktes.

b) Bestimmen Sie die vektorielle Summe aller Drehmomente, wenn vorausgesetzt wird, dass sich der Hebel im Gleichgewicht befindet.

Hinweise:
- Die Farbsegmente (rot-weiss-rot-...) am Hebel haben je eine Länge von 10 cm.
- Die am Hebel angehängten Gewichtsstücke haben je eine Masse von 50 g.

5.7 Ein Radfahrer übt auf ein Pedal der Hebellänge r = 20 cm eine Kraft mit dem Betrag F = 500 N aus.

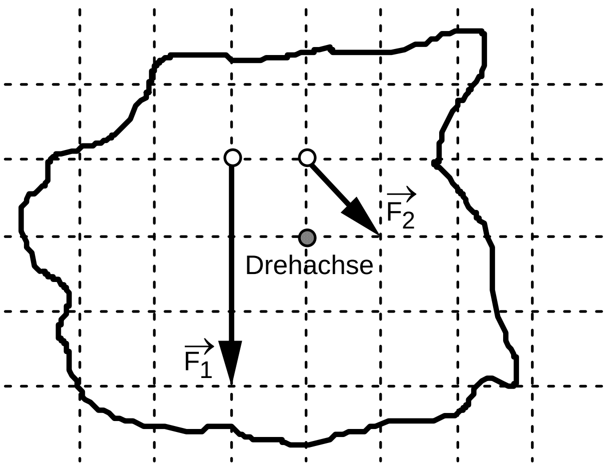
Bestimmen Sie den Betrag des Drehmomentes bezüglich des Befestigungspunktes des Pedalhebels an der Tretlagerachse in Abhängigkeit des Winkels φ zwischen der Richtung des Pedalhebels und der Wirkungslinie der Kraft:

a) $\varphi = 0°$ b) $\varphi = 45°$ c) $\varphi = 90°$ d) $\varphi = 180°$

5.8 Gegeben ist ein starrer Körper. Er ist an einer festen Drehachse montiert, die durch den Schwerpunkt des Körpers verläuft und senkrecht zur Blattebene steht.

Am ruhenden, starren Körper greifen die Gewichtskraft und eine Lagerkraft an, die die Gewichtskraft kompensiert. Diese beiden Kräfte sind für die folgenden Betrachtungen bedeutungslos.

Betrachten Sie die beiden weiteren, am Körper angreifenden Kräfte $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$, deren Wirkungslinien in der Blattebene liegen:



a) **Ersetzen** Sie die beiden Kräfte $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$ durch eine einzige angreifende Kraft $\vec{F}_3$.
$\vec{F}_3$ soll auf den Körper dieselbe Wirkung haben wie die beiden Kräfte $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$ zusammen.
Machen Sie **zwei** Vorschläge für die Kraft $\vec{F}_3$.
Zeichnen Sie dazu Ihre zwei Vorschläge für $\vec{F}_3$ mit korrektem Angriffspunkt, korrekter Richtung und massstabsgetreuem Betrag in die Grafik ein.

b) Bestimmen Sie die Richtung, in welche sich der Körper aufgrund der angreifenden Kräfte zu drehen beginnt.

c) **Ergänzen** Sie die beiden Kräfte $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$ durch eine dritte angreifende Kraft $\vec{F}_3$, so dass sich der starre Körper im Gleichgewicht befindet.
Machen Sie **zwei** Vorschläge für die Kraft $\vec{F}_3$.
Zeichnen Sie dazu Ihre zwei Vorschläge für $\vec{F}_3$ mit korrektem Angriffspunkt, korrekter Richtung und massstabsgetreuem Betrag in die Grafik ein.

5.9 **Experimente Posten 3 bis 5: Kraft- und Drehmoment-"Wandler"**

Def.: Kraft- und Drehmoment-"Wandler" sind einfache Maschinen, an welchen zwei äussere Kräfte mit ihren entsprechenden Drehmomenten angreifen.

Ein **Kraft-"Wandler"** besteht aus einem einzigen drehfähigen Körper, an welchem zwei unterschiedlich grosse äussere Kräfte angreifen. Die dazugehörigen, auf den (gleichen) Drehpunkt bezogenen Drehmomente sind dabei gleich gross.

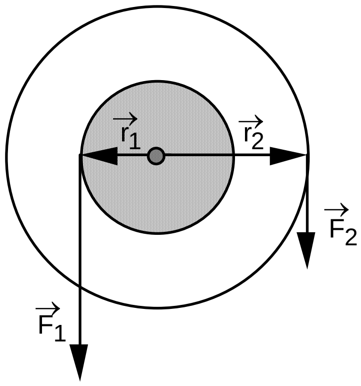
Ein **Drehmoment-"Wandler"** besteht aus zwei gekoppelten drehfähigen Körpern. An beiden Körpern greift je eine äussere Kraft an, wobei die beiden Kräfte gleich gross sind. Die dazugehörigen, auf die (verschiedenen) Drehpunkte der beiden Körper bezogenen Drehmomente sind dabei unterschiedlich gross.

Im Praktikumszimmer sind die drei Posten 3 bis 5 eingerichtet, an denen Sie Kraft- und Drehmoment-"Wandler" studieren sollen. Bearbeiten Sie dazu die untenstehenden Aufgabenstellungen.

Hinweis:
- Nachfolgend werden mit F_1, F_2, M_1, M_2 die Beträge der Vektoren $\vec{F}_1$, …, $\vec{M}_2$ bezeichnet, d.h. $F_1 = |\vec{F}_1|$, …, $M_2 = |\vec{M}_2|$

a) **Posten 3: Wellrad**

Am ruhenden oder mit konstanter Winkelgeschwindigkeit rotierenden Wellrad greifen die beiden äusseren Kräfte $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$ an.
Die Kräfte $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$ sind so bemessen, dass das Wellrad seinen Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Kreisbewegung beibehält:



i) Prüfen Sie experimentell nach, dass $F_2 < F_1$, falls $r_2 > r_1$.

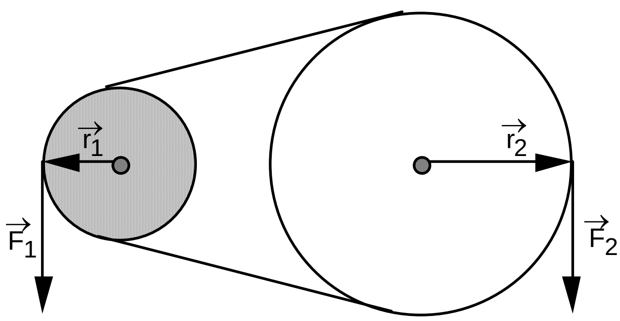
ii) Überlegen Sie sich, um welchen Faktor F_2 kleiner sein muss als F_1.
Betrachten Sie dazu die Drehmomente $\vec{M}_1$ und $\vec{M}_2$ der beiden Kräfte $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$ bzgl. des Drehpunktes.

iii) Überprüfen Sie das Ergebnis Ihrer Überlegungen aus ii) experimentell nach.

iv) Beurteilen Sie, ob das Wellrad ein Kraft- oder ein Drehmoment-"Wandler" ist.

b) **Posten 4: Riemenräder**

Zwei Räder sind über einen Riemen miteinander gekoppelt.
An den ruhenden oder mit konstanten Winkelgeschwindigkeiten rotierenden Rädern greifen die beiden äusseren Kräfte $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$ an.
Die Kräfte $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$ sind so bemessen, dass die Räder ihren Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Kreisbewegung beibehalten:



i) Prüfen Sie experimentell nach, dass $F_2 = F_1$.

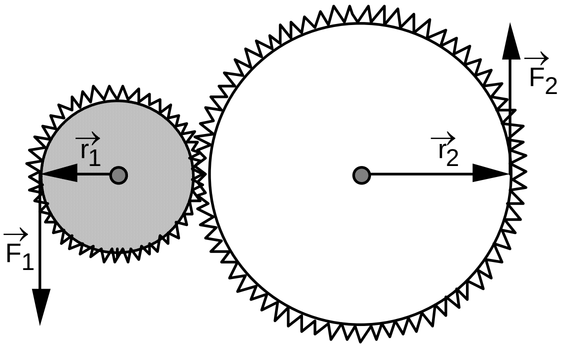
ii) Begründen Sie, dass $F_2 = F_1$ gelten muss, und zwar unabhängig von r_1 und r_2.

iii) Geben Sie eine Beziehung an zwischen den Beträgen der Drehmomente $\vec{M}_1$ und $\vec{M}_2$ der beiden Kräfte $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$ bzgl. der jeweiligen Drehpunkte.

iv) Beurteilen Sie, ob die beiden Riemenräder ein Kraft- oder ein Drehmoment-"Wandler" bilden.

c) **Posten 5: Zahnräder**

Zwei Zahnräder sind miteinander in Kontakt.
An den ruhenden oder mit konstanten Winkelgeschwindigkeiten rotierenden Zahnrädern greifen die beiden äusseren Kräfte $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$ an.
Die Kräfte $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$ sind so bemessen, dass die Zahnräder ihren Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Kreisbewegung beibehalten:



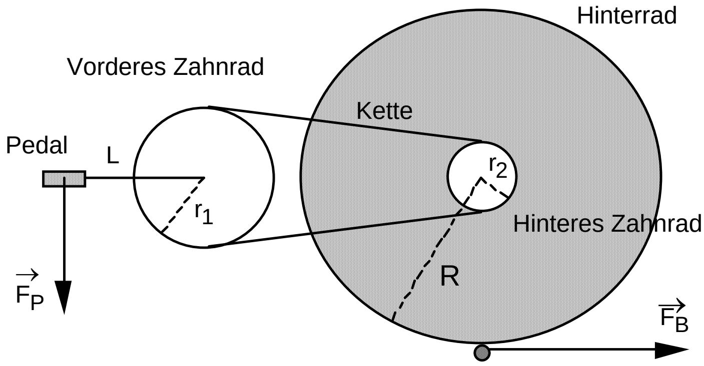
i) Prüfen Sie experimentell nach, dass $F_2 = F_1$.

ii) Begründen Sie, dass $F_2 = F_1$ gelten muss, und zwar unabhängig von r_1 und r_2.

iii) Geben Sie eine Beziehung an zwischen den Beträgen der Drehmomente $\vec{M}_1$ und $\vec{M}_2$ der beiden Kräfte $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$ bzgl. der jeweiligen Drehpunkte.

iv) Beurteilen Sie, ob die beiden Zahnräder ein Kraft- oder ein Drehmoment-"Wandler" bilden.

5.10 Ein **Fahrrad** ist einen Maschine, die aus Kraft- und Drehmoment-"Wandlern" besteht.
Dabei wird die Kraft $\vec{F}_P$, die der Fahrradfahrer auf das Pedal ausübt, in die Kraft $\vec{F}_B$ "umgewandelt", welche auf den Boden ausgeübt wird.



a) Geben Sie an, aus welchen Kraft- und Drehmoment-"Wandlern" das Fahrrad besteht.

b) Bestimmen Sie F_B in Abhängigkeit von F_P und den Parametern L, R, r_1, r_2.

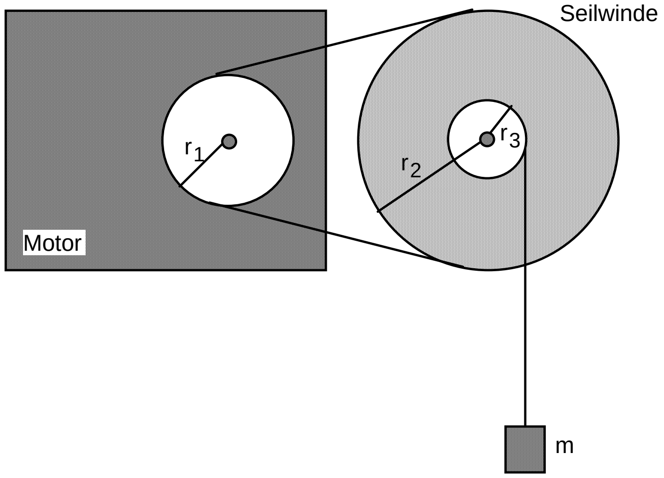
c) Diskutieren Sie, wie F_B …

i) … von der Übersetzung $k := \frac{r_1}{r_2}$ abhängt.

ii) … vom Radius R des Hinterrades abhängt.

Hinweis:
- Nehmen Sie an, dass die Geschwindigkeit des Fahrrades konstant ist, d.h. dass sich die Zahnräder und das Hinterrad mit konstanter Winkelgeschwindigkeit bewegen

5.11 Ein Elektromotor treibt über einen Riemen eine Seilwinde an, mit welcher Lasten gehoben werden können:

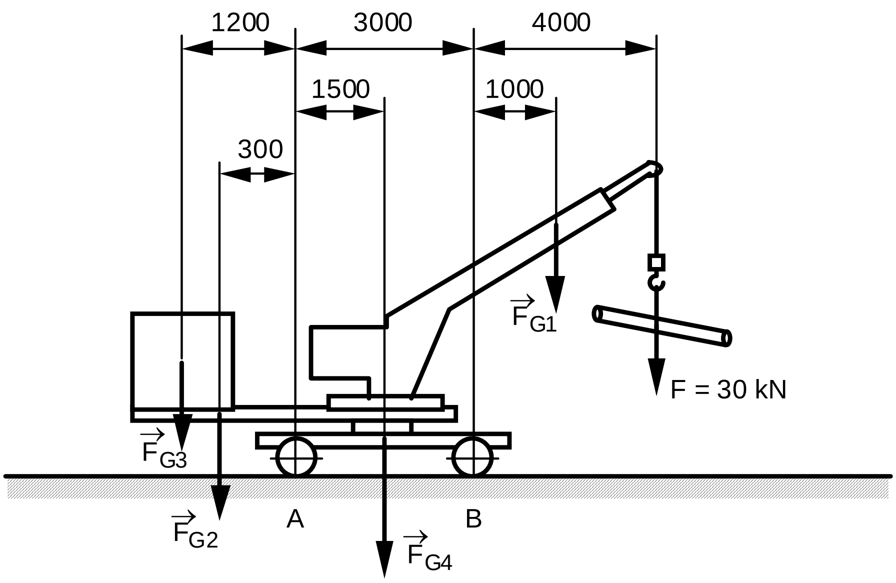


Im technischen Datenblatt steht, dass der Motor ein maximales Drehmoment vom Betrag M_{max} = 500 Nm hat.

a) Bestimmen Sie die maximale Masse m_{max}, die mit der Seilwinde gehoben werden könnte.
Daten: r_1 = 1 cm, r_2 = 10 cm, r_3 = 5 cm

b) Wie müsste man die Grössen r_1, r_2, r_3 verändern, um eine grössere Masse heben zu können?

5.12 Betrachten Sie den folgenden fahrbaren Drehkran:



Der Kran hält eine Last vom Betrag F = 30 kN. Die auf den Kran wirkende Gewichtskraft kann in Teil-Gewichtskräfte aufgeteilt werden. Sie betragen F_{G1} = 10 kN, F_{G2} = 8.0 kN, F_{G3} = 16 kN, F_{G4} = 20 kN. Die Längen sind in der Zeichnung in Millimeter (Fehler ±1 cm) angegeben.

Beurteilen Sie, ob der Kran sicher steht, oder ob er nach vorne oder nach hinten kippt.

Hinweise:
- Betrachten Sie die Drehmomente der Last F sowie der einzelnen Gewichtskräfte bzgl. der Auflagepunkte A und B der Räder am Boden.
- Hier soll also das allfällige Kippen nach vorne bzw. hinten als reine Rotationsbewegung um eine Drehachse um B bzw. A betrachtet werden.
- Da für das statische Gleichgewicht eines starren Körpers die Summe aller Drehmomente bzgl. irgend eines Punktes der Nullvektor sein muss, ist es hier einfacher, die Drehmomente bzgl. A und B zu betrachten als bzgl. des Schwerpunktes.

5.13 Die acht Eckpunkte P_1 bis P_8 eines Würfels haben die folgenden Koordinaten:

P_1 (1.00 m | - 1.00 m | - 1.00 m) P_2 (1.00 m | 1.00 m | - 1.00 m)

P_3 (- 1.00 m | 1.00 m | - 1.00 m) P_4 (-1.00 m | -1.00 m | -1.00 m)

P_5 (1.00 m | - 1.00 m | 1.00 m) P_6 (1.00 m | 1.00 m | 1.00 m)

P_7 (- 1.00 m | 1.00 m | 1.00 m) P_8 (- 1.00 m | - 1.00 m | 1.00 m)

Am Würfel greifen die folgenden vier Kräfte an:

$\vec{F}_2 = \begin{pmatrix} 20.0\text{ N} \\ 0\text{ N} \\ 0\text{ N} \end{pmatrix}$ am Eckpunkt P_2

$\vec{F}_5 = \begin{pmatrix} -10.0\text{ N} \\ 10.0\text{ N} \\ 10.0\text{ N} \end{pmatrix}$ am Eckpunkt P_5

$\vec{F}_6 = \begin{pmatrix} 0\text{ N} \\ 0\text{ N} \\ 10.0\text{ N} \end{pmatrix}$ am Eckpunkt P_6

$\vec{F}_7 = \begin{pmatrix} 0\text{ N} \\ 20.0\text{ N} \\ 10.0\text{ N} \end{pmatrix}$ am Eckpunkt P_7

a) Skizzieren Sie das Koordinatensystem, den Würfel und die angreifenden Kräfte.

b) Bestimmen Sie die Beträge der vier Kräfte.

c) Bestimmen Sie die einzelnen Drehmomente aller vier Kräfte bezüglich des Koordinatenursprungs.

d) Bestimmen Sie die Beträge aller Drehmomente.

e) Bestimmen Sie das resultierende Drehmoment.

f) Bestimmen Sie den Betrag des resultierenden Drehmoments.

Lösungen

5.1 ...

5.2 a) ...

b) Das Produkt der beiden Grössen muss konstant bleiben.

5.3 ...

5.4 ... (vgl. 5.3)

5.5 a) Drehmoment $\vec{M}$ bzgl. Punkt D
Richtung von $\vec{M}$: nach hinten, d.h. senkrecht in die Zeichenebene hinein
Betrag von $\vec{M}$: $M = r_\perp \cdot F = 40\text{ cm} \cdot 60\text{ N} = 0.4\text{ m} \cdot 60\text{ N} = 24\text{ Nm}$

b) Drehmoment $\vec{M}$ bzgl. Eckpunkt oben
Richtung von $\vec{M}$: nach vorne, d.h. senkrecht aus der Zeichenebene heraus
Betrag von $\vec{M}$: $M = r_\perp \cdot F = 50\text{ cm} \cdot 60\text{ N} = 0.5\text{ m} \cdot 60\text{ N} = 30\text{ Nm}$

Drehmoment $\vec{M}$ bzgl. Eckpunkt unten
Richtung von $\vec{M}$: nach hinten, d.h. senkrecht in die Zeichenebene hinein
Betrag von $\vec{M}$: $M = r_\perp \cdot F = 70\text{ cm} \cdot 60\text{ N} = 0.7\text{ m} \cdot 60\text{ N} = 42\text{ Nm}$

Drehmoment $\vec{M}$ bzgl. Eckpunkt rechts
Richtung von $\vec{M}$: unbestimmt, da $\vec{M} = \vec{0}$
Betrag von $\vec{M}$: $M = r_\perp \cdot F = 0\text{ cm} \cdot 60\text{ N} = 0\text{ m} \cdot 60\text{ N} = 0\text{ Nm}$

c) ...

d) ...

5.6 a) Drehmomente der Kräfte von links nach rechts:

$\vec{M}_1$: Richtung: nach vorne, d.h. senkrecht aus der Wandebene heraus
Betrag: $M_1 = 30\text{ cm} \cdot (2 \cdot 0.5\text{ N}) = 0.3\text{ m} \cdot 1\text{ N} = 0.3\text{ Nm}$

$\vec{M}_2$: Richtung: nach vorne, d.h. senkrecht aus der Wandebene heraus
Betrag: $M_2 = 10\text{ cm} \cdot 0.5\text{ N} = 0.1\text{ m} \cdot 0.5\text{ N} = 0.05\text{ Nm}$

$\vec{M}_3$: Richtung: nach hinten, d.h. senkrecht in die Wandebene hinein
Betrag: $M_3 = 10\text{ cm} \cdot 0.5\text{ N} = 0.1\text{ m} \cdot 0.5\text{ N} = 0.05\text{ Nm}$

$\vec{M}_4$: Richtung: nach hinten, d.h. senkrecht in die Wandebene hinein
Betrag: $M_4 = 20\text{ cm} \cdot 0.5\text{ N} = 0.2\text{ m} \cdot 0.5\text{ N} = 0.1\text{ Nm}$

$\vec{M}_5$: Richtung: nach hinten, d.h. senkrecht in die Wandebene hinein
Betrag: $M_5 = 40\text{ cm} \cdot 0.5\text{ N} = 0.4\text{ m} \cdot 0.5\text{ N} = 0.2\text{ Nm}$

b) $\vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \vec{M}_3 + \vec{M}_4 + \vec{M}_5 = \vec{0}$

5.7 a) $M = 0\text{ Nm}$

b) $M = 71\text{ Nm}$

c) $M = 100\text{ Nm}$

d) $M = 0\text{ Nm}$

5.8 a) ...

b) Drehrichtung im Gegenuhrzeigersinn

c) ...

5.9 a) i) ...

ii) $M_1 = M_2 \quad \Rightarrow \quad r_1F_1 = r_2F_2 \quad \Rightarrow \quad F_2 = \frac{r_1}{r_2} F_1$

iii) ...

iv) Kraft-"Wandler"

b) i) ...

ii) ...

iii) $F_1 = F_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{M_1}{r_1} = \frac{M_2}{r_2} \quad \Rightarrow \quad M_2 = \frac{r_2}{r_1} M_1$

iv) Drehmoment-"Wandler"

c) i) ...

ii) ...

iii) $F_1 = F_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{M_1}{r_1} = \frac{M_2}{r_2} \quad \Rightarrow \quad M_2 = \frac{r_2}{r_1} M_1$

iv) Drehmoment-"Wandler"

5.10 a) Kraft-"Wandler": Pedal - Vorderes Zahnrad
Hinteres Zahnrad - Hinterrad

Drehmoment-"Wandler": Vorderes Zahnrad - Hinteres Zahnrad

b) $F_B = \frac{1}{R} \frac{r_2}{r_1} L\, F_P$

c) i) $F_B \sim \frac{1}{k}$

ii) $F_B \sim \frac{1}{R}$

5.11 a) $m_{max} = \frac{1}{g} \frac{r_2}{r_1 r_3} M_{max} = 10'000$ kg

b) r_1 verkleinern, r_2 vergrössern, r_3 verkleinern

5.12 Drehmoment bezüglich **A**

Betrag des resultierenden Drehmomentes der Kräfte mit Wirkungslinien **rechts** von A:
$M_{AR} = r_{A4} \cdot F_{G4} + r_{A1} \cdot F_{G1} + r_A \cdot F$
$= 1.50\ \text{m} \cdot 20\ \text{kN} + 4.00\ \text{m} \cdot 10\ \text{kN} + 7.00\ \text{m} \cdot 30\ \text{kN} = 2.8 \cdot 10^5\ \text{Nm}$

Betrag des resultierenden Drehmomentes der Kräfte mit Wirkungslinien **links** von A:
$M_{AL} = r_{A2} \cdot F_{G2} + r_{A3} \cdot F_{G3}$
$= 0.30\ \text{m} \cdot 8.0\ \text{kN} + 1.20\ \text{m} \cdot 16\ \text{kN} = 2.2 \cdot 10^4\ \text{Nm}$

$M_{AR} > M_{AL} \quad \Rightarrow$ Der Kran **kippt nicht** nach **hinten**.

(Fortsetzung siehe nächste Seite)

Drehmoment bezüglich **B**

Betrag des resultierenden Drehmomentes der Kräfte mit Wirkungslinien **rechts** von B:

$M_{BR} = r_{B1} \cdot F_{G1} + r_B \cdot F$
$= 1.00\text{ m} \cdot 10\text{ kN} + 4.00\text{ m} \cdot 30\text{ kN} = 1.3 \cdot 10^5\text{ Nm}$

Betrag des resultierenden Drehmomentes der Kräfte mit Wirkungslinien **links** von B:

$M_{BL} = r_{B4} \cdot F_{G4} + r_{B2} \cdot F_{G2} + r_{B3} \cdot F_{G3}$
$= 1.50\text{ m} \cdot 20\text{ kN} + 3.30\text{ m} \cdot 8.0\text{ kN} + 4.20\text{ m} \cdot 16\text{ kN} = 1.2 \cdot 10^5\text{ Nm}$

$M_{BR} > M_{BL}$ $\Rightarrow$ Der Kran **kippt** nach **vorne**.

5.13 a) ...

b) $\left|\vec{F}_2\right| = 20.0\text{ N}$ $\left|\vec{F}_5\right| = 17.3\text{ N}$ $\left|\vec{F}_6\right| = 10.0\text{ N}$ $\left|\vec{F}_7\right| = 22.4\text{ N}$

c) $\vec{M}_2 = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 = \begin{pmatrix} 1.00\text{ m} \\ 1.00\text{ m} \\ -1.00\text{ m} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 20.0\text{ N} \\ 0\text{ N} \\ 0\text{ N} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0\text{ Nm} \\ -20.0\text{ Nm} \\ 0\text{ Nm} \end{pmatrix}$

$\vec{M}_5 = \vec{r}_5 \times \vec{F}_5 = \begin{pmatrix} 1.00\text{ m} \\ -1.00\text{ m} \\ 1.00\text{ m} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -10.0\text{ N} \\ 10.0\text{ N} \\ 10.0\text{ N} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -20.0\text{ Nm} \\ -20.0\text{ Nm} \\ 20.0\text{ Nm} \end{pmatrix}$

$\vec{M}_6 = \vec{r}_6 \times \vec{F}_6 = \begin{pmatrix} 1.00\text{ m} \\ 1.00\text{ m} \\ 1.00\text{ m} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0\text{ N} \\ 0\text{ N} \\ 10.0\text{ N} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10.0\text{ Nm} \\ -10.0\text{ Nm} \\ 0\text{ Nm} \end{pmatrix}$

$\vec{M}_7 = \vec{r}_7 \times \vec{F}_7 = \begin{pmatrix} -1.00\text{ m} \\ 1.00\text{ m} \\ 1.00\text{ m} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0\text{ N} \\ 20.0\text{ N} \\ 10.0\text{ N} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10.0\text{ Nm} \\ 10.0\text{ Nm} \\ -20.0\text{ Nm} \end{pmatrix}$

d) $\left|\vec{M}_2\right| = 20.0\text{ Nm}$ $\left|\vec{M}_5\right| = 34.6\text{ Nm}$ $\left|\vec{M}_6\right| = 14.1\text{ Nm}$ $\left|\vec{M}_7\right| = 24.5\text{ Nm}$

e) $\vec{M}_{res} = \vec{M}_2 + \vec{M}_5 + \vec{M}_6 + \vec{M}_7 = \begin{pmatrix} -20.0\text{ Nm} \\ -40.0\text{ Nm} \\ 0\text{ Nm} \end{pmatrix}$

f) $\left|\vec{M}_{res}\right| = 44.8\text{ Nm}$