

## Aufgaben 4      Translations-Mechanik Gleichförmige Kreisbewegung, Zentripetalkraft, Bezugssystem

### Lernziele

- die Grössen zur Beschreibung einer Kreisbewegung und deren Zusammenhänge kennen.
- die Frequenz, Winkelgeschwindigkeit, Bahngeschwindigkeit für eine gleichförmige Kreisbewegung bestimmen können.
- Problemstellungen zur gleichförmigen Kreisbewegung bearbeiten können.
- verstehen, was Trägheits- bzw. Scheinkräfte sind.
- wissen und verstehen, dass die Zentrifugalkraft und die Corioliskraft Scheinkräfte sind.
- wissen und verstehen, was das Laborsystem ist.
- einen einfacheren Vorgang bezüglich verschiedener Bezugssysteme beschreiben können.

### Aufgaben

#### *Gleichförmige Kreisbewegung*

- 4.1 Bestimmen Sie den Zusammenhang zwischen ...
- ... der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  und der Frequenz  $f$ .
  - ... der Bahngeschwindigkeit  $v$  und der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ .
- 4.2 Ein Körper befindet sich auf der Erde (mittlerer Erdradius  $R = 6371$  km) in Chur (geografische Breite  $\varphi = 47^\circ$ ). Wegen der Erdrotation führt der Körper eine gleichförmige Kreisbewegung durch. Bestimmen Sie ...
- ... die Frequenz  $f$  des Körpers.
  - ... die Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  des Körpers.
  - ... die Bahngeschwindigkeit  $v$  des Körpers.

#### Hinweise:

- Geben Sie die Resultate jeweils zuerst allgemein algebraisch an.
- Berechnen Sie dann die konkreten Zahlenresultate mit einem Taschenrechner.

#### *Zentripetalkraft*

- 4.3 Wird die Bewegung der Erde um die Sonne vernachlässigt, so führt ein mit der Erde fest verbundener Körper ( $m = 70$  kg) wegen der Erdrotation eine gleichförmige Kreisbewegung aus. Die Summe aller am Körper angreifenden Kräfte ist also eine Zentripetalkraft.
- Aus welchen Einzelkräften setzt sich die resultierende Zentripetalkraft zusammen? Skizzieren Sie den Körper, und zeichnen Sie alle an ihm angreifenden Kräfte ein.
  - Bestimmen Sie den Betrag der Zentripetalkraft, falls sich der Körper auf der geografischen Breite  $\varphi$  befindet:
    - $\varphi = 0^\circ$
    - $\varphi = 30^\circ$
    - $\varphi = 60^\circ$
    - $\varphi = 90^\circ$

#### Hinweise:

- Geben Sie das Resultat zuerst allgemein algebraisch an.
- Berechnen Sie dann die konkreten Zahlenresultate mit einem Taschenrechner.

- 4.4 Ein Körper ( $m = 0.10$  kg) wird an einer Schnur ( $l = 0.50$  m) auf einem Kreis herumgeschleudert, dessen Ebene senkrecht zur Erdoberfläche steht.
- (Fortsetzung auf der nächsten Seite)

- a) Wie gross müssen mindestens die Winkelgeschwindigkeit und die Drehzahl pro Minute sein, damit der Körper im oberen Punkt seiner Bahn nicht herunterfällt?
- b) Welche Reissfestigkeit muss die Schnur haben, d.h. welche Impulsstromstärke muss die Schnur aushalten können, damit sie nicht reisst?

Hinweise:

- Geben Sie die Resultate jeweils zuerst allgemein algebraisch an.
- Berechnen Sie dann die konkreten Zahlenresultate mit einem Taschenrechner.

### Bezugssystem

- 4.5 Ein Körper wird bezüglich des sogenannten Laborsystems (= Bezugssystem, in welchem die Erde ruht) mit der Geschwindigkeit  $v_0$  unter dem Winkel  $\alpha$  zur Horizontalen schräg nach oben abgeworfen.

Von welchem anderen Bezugssystem aus erscheint die Bewegung des Körpers ...

- a) ... als freier Fall?
  - b) ... als waagrecht Wurf?
  - c) ... als senkrechter Wurf?
- 4.6 In der Aufgabe 4.7 werden Sie einen Text zu Trägheitskräften im beschleunigten Bezugssystem studieren. In diesem Text werden die drei Newton'schen Axiome erwähnt.

In der herkömmlichen "Kräfte-Sprache" lauten die drei Newton'schen Axiome wie folgt:

- (1) Ein Körper beharrt in seinem Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Bewegung, wenn keine Kraft auf ihn wirkt. (**Trägheitsprinzip**)
- (2) Die Summe aller auf einen Körper wirkenden Kräfte ist (bei konstanter Masse des Körpers) proportional zur Beschleunigung des Körpers. (**Aktionsprinzip**)
- (3) Übt ein Körper A eine Kraft auf einen Körper B aus, so übt der Körper B eine gleich grosse, entgegengesetzt gerichtete Kraft auf den Körper A aus. (**Wechselwirkungsprinzip**, "**actio = reactio**")

Wenn man das erste Newton'sche Axiom in die moderne "Impulsstrom-Sprache" übersetzt, lautet es wie folgt:

- (1) Der in einem Körper gespeicherte Impuls ändert sich nicht, wenn kein Impuls in ihn hinein oder aus ihm heraus fliesst.

Übersetzen Sie das zweite und dritte Newton'sche Axiom auf analoge Weise in die "Impulsstrom-Sprache". Formulieren Sie also die Axiome mit Hilfe der Begriffe "Impuls" und "Impulsströme".

- 4.7 Studieren Sie aus dem Buch Metzler-Physik (kopiertes Blatt) den Abschnitt "1.2.9 Trägheitskräfte im beschleunigten Bezugssystem: Galilei-Transformation und Inertialsystem". Lassen Sie dabei jedoch den letzten Absatz "Galilei Transformation und Inertialsysteme" (Seiten 56 bis 58) weg.

Hinweis:

- Im Text wird die Zentripetalkraft mit  $\vec{F}_R$  (statt mit  $\vec{F}_{ZP}$ ) und die Zentrifugalkraft mit  $\vec{F}_Z$  bezeichnet.

- 4.8 Ein Fahrstuhl bewegt sich im Laborsystem mit konstanter Beschleunigung nach unten. Im Fahrstuhl hängt eine Kugel an einem Kraftmessgerät.

Zwei Beobachter A und B befinden sich in verschiedenen Bezugssystemen:

- a) Der Beobachter A befindet sich im Laborsystem.
- b) Der Beobachter B befindet sich im Ruhesystem des Fahrstuhls, d.h. im Bezugssystem, in welchem der Fahrstuhl in Ruhe ist.

Beschreiben Sie, was die beiden Beobachter A und B am Kraftmessgerät ablesen, und erklären Sie die Beobachtung aus Sicht des jeweiligen Bezugssystems.

## Lösungen

- 4.1 a)  $\omega = 2\pi f$  b)  $v = r\omega$
- 4.2 a)  $f = \frac{1}{T} = 1.2 \cdot 10^{-5} \text{ Hz}$  b)  $\omega = \frac{2\pi}{T} = 7.3 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$   
c)  $v = \frac{2\pi R \cos(\varphi)}{T} = 0.32 \text{ km/s}$
- 4.3 a) Gewichtskraft, Haftreibungskraft, Normalkraft  
b)  $F_{ZP} = m \omega^2 R \cos(\varphi)$   
i)  $F_{ZP} = 2.4 \text{ N}$  ii)  $F_{ZP} = 2.0 \text{ N}$   
iii)  $F_{ZP} = 1.2 \text{ N}$  iv)  $F_{ZP} = 0 \text{ N}$
- 4.4 a) Zentripetalkraft  $F_{ZP} \geq$  Gewichtskraft  $F_G$ .  
 $\omega \geq \sqrt{\frac{g}{l}} = 4.4 \text{ s}^{-1}$ ,  $n \geq 42 \text{ min}^{-1}$   
b) Impulsstromstärke  $I_{pF} =$  Fadenkraft  $F_F = F_{ZP} + F_G \geq 2 \cdot F_G$   
 $I_{pF} \geq 2mg = 2.0 \text{ N}$
- 4.5 Das Bezugssystem bewegt sich bezüglich des Laborsystems geradlinig gleichförmig...
- a) ... schräg nach oben in die Anfangsrichtung und mit der Anfangsgeschwindigkeit des abgeworfenen Körpers.  
b) ... senkrecht nach oben mit der Geschwindigkeit, die gleich der vertikalen Komponente der Anfangsgeschwindigkeit des abgeworfenen Körpers ist.  
c) ... waagrecht mit der Geschwindigkeit, die gleich der horizontalen Komponente der Anfangsgeschwindigkeit des abgeworfenen Körpers ist.
- 4.6 (1) Der in einem Körper gespeicherte Impuls ändert sich nicht, wenn kein Impuls in ihn hinein oder aus ihm heraus fließt.  
(2) Fließt Impuls in einen Körper hinein oder aus ihm heraus, so ist die Summe der entsprechenden Impulsstromstärken gleich der Änderungsrate des im Körper gespeicherten Impulses und somit (bei konstanter Masse des Körpers) proportional zur Änderungsrate der Geschwindigkeit des Körpers. (**Impulsbilanz, Grundgesetz der Mechanik**)  
(3) Fließt Impuls von einem Körper A zu einem Körper B, so ist die Stromstärke des aus dem Körper A heraus fließenden Impulses gleich gross wie die Stromstärke des in den Körper B hinein fließenden Impulses.
- 4.7 ...
- 4.8 Beide Beobachter stellen fest, dass das Kraftmessgerät eine Kraft anzeigt, die kleiner ist als die Gewichtskraft der Kugel.  
a) Da die Kugel nach unten beschleunigt wird, muss der in der Kugel gespeicherte Impuls zunehmen (Ann.: positive Richtung nach unten). Es muss also weniger Impuls durch das Kraftmessgerät abfließen als über das Gravitationsfeld zufließt.  
b) Die Kugel ist in Ruhe. Nach der Impulsbilanz müsste also gleich viel Impuls aus der Kugel abfließen wie durch das Gravitationsfeld zufließt. Da der am Kraftmesser angezeigte Impulsstrom schwächer ist als der gravitative Impulsstrom, schliesst der Beobachter B fälschlicherweise auf einen zusätzlichen abfließenden Impulsstrom bzw. auf eine nach oben wirkende Scheinkraft.