

Aufgaben 2 Akustik Eigenschwingungen bei einer Trompete, Tonleiter

Lernziele

- die Funktionsweise einer Trompete als Anwendungsbeispiel von Eigenschwingungen bei Musikinstrumenten verstehen.
- die Struktur einer Tonleiter mit Oktave und Halbtönen kennen.

Einleitung

Eine Trompete ist ein beidseits offenes Rohr, in welchem eine Luftsäule Eigenschwingungen ausführen kann.

Das Anspielen eines Tones entspricht dem Anregen von mehreren Eigenschwingungen (Grundton und Obertöne). Die Frequenz des Grundtones bestimmt dabei die Tonhöhe. Bei einer bestimmten Länge der Trompete können nur bestimmte Töne gespielt werden, nämlich jene, deren Grundtöne den Eigenschwingungen der Trompete entsprechen.

Bsp.: Eine Trompete habe auf Grund ihrer Länge Eigenschwingungen der Frequenzen $f_0 = 100$ Hz, $f_1 = 200$ Hz, $f_2 = 300$ Hz, ...

Die folgenden Töne können (ohne Betätigen der Ventile) gespielt werden:

- Ton mit Grundton 100 Hz und Obertönen 200 Hz, 300 Hz, 400 Hz, ...
- Ton mit Grundton 200 Hz und Obertönen 400 Hz, 600 Hz, 800 Hz, ...
- Ton mit Grundton 300 Hz und Obertönen 600 Hz, 900 Hz, 1200 Hz, ...
- ...

Eine Tonleiter erstreckt sich über eine Oktave, welche in 12 Halbtonschritte unterteilt ist. Das Frequenzverhältnis zweier Töne (d.h. das Verhältnis der Frequenzen der entsprechenden Grundtöne), die um eine Oktave auseinander liegen, beträgt 2:1.

Durch das Betätigen der Ventile kann die Länge der Trompete verändert werden, indem die Luft durch zusätzliche Rohrbogen umgeleitet wird. Wird die Länge der Trompete auf diese Weise um einen bestimmten Betrag vergrößert, so vertiefen sich die Frequenzen der Eigenschwingungen. Entsprechend vertiefen sich die Frequenzen der nun spielbaren Töne. Durch geeignete Längenveränderungen (Ventilkombinationen) kann schliesslich jeder Halbton der Tonleiter gespielt werden.

Die Töne, die ohne Betätigen der Ventile gespielt werden können, heissen Naturtöne.

Aufgaben

2.1 Experiment: Tongenerator

Mit dem Tongenerator (Frequenzgenerator mit angeschlossenem Lautsprecher) können Töne verschiedener Frequenzen erzeugt werden. Mit einem Drehknopf kann die gewünschte Frequenz eingestellt werden.

- Versuchen Sie, mit dem Tongenerator nacheinander zwei Töne zu erzeugen, die nach Ihrem musikalischen Empfinden um eine Oktave auseinander liegen.
- Stellen Sie fest, dass das Frequenzverhältnis zweier Töne, die um eine Oktave auseinander liegen, 2:1 beträgt.

2.2 Auf einer Trompete werden drei benachbarte Naturtöne gespielt. Der erste Ton hat eine Frequenz von 233 Hz. Das Tonintervall zwischen dem ersten und dem dritten Ton ist eine Oktave.

- Bestimmen Sie, welchen Oberschwingungen die Grundtöne der drei gespielten Töne entsprechen.
- Bestimmen Sie die Frequenzen des zweiten und des dritten Tones.
- Bestimmen Sie die Länge der Trompete.

2.3 Das Betätigen der Ventile hat folgende Wirkung:

Ventil **1**: Vertiefung um einen ganzen Ton bzw. um **zwei** Halbtöne

Ventil **2**: Vertiefung um **einen** Halbton

Ventil **3**: Vertiefung um eineinhalb Töne bzw. um **drei** Halbtöne

- a) Überlegen Sie sich, warum überhaupt eine Verlängerung der Trompete zu einer Vertiefung der Töne führt.
- b) Bestimmen Sie, um ...
 - i) ... welchen Faktor ...
 - ii) ... wieviele cm ...

die Trompete beim Betätigen der einzelnen Ventile verlängert wird, um die angegebene Vertiefung des Tones zu erzielen.

Gehen Sie bei ii) von der in der Aufgabe 2 c) bestimmten Trompetenlänge aus.

- c) Prüfen Sie Ihr Ergebnis aus b) ii) nach, indem Sie an einer echten Trompete nachmessen.
- d) Erstellen Sie eine Griffabelle für alle Halbtöne, die zwischen den drei in der Aufgabe 2 erwähnten Naturtönen liegen.

Geben Sie also an, mit welcher Ventilkombination die einzelnen Töne gespielt werden müssen.

Lösungen

2.1 ...

- 2.2 a) 1., 2. und 3. Oberschwingung
 b) $f_2 = 349 \text{ Hz}$, $f_3 = 466 \text{ Hz}$
 c) $l = 1.48 \text{ m}$ (Ann.: $c = 344 \text{ m/s}$)

- 2.3 a) Eine Verlängerung der Trompete bewirkt eine Vergrößerung der Wellenlängen von Grundton und Obertönen.

Wegen $c = \lambda \cdot f$ erniedrigen sich die Frequenzen der Töne. Die Töne werden tiefer.

- b) Ventil 1: i) $\left(\frac{12}{\sqrt{2}}\right)^2 = 1.12$
 ii) 18.1 cm
 Ventil 2: i) $\frac{12}{\sqrt{2}} = 1.06$
 ii) 8.8 cm
 Ventil 3: i) $\left(\frac{12}{\sqrt{2}}\right)^3 = 1.19$
 ii) 27.9 cm

c) ...

d)

Ton Frequenz	klingend		Ventilkombination
	klingend	notiert	
233 Hz = f_1 (Naturton)	ais/b	c'	-
247 Hz	h	cis'/des'	1 und 2 und 3
262 Hz	c'	d'	1 und 3
277 Hz	cis'/des'	dis'/es'	2 und 3
294 Hz	d'	e'	3
311 Hz	dis'/es'	f'	1
330 Hz	e'	fis'/ges'	2
349 Hz = f_2 (Naturton)	f'	g'	-
370 Hz	fis'/ges'	gis'/as'	2 und 3
392 Hz	g'	a'	3
415 Hz	gis'/as'	ais'/b'	1
440 Hz (Kammerton)	a'	h'	2
466 Hz = f_3 (Naturton)	ais'/b'	c''	-