

## Aufgaben 5      Rotations-Mechanik Drehimpuls, Drehmoment, Kraft-/Drehmoment-"Wandler"

### Lernziele

- das Drehimpulsbilanzgesetz verstehen und anwenden können.
- wissen, dass sich die Wirkung einer Kraft nicht ändert, wenn man die Kraft auf ihrer Wirkungslinie verschiebt.
- wissen, wie die Wirkung einer Kraft von der Lage der Wirkungslinie und dem Betrag der Kraft abhängt.
- das Drehmoment einer Kraft bestimmen können.
- die Wirkung von Kräften beurteilen können, die an einem starren Körper angreifen.
- verstehen, was ein Kraft-"Wandler", ein Drehmoment-"Wandler" ist.
- beurteilen können, ob eine einfache Maschine ein Kraft-"Wandler" oder ein Drehmoment-"Wandler" ist.
- mindestens je ein Beispiel eines Kraft-"Wandlers" und eines Drehmoment-"Wandlers" kennen.
- beurteilen können, welche Teile einer Maschine Kraft- bzw. Drehmoment-"Wandler" sind.
- den Zusammenhang zwischen Kraft und Drehmoment bei einem Motor verstehen.
- eine neue Problemstellung bearbeiten können.

### Aufgaben

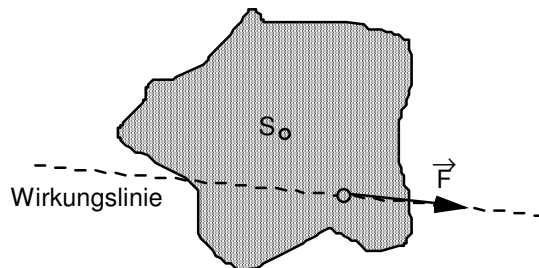
#### 5.1 Experimente Posten 1: Drehstuhl

Sie haben im Selbststudium einen Text zu Drehimpuls und Drehimpulsströmen studiert (kopierte Blätter aus: Karlsruher Physikkurs, SI, Band 1, Seiten 95 bis 102).

Führen Sie mit dem Drehstuhl und dem Rad die Experimente durch, die auf der Seite 98 beschrieben sind.

#### 5.2 Experimente Posten 2: Scheibe und Stab

An einem starren Körper greift eine **Kraft  $\vec{F}$**  an. Der Kraft  $\vec{F}$  wird eine **Wirkungslinie** zugeordnet:

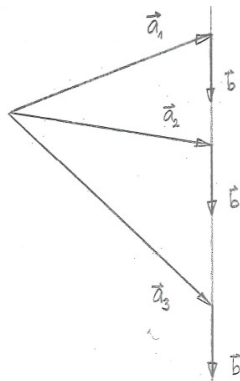


An der Wandtafel hängen zwei Modelle von starren Körpern, eine Scheibe und ein Stab. Die beiden Körper sind so an der Wandtafel montiert, dass deren Schwerpunkte fest mit der Wandtafel verbunden sind. Der einzelne Körper kann sich also nur um eine Drehachse drehen, die durch seinen Schwerpunkt läuft.

Man kann eine am Körper angreifende Kraft bewerkstelligen, indem man am Körper ein Gewichtsstück in einem bestimmten Abstand vom Schwerpunkt anhängt.

- a) Betrachten Sie die **Scheibe**.
- Hängen Sie an der Scheibe zwei Gewichtsstücke an, so dass die Scheibe im Gleichgewicht ist.
  - Verschieben Sie nun das eine Gewichtsstück so, dass die angreifende Kraft lediglich entlang ihrer Wirkungslinie verschoben wird.
  - Stellen Sie fest, dass die Scheibe dabei im Gleichgewicht bleibt.
  - Überlegen Sie sich mit Hilfe der Feststellung iii), dass sich die Wirkung einer angreifenden Kraft nicht ändert, wenn man die Kraft auf ihrer Wirkungslinie verschiebt.
- b) Betrachten Sie den **Stab**.
- Hängen Sie am Stab zwei Gewichtsstücke an, so dass der Stab im Gleichgewicht ist.
  - Ersetzen Sie nun das eine Gewichtsstück so, dass der Stab weiterhin im Gleichgewicht bleibt.
- Hinweise:
- Der Abstand der Wirkungslinie der angreifenden Kraft kann verändert werden, indem das Gewichtsstück weniger oder weiter von der Drehachse entfernt angehängt wird.
  - Der Betrag der angreifenden Kraft kann verändert werden, indem man ein leichteres oder schwereres Gewichtsstück anhängt.
- Damit der Stab im Gleichgewicht bleibt, müssen die beiden folgenden Grössen eine bestimmte Beziehung erfüllen:
    - Abstand der Wirkungslinie der angreifenden Kraft von der Drehachse
    - Betrag der angreifenden KraftFinden Sie diese Beziehung mit Hilfe der Experimente unter ii).

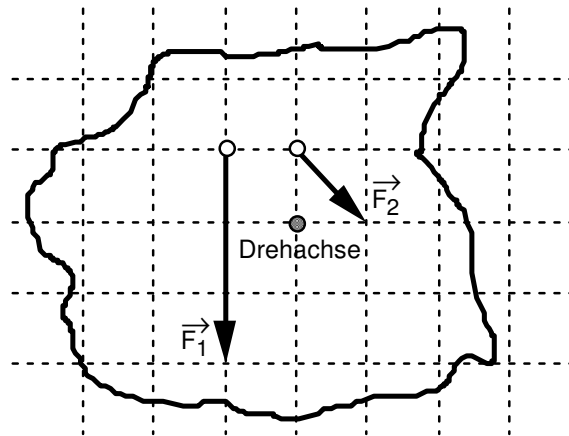
5.3 Gegeben sind die Vektoren  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$  und  $\vec{b}$ :



Erklären Sie, dass die drei Vektorprodukte  $\vec{a}_1 \times \vec{b}$ ,  $\vec{a}_2 \times \vec{b}$  und  $\vec{a}_3 \times \vec{b}$  gleich sind, d.h.  $\vec{a}_1 \times \vec{b} = \vec{a}_2 \times \vec{b} = \vec{a}_3 \times \vec{b}$ .

- 5.4 Ein Radfahrer übt auf ein Pedal der Hebellänge  $r = 20 \text{ cm}$  eine Kraft mit dem Betrag  $F = 500 \text{ N}$  aus. Bestimmen Sie den Betrag des Drehmomentes für die Fälle, in welchen der Winkel zwischen der Richtung des Pedalhebels und der Wirkungslinie der Kraft die folgenden Werte hat:
- $0^\circ$
  - $45^\circ$
  - $90^\circ$
  - $180^\circ$

- 5.5 Gegeben ist ein starrer Körper. Er kann sich um eine Achse drehen, die senkrecht zur Blattebene liegt. Am ruhenden, starren Körper greifen die beiden in der Blattebene liegenden Kräfte  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  an:



- Ersetzen** Sie die beiden Kräfte  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  durch eine einzige angreifende Kraft  $\vec{F}_3$ .  $\vec{F}_3$  soll auf den Körper dieselbe Wirkung haben wie die beiden ursprünglich angreifenden Kräfte  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  zusammen. Machen Sie **zwei** Vorschläge für die Kraft  $\vec{F}_3$ . Zeichnen Sie dazu Ihre zwei Vorschläge für  $\vec{F}_3$  mit korrektem Angriffspunkt, korrekter Richtung und massstabsgetreuem Betrag in die Grafik ein.
- Bestimmen Sie die Richtung, in welche sich der Körper aufgrund der angreifenden Kräfte zu drehen beginnt.
- Ergänzen** Sie die beiden Kräfte  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  durch eine dritte angreifende Kraft  $\vec{F}_3$ , so dass sich der starre Körper im Gleichgewicht befindet. Machen Sie **zwei** Vorschläge für die Kraft  $\vec{F}_3$ . Zeichnen Sie dazu Ihre zwei Vorschläge für  $\vec{F}_3$  mit korrektem Angriffspunkt, korrekter Richtung und massstabsgetreuem Betrag in die Grafik ein.

5.6 **Experimente Posten 3 bis 5: Kraft- und Drehmoment-"Wandler"**

Def.: Kraft- und Drehmoment-"Wandler" sind einfache Maschinen, an welchen zwei äussere Kräfte mit ihren entsprechenden Drehmomenten angreifen.

Ein **Kraft-"Wandler"** besteht aus einem einzigen drehfähigen Körper, an welchem zwei unterschiedlich grosse äussere Kräfte angreifen. Die dazugehörigen, auf den (gleichen) Drehpunkt bezogenen Drehmomente sind dabei gleich gross.

Ein **Drehmoment-"Wandler"** besteht aus zwei gekoppelten drehfähigen Körpern. An beiden Körpern greift je eine äussere Kraft an, wobei die beiden Kräfte gleich gross sind. Die dazugehörigen, auf die (verschiedenen) Drehpunkte der beiden Körper bezogenen Drehmomente sind dabei unterschiedlich gross.

Im Praktikumszimmer sind die drei Posten 3 bis 5 eingerichtet, an denen Sie Kraft- und Drehmoment-"Wandler" studieren sollen. Bearbeiten Sie dazu die untenstehenden Aufgabenstellungen.

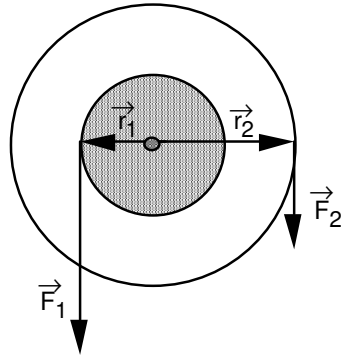
Hinweis:

- Nachfolgend werden mit  $F_1, F_2, M_1, M_2$  die Beträge der Vektoren  $\vec{F}_1, \dots, \vec{M}_2$  bezeichnet, d.h.  $F_1 = |\vec{F}_1|, \dots, M_2 = |\vec{M}_2|$

a) **Posten 3: Wellrad**

Am ruhenden oder mit konstanter Winkelgeschwindigkeit rotierenden Wellrad greifen die beiden äusseren Kräfte  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  an.

Die Kräfte  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  sind so bemessen, dass das Wellrad seinen Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Kreisbewegung beibehält:



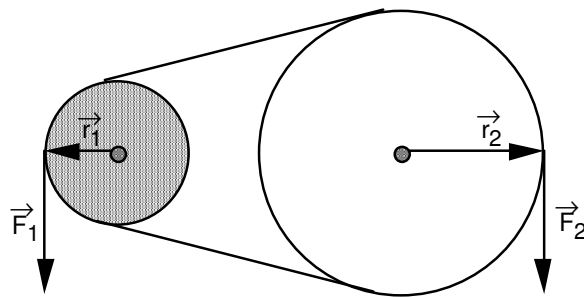
- i) Prüfen Sie experimentell nach, dass  $F_2 < F_1$ , falls  $r_2 > r_1$ .
- ii) Überlegen Sie sich, um welchen Faktor  $F_2$  kleiner sein muss als  $F_1$ . Betrachten Sie dazu die Drehmomente  $\vec{M}_1$  und  $\vec{M}_2$  der beiden Kräfte  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$ .
- iii) Überprüfen Sie das Ergebnis Ihrer Überlegungen aus ii) experimentell nach.
- iv) Beurteilen Sie, ob das Wellrad ein Kraft- oder ein Drehmoment-"Wandler" ist.

b) **Posten 4: Riemenräder**

Zwei Räder sind über einen Riemen miteinander gekoppelt.

An den ruhenden oder mit konstanten Winkelgeschwindigkeiten rotierenden Rädern greifen die beiden äusseren Kräfte  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  an.

Die Kräfte  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  sind so bemessen, dass die Räder ihren Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Kreisbewegung beibehalten:



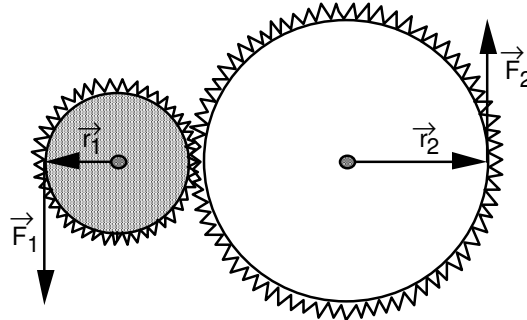
- i) Prüfen Sie experimentell nach, dass  $F_2 = F_1$ .
- ii) Begründen Sie, dass  $F_2 = F_1$  gelten muss, und zwar unabhängig von  $r_1$  und  $r_2$ .
- iii) Geben Sie eine Beziehung an zwischen den Beträgen der Drehmomente  $\vec{M}_1$  und  $\vec{M}_2$  der beiden Kräfte  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$ .
- iv) Beurteilen Sie, ob die beiden Riemenräder ein Kraft- oder ein Drehmoment-"Wandler" bilden.

c) **Posten 5: Zahnräder**

Zwei Zahnräder sind miteinander in Kontakt.

An den ruhenden oder mit konstanten Winkelgeschwindigkeiten rotierenden Zahnrädern greifen die beiden äusseren Kräfte  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  an.

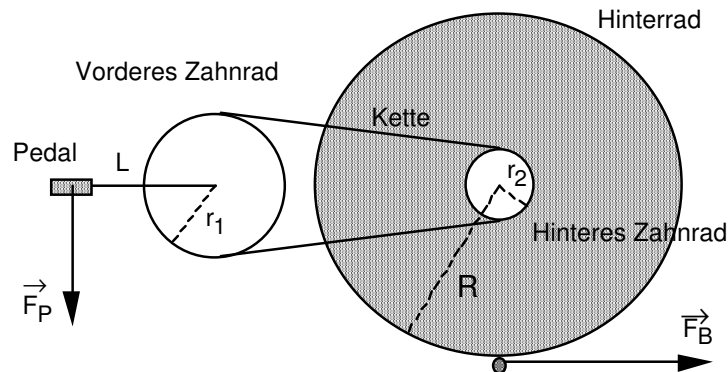
Die Kräfte  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  sind so bemessen, dass die Zahnräder ihren Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Kreisbewegung beibehalten:



- i) Prüfen Sie experimentell nach, dass  $F_2 = F_1$ .
- ii) Begründen Sie, dass  $F_2 = F_1$  gelten muss, und zwar unabhängig von  $r_1$  und  $r_2$ .
- iii) Geben Sie eine Beziehung an zwischen den Beträgen der Drehmomente  $\vec{M}_1$  und  $\vec{M}_2$  der beiden Kräfte  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$ .
- iv) Beurteilen Sie, ob die beiden Zahnräder ein Kraft- oder ein Drehmoment-"Wandler" bilden.

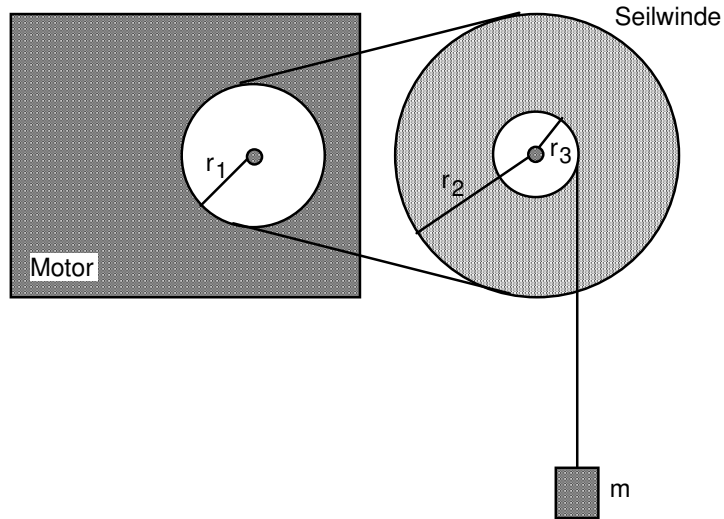
5.7 Ein **Fahrrad** ist eine Maschine, die aus Kraft- und Drehmoment-"Wandlern" besteht.

Dabei wird die Kraft  $\vec{F}_P$ , die der Fahrradfahrer auf das Pedal ausübt, in die Kraft  $\vec{F}_B$  "umgewandelt", welche auf den Boden ausgeübt wird.



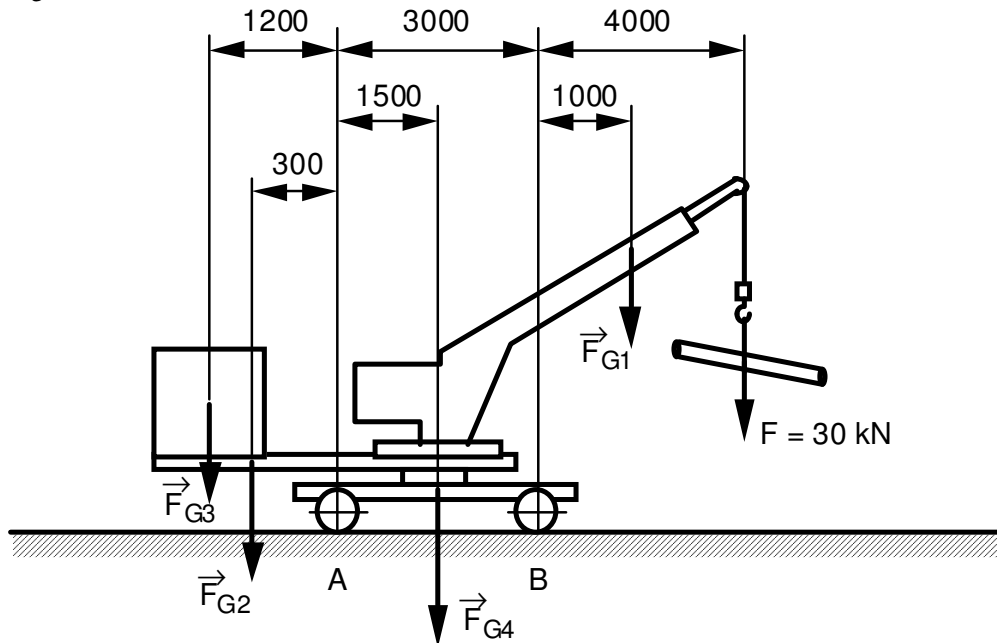
- a) Geben Sie an, aus welchen Kraft- und Drehmoment-"Wandlern" das Fahrrad besteht.
- b) Bestimmen Sie  $F_B$  in Abhängigkeit von  $F_P$  und den Parametern  $L$ ,  $R$ ,  $r_1$ ,  $r_2$ .
- c) Diskutieren Sie, wie  $F_B$  ...
  - i) ... von der Übersetzung  $k := \frac{r_1}{r_2}$  abhängt.
  - ii) ... vom Radius  $R$  des Hinterrades abhängt.

- 5.8 Ein Elektromotor treibt über einen Riemen eine Seilwinde an, mit welcher Lasten gehoben werden können:



Im technischen Datenblatt steht, dass der Motor ein maximales Drehmoment vom Betrag  $M_{\max} = 500 \text{ Nm}$  hat.

- a) Bestimmen Sie die maximale Masse  $m$ , die mit der Seilwinde gehoben werden könnte.  
 Daten:  $r_1 = 1 \text{ cm}$ ,  $r_2 = 10 \text{ cm}$ ,  $r_3 = 5 \text{ cm}$
- b) Wie müsste man die Größen  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$  verändern, um eine grössere Masse heben zu können?
- 5.9 Gegeben ist ein fahrbarer Drehkran:



Der Kran hält eine Last vom Betrag  $F = 30 \text{ kN}$ .  
 Die Gewichtskräfte des Kranes betragen  $F_{G1} = 10 \text{ kN}$ ,  $F_{G2} = 8 \text{ kN}$ ,  $F_{G3} = 16 \text{ kN}$ ,  $F_{G4} = 20 \text{ kN}$ .  
 Die Längen sind in der Zeichnung in Millimeter angegeben.

Beurteilen Sie, ob der Kran sicher steht, oder ob er nach vorne oder nach hinten kippt.

Hinweis:

- Betrachten Sie die Drehmomente der einzelnen Gewichtskräfte bezüglich der Drehachsen durch A und B.

**Lösungen**

5.1 ...

5.2 a) ...

b) Das Produkt der beiden Grössen muss konstant bleiben.

5.3 ...

5.4 a)  $M = 0 \text{ Nm}$

b)  $M = 71 \text{ Nm}$

c)  $M = 100 \text{ Nm}$

d)  $M = 0 \text{ Nm}$

5.5 a) ...

b) Drehrichtung im Gegenuhrzeigersinn

c) ...

5.6 a) i) ...

ii)  $M_1 = M_2 \quad \Rightarrow \quad r_1 F_1 = r_2 F_2 \quad \Rightarrow \quad F_2 = \frac{r_1}{r_2} F_1$

iii) ...

iv) Kraft-"Wandler"

b) i) ...

ii) ...

iii)  $F_1 = F_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{M_1}{r_1} = \frac{M_2}{r_2} \quad \Rightarrow \quad M_2 = \frac{r_2}{r_1} M_1$

iv) Drehmoment-"Wandler"

c) i) ...

ii) ...

iii)  $F_1 = F_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{M_1}{r_1} = \frac{M_2}{r_2} \quad \Rightarrow \quad M_2 = \frac{r_2}{r_1} M_1$

iv) Drehmoment-"Wandler"

5.7 a) Kraft-"Wandler": Pedal - Vorderes Zahnrad  
 Hinteres Zahnrad - Hinterrad  
 Drehmoment-"Wandler": Vorderes Zahnrad - Hinteres Zahnrad

b)  $F_B = \frac{1}{R} \frac{r_2}{r_1} L F_P$

c) i)  $F_B \sim \frac{1}{k}$       ii)  $F_B \sim \frac{1}{R}$

- 5.8 a)  $m_{\max} = \frac{1}{R} \frac{r_2}{r_1 r_3} M_{\max} = 10'000 \text{ kg}$   
b)  $r_1$  verkleinern,  $r_2$  vergrössern,  $r_3$  verkleinern

5.9 Drehmoment bezüglich A

Betrag des Drehmomentes derjenigen Kräfte, deren Wirkungslinien **rechts** von A liegen:

$$M_{AR} = r_{A4} \cdot F_{G4} + r_{A1} \cdot F_{G1} + r_A \cdot F \\ = 1500 \text{ mm} \cdot 20 \text{ kN} + 4000 \text{ mm} \cdot 10 \text{ kN} + 7000 \text{ mm} \cdot 30 \text{ kN} = 280'000 \text{ Nm}$$

Betrag des Drehmomentes derjenigen Kräfte, deren Wirkungslinien **links** von A liegen:

$$M_{AL} = r_{A2} \cdot F_{G2} + r_{A3} \cdot F_{G3} \\ = 300 \text{ mm} \cdot 8 \text{ kN} + 1200 \text{ mm} \cdot 16 \text{ kN} = 21'600 \text{ Nm}$$

$$M_{AR} > M_{AL} \quad \Rightarrow \quad \text{Der Kran **kippt nicht** nach **hinten**.$$

Drehmoment bezüglich B

Betrag des Drehmomentes derjenigen Kräfte, deren Wirkungslinien **rechts** von B liegen:

$$M_{BR} = r_{B1} \cdot F_{G1} + r_B \cdot F \\ = 1000 \text{ mm} \cdot 10 \text{ kN} + 4000 \text{ mm} \cdot 30 \text{ kN} = 130'000 \text{ Nm}$$

Betrag des Drehmomentes derjenigen Kräfte, deren Wirkungslinien **links** von B liegen:

$$M_{BL} = r_{B4} \cdot F_{G4} + r_{B2} \cdot F_{G2} + r_{B3} \cdot F_{G3} \\ = 1500 \text{ mm} \cdot 20 \text{ kN} + 3300 \text{ mm} \cdot 8 \text{ kN} + 4200 \text{ mm} \cdot 16 \text{ kN} = 123'600 \text{ Nm}$$

$$M_{BR} > M_{BL} \quad \Rightarrow \quad \text{Der Kran **kippt** nach **vorne**.$$