

Aufgaben 2 Translations-Mechanik Impuls, Kraft, Impulsbilanz, Energie

Lernziele

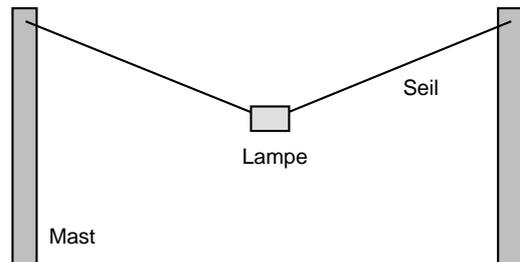
- den Zusammenhang zwischen Impuls, Masse und Geschwindigkeit eines Körpers anwenden können.
- das Impulsbilanzgesetz bzw. das Grundgesetz der Mechanik anwenden können.
- den mathematischen Ausdruck für die in einem Körper mit dem Impuls gespeicherte kinetische Energie anwenden können.
- die Impuls- und Energieerhaltung in konkreten Problemstellungen anwenden können.
- eine neue Problemstellung bearbeiten können.

Aufgaben

Impuls, Kraft, Impulsbilanz

- 2.1 Ein Güterwagen der Masse 80 t prallt mit einer Geschwindigkeit von 9.0 km/h gegen einen Prellbock. Nach dem Aufprall fährt er mit 5.4 km/h zurück.
- Skizzieren Sie den Güterwagen und den Prellbock während des Aufpralls. Zeichnen Sie den durch den Aufprall verursachten Impulsstrom zwischen dem Güterwagen und dem Prellbock ein. Zeichnen Sie zusätzlich die zum Impulsstrom gehörenden und auf den Güterwagen und den Prellbock wirkenden Kräfte ein.
 - Bestimmen Sie den im Güterwagen gespeicherten Impuls vor und nach dem Aufprall.
 - Bestimmen Sie, wieviel Impuls während des Aufpralls aus dem Güterwagen über den Prellbock abgeflossen ist.
 - Beurteilen Sie, von welchen Grössen die mittlere Stärke des Impulsstromes zwischen dem Güterwagen und dem Prellbock abhängt.
- 2.2 Ein Holzklötz rutscht mit geringer konstanter Geschwindigkeit eine schiefe Ebene hinunter.
- Skizzieren Sie den Holzklötz und die schiefe Ebene. Zeichnen Sie alle am Holzklötz angreifenden Kräfte ein. Die Längen der Kraftpfeile müssen proportional zu den Beträgen der Kräfte sein.
Hinweis:
Wegen der geringen Gleitgeschwindigkeit kann man den Luftwiderstand vernachlässigen.
 - Nun wird der Neigungswinkel der schiefen Ebene zur Horizontalen etwas vergrößert. Beurteilen Sie, ob und wie sich ...
 - ... die am Holzklötz angreifenden Kräfte verändern.
 - ... die Bewegung des Holzklötzes verändert.

2.3 Eine Strassenlampe ist an einem Drahtseil zwischen zwei Masten aufgehängt:



- a) Skizzieren Sie die Situation auf ein neues Blatt, und zeichnen Sie alle an der Lampe angreifenden Kräfte ein. Die Länge der gezeichneten Kraftpfeile soll proportional zu den Beträgen der Kräfte sein.
- b) Man möchte nun wissen, wie lange das Seil mindestens sein muss, damit die Stärke des Impulsstromes durch das Seil einen maximalen Wert I_{pmax} nicht überschreitet. Bekannt seien der Abstand der beiden Masten, die Masse der Lampe sowie die maximal zulässige Impulsstromstärke I_{pmax} .
 - i) Stellen Sie ein vollständiges Gleichungssystem auf, welches die gesuchte minimale Seillänge als Unbekannte enthält.
 - ii) Lösen Sie das Gleichungssystem nach der gesuchten Seillänge auf. Drücken Sie also die gesuchte Seillänge in Abhängigkeit der bekannten Grössen aus.

Hinweise:

- Die Stärke des Impulsstromes im Seil ist gleich gross wie eine der beiden an der Lampe angreifenden Seilkräfte.
- Mit Hilfe eines Strahlensatzes (vgl. Geometrie) kann eine Beziehung zwischen Kräften, die an der Lampe angreifen, und geometrischen Längen formuliert werden.

2.4 (Metzler: 45/3)

Von einem Rollwagen der Masse 20 kg, der sich mit der Geschwindigkeit 2.0 m/s bewegt, springt ein Junge der Masse 60 kg ab.

Beurteilen Sie, wie sich die Geschwindigkeit des Wagens verändert, falls sich der Junge beim Auftreffen auf den Boden ...

- a) ... mit der gleichen Geschwindigkeit bewegt, die der Wagen hat, bevor der Junge abspringt.
- b) ... gegenüber dem Boden in Ruhe befindet.
- c) ... mit der doppelten Anfangsgeschwindigkeit des Wagens bewegt.

2.5 (Metzler: 45/6)

Eine Explosion zersprengt einen Stein in drei Teile. Zwei Stücke ($m_1 = 1.0$ kg, $m_2 = 2.0$ kg) fliegen rechtwinklig zueinander mit $v_1 = 12$ m/s bzw. $v_2 = 8.0$ m/s fort. Das dritte Stück fliegt mit $v_3 = 40$ m/s weg.

Ermitteln Sie aus einem Diagramm die Richtung und die Masse des dritten Stückes.

2.6 (siehe nächste Seite)

- 2.6 Betrachten Sie den Sprung eines Fallschirmspringers für die erste Phase, in welcher der Fallschirm noch ungeöffnet bleibt.
- a) Stellen Sie für den Fallschirmspringer die Impulsbilanz auf.
Hinweis:
- Der Luftwiderstand kann nicht vernachlässigt werden.
- b) Schreiben Sie die Impulsbilanz um in die Form des Grundgesetzes der Mechanik, und lösen Sie die Gleichung nach der Geschwindigkeitsänderungsrate \dot{v} auf.
Hinweise:
Ersetzen Sie in der in a) aufgestellten Impulsbilanz ...
- i) ... die Impulsänderungsrate \dot{p} durch die Masse m und die Geschwindigkeitsänderungsrate \dot{v} des Fallschirmspringers ersetzen
- ii) ... die auftretenden Impulsstromstärken durch die Grössen, von denen die Impulsstromstärken abhängen.
Hinweis:
- Die Stärke des durch den Luftwiderstand abfliessenden Impulsstromes I_{pL} ist proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit v des Körpers:
 $I_{pL} \sim v^2$ bzw. $I_{pL} = k \cdot v^2$
- c) Skizzieren Sie mit schlüssiger Begründung den zeitlichen Verlauf der Geschwindigkeit v des Fallschirmspringers.

Energie

- 2.7 (Metzler: 64/1)

Ein Auto der Masse 950 kg wird in 4.0 s von 50 km/h auf 90 km/h beschleunigt.

- a) Bestimmen Sie, um wieviel die im Auto gespeicherte kinetische Energie dabei zunimmt.
- b) Welche Geschwindigkeit hätte das Auto, wenn seine gesamte kinetische Energie gleich der in a) bestimmten Energiemenge wäre?

- 2.8 Eine Pistolenkugel der Masse 8.0 g bohrt sich mit 500 m/s in einen an einem 4.0 m langen Seil aufgehängten Sandsack der Masse 50 kg und bleibt stecken. Nach dem Einschlag pendelt der Sack am Seil hin und her.

- a) Skizzieren Sie die folgenden drei Situationen:
- i) Pistolenkugel und Sandsack kurz vor dem Aufprall
- ii) Pistolenkugel und Sandsack kurz nach dem Aufprall
- iii) Pistolenkugel und Sandsack am Umkehrpunkt der Pendelbewegung
- b) Bestimmen Sie die Geschwindigkeit des Sackes kurz nach dem Aufprall der Pistolenkugel.

Hinweis:

Die Summe des im Sack und in der Pistolenkugel gespeicherten Impulses ist kurz nach dem Aufprall gleich gross wie vor dem Aufprall.

- c) Vergleichen Sie die kinetische Energie der Pistolenkugel vor dem Aufprall mit der kinetischen Energie von Pistolenkugel und Sandsack zusammen kurz nach dem Aufprall.
Wieviel Prozent der kinetischen Energie ist verloren gegangen?
Wo steckt diese Energie nun?

Hinweis:

Vernachlässigen Sie Reibungsverluste durch die Aufhängung des Sandsackes und den Luftwiderstand.

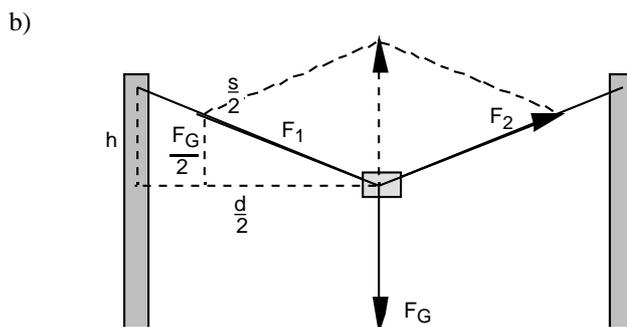
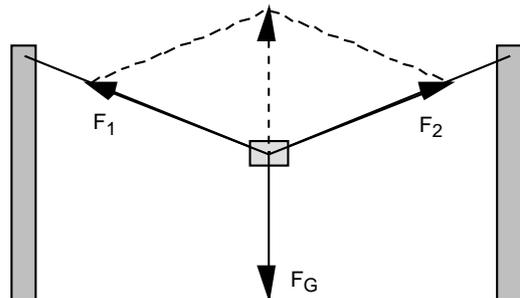
Lösungen

- 2.1 a) ...
- b) vor dem Aufprall $p = m \cdot v = 80 \text{ t} \cdot 9.0 \text{ km/h} = 80 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \frac{9.0}{3.6} \text{ m/s} = 2.0 \cdot 10^5 \text{ Hy}$
 nach dem Aufprall $p' = m \cdot v' = 80 \text{ t} \cdot (-5.4 \text{ km/h}) = 80 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \frac{-5.4}{3.6} \text{ m/s} = -1.2 \cdot 10^5 \text{ Hy}$
- c) $p = p - p' = 3.2 \cdot 10^5 \text{ Hy}$
- d) Impuls des Wagens, Härte der Pufferfedern (Wagen und Prellbock)

- 2.2 a) Kräfte: Gewichtskraft, Normalkraft, Gleitreibungskraft

- b) i) Gewichtskraft: Richtung und Betrag bleiben unverändert
 Normalkraft: Richtung verändert sich, Betrag wird kleiner
 Gleitreibungskraft: Richtung verändert sich, Betrag wird kleiner
- ii) Die Geschwindigkeit nimmt zu.

- 2.3 a) An der Lampe greifen drei Kräfte an: die Gewichtskraft F_G sowie die beiden betragsmässig gleich grossen Seilkräfte F_1 und F_2 .
 Der in der folgenden Abbildung eingezeichnete gestrichelte Pfeil stellt die Summe $F_1 + F_2$ dar, welche betragsmässig gleich gross ist wie der Betrag von F_G .



(Fortsetzung siehe nächste Seite)

$$i) \quad \frac{\frac{F_G}{2}}{F_1} = \frac{h}{\frac{s}{2}} \quad (2. \text{ Strahlensatz})$$

$$F_1 = I_{p\max}$$

$$F_G = m \cdot g$$

$$\left(\frac{d}{2}\right)^2 + h^2 = \left(\frac{s}{2}\right)^2$$

- - 4 Gleichungen
 - 4 Unbekannte: h, s, F_G, F₁
 - Bekannte: I_{pmax}, m, g, d

$$ii) \quad s = \frac{2 \cdot d \cdot I_{p\max}}{\sqrt{4 I_{p\max}^2 - (m \cdot g)^2}}$$

2.4 Die Summe des im Jungen und im Wagen gespeicherten Impulses bleibt konstant.

Der Wagen fährt nach dem Absprung ...

- a) ... mit unveränderter Geschwindigkeit.
- b) ... mit der Geschwindigkeit 8.0 m/s.
- c) ... rückwärts mit der Geschwindigkeit 4.0 m/s.

2.5 Die (vektorielle) Summe der Impulse der drei Stücke ist der Nullvektor.

$$m_3 = 0.5 \text{ kg}$$

2.6 a) $\dot{p} = I_{pG} - I_{pL}$ (Annahme: positive Richtung nach unten)

wobei: I_{pG} = Stärke des aus dem Gravitationsfeld zufließenden Impulsstromes

I_{pL} = Stärke des durch den Luftwiderstand abfließenden Impulsstromes

b) i) $\dot{p} = m \cdot \dot{v}$

ii) $I_{pG} = m \cdot g \quad I_{pL} = k \cdot v^2$

$$\dot{v} = g - \frac{k}{m} v^2$$

c) ...

2.7 a) $W_{\text{kin}} = 2.1 \cdot 10^5 \text{ J}$

b) $v = 75 \text{ km/h}$

2.8 a) ...

b) $v' = 0.080 \text{ m/s}$

c) $\frac{W_{\text{kin}}}{W_{\text{kin}}} = 1 - \frac{m_K + m_S}{m_K} \frac{v'^2}{v_K^2} > 0.99 = 99\%$

Über 99% der kinetischen Energie wird dissipiert, d.h. in die Produktion von Wärme investiert.