Aufgaben 7 Rotations-Mechanik Rotationsenergie

Lernziele

- wissen, dass sich die totale kinetische Energie eines starren Körpers aus der Translations- und der Rotationsenergie zusammensetzt.
- die Translations- und die Rotationsenergie eines einfacheren Körpers bestimmen können.
- einen neuen Sachverhalt analysieren und beurteilen können.

Aufgaben

7.1 In einem Fahrzeug kann ein Schwungrad zur Speicherung von Energie eingesetzt werden.

Bei der Talfahrt wird üblicherweise durch das Bremsen Energie dissipiert, die man nicht mehr nutzen kann. Mit einem installierten Schwungrad könnte man jedoch wenigstens einen Teil der Energie speichern und bei der Bergfahrt wieder nutzen.

Nehmen Sie an, dass das Schwungrad aus einer homogenen Kreisscheibe, d.h. einem flachen Vollzylinder besteht. Die Drehachse verläuft senkrecht zur Radebene durch den Schwerpunkt.

a) Mit einer Winkelgeschwindigkeit, die 20 Umdrehungen pro Sekunde entspricht, soll im Schwungrad die folgende Energiemenge gespeichert werden können:

Die gespeicherte Energie soll ausreichen für die Fahrt eines Autos der Masse 1.5 t von Davos (1600 m ü.M.) auf den Flüelapass (2400 m ü.M.).

Bestimmen Sie das dazu notwendige Trägheitsmoment des Schwungrades.

Hinweise:
- Nehmen Sie an, dass rund 75% der Energie durch Reibung (Luftwiderstand, Rollreibung) dissipiert wird.
- Bestimmen Sie zuerst die algebraische Lösung, d.h. ohne konkrete Zahlenwerte.
- Benützen Sie für die Berechnung des Zahlenresultates ohne Taschenrechner die folgenden Näherungswerte: $g \approx 10$ N/kg, $\pi^2 \approx 10$

b) Beurteilen Sie, ob man ein Schwungrad mit dem in a) geforderten Trägheitsmoment in ein Auto einbauen könnte.

7.2 Ein Voll- und ein Hohlzylinder mit derselben Masse m und demselben Radius r rollen mit der konstanten Geschwindigkeit v auf einer horizontalen Ebene.

a) Drücken Sie für beide Zylinder die Translationsenergie W_{transl}, die Rotationsenergie W_{rot} und die gesamte kinetische Energie W_{kin} durch m und v aus.

b) Bestimmen Sie für beide Zylinder die Anteile von W_{transl} und W_{rot} an der gesamten kinetischen Energie W_{kin}.

7.3 Ein Voll- und ein Hohlzylinder mit derselben Masse und demselben Radius rollen aus der Ruhe und aus derselben Höhe eine schiefe Ebene hinunter. Man beobachtet, dass der Vollzylinder als erster den Fuss der schiefen Ebene erreicht (vgl. Experiment im Unterricht).

Finden Sie aus den Ergebnissen der Aufgabe 7.2 eine Erklärung dafür, warum der Vollzylinder vor dem Hohlzylinder unten ankommt.

Lösungen

7.1 a) Energieerhaltung

$W_{rot} = W_G + W_{th}$

$W_{rot} = \frac{1}{2} J\omega^2$

$W_G = mgh$

$x = \frac{W_{th}}{W_{rot}}$

$\omega = 2\pi f$

$$\Rightarrow \; J = \frac{mgh}{2\pi^2 f^2 (1-x)} \approx \frac{\frac{3}{2}\cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 8 \cdot 10^2}{2 \cdot 10 \cdot 4 \cdot 10^2 \left(1 - \frac{3}{4}\right)} \text{ kg}\cdot\text{m}^2 = 6000 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

b) $J = \frac{1}{2} mr^2$

z.B. $r := 1$ m $\Rightarrow$ m = 12'000 kg

$r := 2$ m $\Rightarrow$ m = 3'000 kg

7.2

	W_{transl}	W_{rot}	W_{kin}	W_{transl} / W_{kin}	W_{rot} / W_{kin}
Vollzylinder	$\frac{1}{2} mv^2$	$\frac{1}{4} mv^2$	$\frac{3}{4} mv^2$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
Hohlzylinder	$\frac{1}{2} mv^2$	$\frac{1}{2} mv^2$	mv^2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

7.3 ...