Aufgaben 3 Translations-Mechanik
Energie, Kinetische Energie, Potentielle Energie, Energiebilanz

Lernziele

- den Impuls als Energieträger verstehen.
- den Zusammenhang zwischen dem Impulsstrom und dem Energiestrom bei der Analyse und beim Lösen von konkreten Problemstellungen anwenden können.
- den mathematischen Ausdruck für die in einem Körper mit dem Impuls gespeicherte kinetische Energie anwenden können.
- den mathematischen Ausdruck für die in einem Körper gespeicherte potentielle Energie kennen, verstehen und anwenden können.
- die Impuls- und Energieerhaltung in konkreten Problemstellungen anwenden können.
- sich aus dem Studium eines schriftlichen Dokumentes neue Kenntnisse erarbeiten können.

Aufgaben

3.1 Beschreiben Sie, was mit der Energie in den folgenden Vorgängen passiert.
- Wie fliesst die Energie?
- Wo ist die Energie gespeichert?
- Wo wird Energie dissipiert?

a) Ein Gleiter bewegt sich reibungsfrei auf einer Luftkissenbahn.

b) Eine Münze gleitet über eine Tischplatte.

c) Ein Auto mit Vorderradantrieb setzt sich auf einer Strasse in Bewegung.

d) Ein Autobus bremst bei einer Haltestelle.

e) Eine Stahlkugel stösst vollkommen elastisch und zentral auf eine gleiche ruhende Kugel.

f) Eine Stahlkugel stösst teilweise elastisch und zentral auf eine gleiche ruhende Kugel.

g) Ein Stein fällt von einer Brücke.

h) Eine Person wirft einen Stein nach oben.

3.2 Ein Hochgeschwindigkeitszug der Masse 400 t wird in 60 s von 40 m/s auf 50 m/s beschleunigt.

Bestimmen Sie, um wieviel die im Zug gespeicherte kinetische Energie dabei zunimmt.

3.3 Ein Auto fährt mit der Geschwindigkeit v_1 und wird um Δv auf die höhere Geschwindigkeit v_2 beschleunigt, d.h. $v_2 = v_1 + \Delta v$.

Jemand behauptet:

"Beim Beschleunigen hängt die Zunahme der im Auto gespeicherten kinetischen Energie nur von der Masse m des Autos und von der Geschwindigkeitsdifferenz Δv ab.

Wenn das Auto also z.B. von 0 km/h auf 30 km/h beschleunigt, nimmt die kinetische Energie um gleich viel zu wie bei einer Beschleunigung von 50 km/h auf 80 km/h oder von 100 km/h auf 130 km/h. Nur die Geschwindigkeitsdifferenz von 30 km/h ist entscheidend."

Beurteilen Sie mit schlüssiger Begründung, ob diese Behauptung wahr ist oder nicht.

3.4 Ein Schlitten der Masse m = 60 kg startet aus der Ruhe von einem Hügel der Höhe h = 20 m und erreicht den Fuss des Hügels mit einer Geschwindigkeit von v = 10 m/s.

Beim Heruntergleiten verliert der Schlitten potentielle Energie.

Bestimmen Sie den prozentualen Anteil dieser potentiellen Energie, welche wegen Reibung dissipiert, d.h. zur Erzeugung von Wärme umgesetzt wird.

Hinweise:
- Lösen Sie die Aufgabe zunächst allgemein algebraisch, d.h. ohne Verwendung von konkreten Zahlenwerten.
- Setzen Sie erst im algebraischen Schlussresultat die Zahlenwerte ein.

3.5 Einem Körper der Masse m, der sich auf der Höhe h befindet (bezüglich eines willkürlich festgelegten Nullniveaus h = 0), wird eine potentielle Energie W_G zugeordnet (vgl. Unterricht):

$W_G = mgh$ (*)

Prüfen Sie die Beziehung (*) mit Hilfe der folgenden Betrachtung nach:

Der Körper wird aus der Höhe h aus der Ruhe fallengelassen. Vernachlässigt man den Luftwiderstand, so gilt nach der Energieerhaltung, dass die kinetische Energie des Körpers auf der Höhe h = 0 gleich gross ist wie die potentielle Energie des Körpers auf der Ausgangshöhe h.

3.6 Eine Pistolenkugel der Masse m_K = 10 g bohrt sich mit der Anfangsgeschwindigkeit v_K = 500 m/s in einen an einem Seil der Länge l = 4.0 m aufgehängten Sandsack der Masse m_S = 50 kg und bleibt im Sandsack stecken. Nach dem Einschlag pendelt der Sack am Seil hin und her.

a) Skizzieren Sie die folgenden drei Situationen:
   i) Pistolenkugel und Sandsack kurz vor dem Aufprall
   ii) Pistolenkugel und Sandsack kurz nach dem Aufprall
   iii) Pistolenkugel und Sandsack am Umkehrpunkt der Pendelbewegung

b) Bestimmen Sie die Geschwindigkeit des Sackes kurz nach dem Aufprall der Pistolenkugel.

c) Vergleichen Sie die kinetische Energie der Pistolenkugel vor dem Aufprall mit der kinetischen Energie von Pistolenkugel und Sandsack zusammen kurz nach dem Aufprall.
Wieviel Prozent der kinetischen Energie ist verloren gegangen?
Wo steckt diese Energie nun?

d) Bestimmen Sie den Winkel, um welchen der Sandsack nach dem Aufprall ausschwingt.

Hinweise:
- Vernachlässigen Sie Reibungsverluste durch die Aufhängung des Sandsackes und den Luftwiderstand.
- Lösen Sie die Aufgaben zunächst allgemein algebraisch, d.h. ohne Verwendung von konkreten Zahlenwerten.
- Setzen Sie erst in den algebraischen Schlussresultaten die Zahlenwerte ein.

3.7 Studieren Sie den auf den folgenden beiden Seiten abgedruckten Text, in welchem der Zusammenhang zwischen der Energiestromstärke I_W, der Impulsstromstärke I_p und der Geschwindigkeit v erklärt wird.

Quelle:
Herrmann, F.: Der Karlsruher Physikkurs, Sekundarstufe II, Auflage 2014 (bearb.: Hermann, F., Hauptmann, H.), Band 4 (Mechanik)

Hinweis:
- Im Text wird die Energiestromstärke mit P statt mit I_W bezeichnet.

5.1 Der Impuls als Energieträger

Wenn man sich körperlich anstrengt, verbraucht man Energie. Was ist hier mit „verbrauchen" gemeint? Zum Beispiel, dass man viel essen muss, damit man die Anstrengung durchhalten kann. Mit dem Essen bekommt man Energie, und bei der körperlichen Anstrengung gibt man sie wieder ab. „Du verbrauchst viel Energie" bedeutet also „Es fließt viel Energie durch dich hindurch, du nimmst viel Energie auf und gibst viel Energie ab".

Willy zieht in Abb. 5.1 eine Kiste über den Boden. (Sicher, er könnte die Kiste auf weniger anstrengende Art transportieren, aber dann könnten wir unser Problem nicht so gut diskutieren.) Er strengt sich an, er gibt Energie ab. Wo bleibt diese Energie? Sie geht zur Unterseite der Kiste, erzeugt dort Wärme und verteilt sich, zusammen mit der Wärme, in der Umgebung.

Wir wollen nun den Energietransport zwischen Willy und Kiste untersuchen. Der erste Punkt, der zu klären ist: Welches ist der Energieträger? Gleichzeitig mit einem Energiestrom fließt in dem Seil zwischen Willy und Kiste ein Impulsstrom. Wir vermuten daher, dass der gesuchte Energieträger der Impuls ist.

Der Impuls ist ein Energieträger.

Wir sehen auch gleich, dass nicht jeder Impulsstrom von einem Energiestrom begleitet ist: Der Impulsstrom in Abb. 5.1 fließt, wie wir wissen, von der Kiste durch die Erde zurück zur Person. Die Energie geht von der Kistenunterseite aus ihre eigenen Wege. Der zurückfließende Impuls trägt also keine Energie.

Wovon hängt es nun ab, wie groß der Energiestrom ist? Oder allgemeiner formuliert: Wie müssen wir es anstellen, wenn wir möglichst viel Energie mit einem Seil oder einer Stange übertragen wollen?

Wenn wir ein gespanntes Seil an den Wänden festhaken, Abb. 5.2, so fließt ein Impulsstrom, aber sicher kein Energiestrom, denn es wird nichts erwärmt, und es wird nichts bewegt. Welches ist der Unterschied zwischen den Seilen in Abb. 5.1 und Abb. 5.2? Das erste Seil bewegt sich, das zweite nicht. Man sieht also, dass es beim Energietransport auf die Geschwindigkeit ankommt, mit der sich die Impulsleitung bewegt.

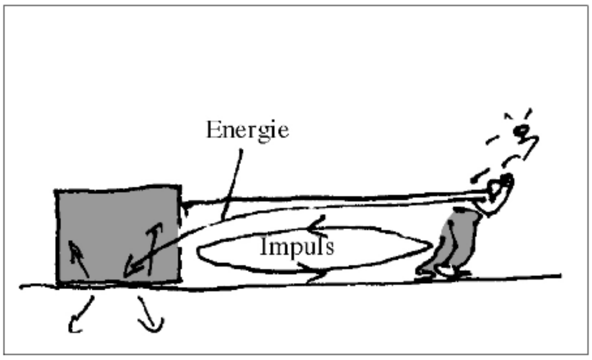

Abb. 5.1. Der Impuls fließt im geschlossenen Stromkreis. Die Energie fließt von Willys Muskeln zur Unterseite der Kiste.

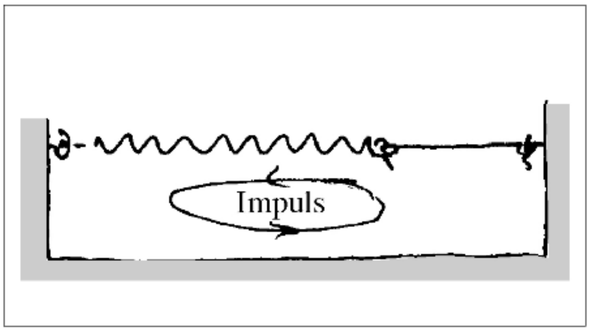

Abb. 5.2. Es fließt nirgends ein Energiestrom, obwohl ein Impulsstrom fließt.

Außerdem hängt die Stärke des Energiestroms von der Stärke des Impulsstroms ab, denn wenn das Seil nicht unter mechanischer Spannung steht, wird man damit keine Energie übertragen.

Wir haben damit ein erstes Ergebnis:

Die Stärke des Energiestroms P durch ein Seil hängt ab
– von der Stärke F des Impulsstroms im Seil;
– von der Geschwindigkeit v des Seils.

Wir wollen klären, wie der Zusammenhang quantitativ aussieht. Durch was für eine Gleichung sind die drei Größen P, F und v miteinander verknüpft?

Die Abhängigkeit der Energiestromstärke P von der Impulsstromstärke F ist leicht zu finden. Abb. 5.3 zeigt von oben, wie zwei völlig gleichartige Kisten über den Boden gezogen werden. Wir vergleichen die beiden

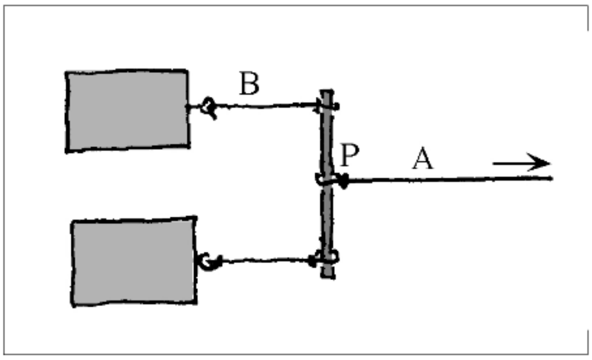

Abb. 5.3. Zwei Kisten werden über den Boden gezogen. Ansicht von oben

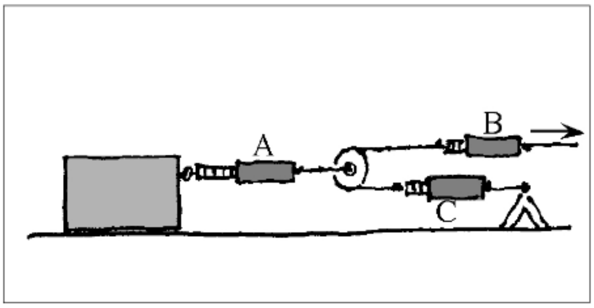

Abb. 5.4. In A ist die Stromstärke doppelt so groß wie in B. Die Geschwindigkeit von A ist halb so groß wie die von B.

Seilstücke A und B. Beide bewegen sich mit derselben Geschwindigkeit. Sowohl der Impulsstrom als auch der Energiestrom teilen sich im Knotenpunkt P gleichmäßig auf: Der Impulsstrom ist in Seil B halb so stark wie in A, der Energiestrom ebenso. Bei gleicher Geschwindigkeit ist also die Energiestromstärke zur Impulsstromstärke proportional:

$$P \sim F$$

Um den Zusammenhang zwischen P und v zu finden, machen wir ein Experiment. Eine Kiste wird mit Hilfe eines „Flaschenzuges" gezogen, Abb. 5.4. Wir vergleichen die Seilstücke A und B. Zunächst zum Energiestrom: Die ganze Energie, die von rechts in Seil B hineinfließt, geht von der Umlenkrolle aus durch Seil A weiter. In Seil C kann keine Energie fließen, denn C bewegt sich nicht. Wir haben also

$$P_A = P_B$$

Als nächstes vergleichen wir die Geschwindigkeiten von A und B. Wenn sich die Kiste, und damit Seil A, um ein bestimmtes Stück nach rechts bewegt, so bewegt sich das rechte Ende von B um den doppelten Betrag dieses Stücks nach rechts. Nehmen wir an, die Kiste bewege sich um 10 cm, dann bewegt sich auch die Umlenkrolle um 10 cm. Wäre nun Seil B nicht über die Rolle gelegt, sondern am rechten Ende von A befestigt, so würde sich B ebenfalls um 10 cm nach rechts bewegen. Wegen der Rolle wird aber Seil C auch um 10 cm kürzer, und diese 10 cm von Seil C kommen Seil B zugute. B wird also um 20 cm länger. Das bedeutet, dass die Geschwindigkeit von B doppelt so groß ist wie die von A. Es ist also:

$$v_B = 2v_A$$

Schließlich vergleichen wir die Impulsströme in A und B. Das können wir nur mit einer Messung machen. Es zeigt sich, dass die Impulsstromstärke in B gerade halb so groß ist wie die in A. (In C ist sie übrigens genauso groß wie in B, so dass die Knotenregel erfüllt ist.) Wir können also schreiben:

$$F_A = 2F_B$$

Alle diese Ergebnisse zusammen werden korrekt beschrieben, wenn man ansetzt:

$$P \sim v \cdot F$$

Denn diese Proportionalität sagt zum einen, dass P zu F proportional ist, wenn die Geschwindigkeit konstant gehalten wird. Zum anderen sagt sie: Wenn man v verdoppelt und gleichzeitig F halbiert, so bleibt P konstant, und genau das haben wir in unserem Experiment mit der Umlenkrolle gefunden.

> Überträgt man Energie mit dem Energieträger Impuls, so ist die Energiestromstärke proportional zur Impulsstromstärke und zur Geschwindigkeit, mit der sich die Leitung bewegt.

Um aus dieser Proportionalität eine Gleichung zu machen, müsste man eigentlich einen Proportionalitätsfaktor einführen. Nun sind glücklicherweise die SI-Maßeinheiten der drei beteiligten Größen so gewählt, dass einfach gilt:

$$P = v \cdot F$$

Dies ist das gesuchte Ergebnis. Wir können damit die Stärke des Energiestroms in unserem Seil berechnen, wenn wir die Impulsstromstärke im Seil und die Geschwindigkeit des Seils kennen.

Ein Beispiel: Wir ziehen an einem Seil, in das ein Kraftmesser eingebaut ist. Der Kraftmesser zeigt 120 N an, das Seil bewegt sich mit 0,5 m/s. Die Energiestromstärke ergibt sich zu:

$$P = v \cdot F = 0{,}5\ \text{m/s} \cdot 120\ \text{N} = 60\ \text{W}.$$

Beachte, dass man die Geschwindigkeit in m/s und die Impulsstromstärke in N einsetzen muss, damit die Energiestromstärke in der SI-Einheit Watt herauskommt.

Die Formel

$$P = v \cdot F$$

lässt sich umformen. Man erhält eine Gleichung, die für manche Probleme handlicher ist. Wir ersetzen P durch E/t und v durch s/t:

$$\frac{E}{t} = \frac{s}{t} \cdot F$$

und multiplizieren rechts und links mit t. Es ergibt sich:

$$E = s \cdot F.$$

Die Gleichung sagt uns zum Beispiel: Wenn man gegen eine Stange drückt und die Stange dabei um das Wegstück s verschiebt, so fließt die Energiemenge $s \cdot F$ durch die Stange. F ist hierbei die Stärke des Impulsstroms, der beim Schieben durch die Stange fließt.

Ein Beispiel: Wir ziehen so an einem Seil, dass dabei ein Impulsstrom von 120 N fließt und sich das Seil um 2 m bewegt. Wie viel Energie wird dabei durch das Seil übertragen? Wir verwenden unsere neue Formel. Mit $F = 120$ N und $s = 2$ m wird

$$E = s \cdot F = 2\ \text{m} \cdot 120\ \text{N} = 240\ \text{Nm} = 240\ \text{J}.$$

Lösungen

3.1 a) Die Energie ist im Gleiter gespeichert. Es fliesst keine Energie.

b) Die in der Münze gespeicherte Energie wird wegen der Reibung dissipiert, bis die Münze still steht.

c) Die vom Motor kommende Energie wird im Auto gespeichert. Davon wird ein kleiner Teil über die Luft und die hinteren Räder dissipiert.

d) Die im Bus gespeicherte Energie wird in den Bremsen dissipiert.

e) Die Energie der bewegten Kugel fliesst während des Stossvorganges vollständig in die ruhende Kugel. Es wird keine Energie dissipiert, falls man die Reibung an der Unterlage vernachlässigt.

f) Die Energie der stossenden Kugel fliesst nur teilweise in die ruhende Kugel. Der restliche Anteil wird während des Stossvorganges dissipiert. Dabei erwärmen sich die Kugeln leicht.

g) Die Energie fliesst vom Gravitationsfeld in den Stein und wird dort gespeichert.

h) Die im Stein gespeicherte Energie fliesst in das Gravitationsfeld, bis der Stein den höchsten Punkt erreicht hat. Dann fliesst wieder Energie vom Gravitationsfeld in den Stein und wird dort gespeichert.

3.2 $\Delta W_{kin} = 1.8 \cdot 10^8$ J

3.3 $\Delta W_{kin} = W_{kin2} - W_{kin1}$

$W_{kin1} = \frac{1}{2} m v_1^2$

$W_{kin2} = \frac{1}{2} m v_2^2$

$v_2 = v_1 + \Delta v$

$\Rightarrow \quad \Delta W_{kin} = m \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta v$

ΔW_{kin} hängt nicht nur von der Masse m und der Geschwindigkeitsdifferenz Δv ab sondern auch vom arithmetischen Mittel von Anfangs- und Endgeschwindigkeit.

3.4 Im folgenden Gleichungssystem bezieht sich der Index 1 auf den obersten Punkt des Hügels und der Index 2 auf den Fuss des Hügels:

	Unbekannte:	Bekannte:
$W_{G1} + W_{kin1} = W_{G2} + W_{kin2} + W_{th}$	W_{G1}	$W_{kin1} = 0$ J
$W_{G1} = mgh$	W_{kin2}	$W_{G2} = 0$ J
$W_{kin2} = \frac{1}{2} m v^2$	W_{th}	$m = 60$ kg
$x = \frac{W_{th}}{W_{G1}}$	x	$g \approx 10$ m/s^2
		$h = 20$ m
		$v = 10$ m/s

$\Rightarrow \quad x = 1 - \frac{v^2}{2gh} \approx \frac{3}{4} = 75\ \%$

3.5 $W_G(h) = W_{kin}(h = 0)$

$W_{kin}(h = 0) = \frac{1}{2} m v^2$

$v = gt$

$h = \frac{1}{2} g t^2$

$\Rightarrow \quad W_G(h) = mgh$

3.6 a) ...

b) Impulserhaltung
$v' = \frac{m_K}{m_K + m_S} v_K \approx \frac{m_K}{m_S} v_K = 0.10$ m/s

c) $\frac{\Delta W_{kin}}{W_{kin}} = 1 - \frac{m_K}{m_K + m_S} \approx 1 - \frac{m_K}{m_S} = 0.9998$

Über 99.9% der kinetischen Energie wird dissipiert, d.h. in die Produktion von Wärme investiert.

d) Energieerhaltung
$\cos(\varphi) = 1 - \frac{1}{2gl}\left(\frac{m_K}{m_K + m_S} v_K\right)^2$
$\varphi \approx 0.9°$

3.7 …