Übung 7 Wellen
Entstehung, Ausbreitung

Lernziele

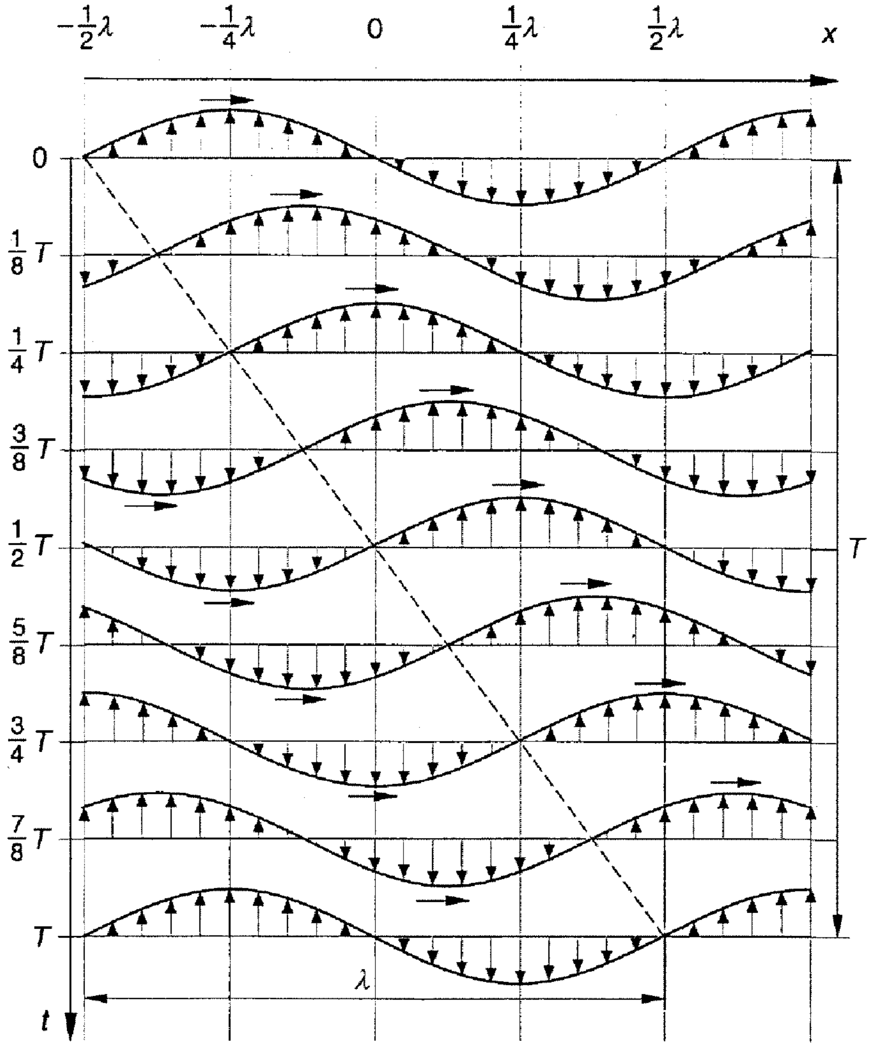
- einfachere Beziehungen zwischen physikalischen Grössen (hier: Frequenz, Wellenlänge, Ausbreitungsgeschwindigkeit) herleiten und anwenden können.
- durch das Studium schriftlicher Unterlagen neue Sachverhalte erarbeiten können.
- aus der Funktionsgleichung einer harmonischen Welle die Auslenkung an einem bestimmten Ort und zu einem bestimmten Zeitpunkt bestimmen können.
- einen behaupteten physikalischen Sachverhalt (hier: Unabhängigkeit der Ausbreitungsgeschwindigkeit von der Frequenz) mit Hilfe von Alltagserfahrungen beurteilen können.

Aufgaben

1. Die Frequenz f, die Wellenlänge λ und die Ausbreitungsgeschwindigkeit c einer Welle sind Grössen, die voneinander abhängen.

   Finden Sie eine **Beziehung zwischen den Grössen f, λ, c**.
   Geben Sie die Beziehung in Form einer mathematischen Formel an.

   Hinweis:
   Betrachten Sie die folgende Abbildung (Quelle: Metzler-Physik, Abbildung 123.1, Seite 123).
   Überlegen Sie sich, in welcher Zeitspanne ein Wellenberg eine Wellenlänge weit fortschreitet.



2. Schätzen Sie die Wellenlänge von Schallwellen in Luft ab.

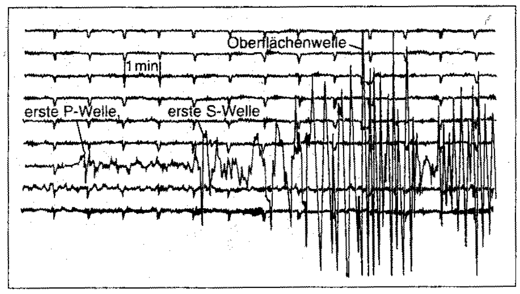
3. Studieren Sie den folgenden Text über Erdbebenwellen (Quelle: Metzler-Physik, Seite 125):

Erdbebenwellen (seismische Wellen)

Seismik (gr.-lat.) ist die Wissenschaft der Erdbeben. Bei einem Erdbeben entstehen vier Arten seismischer Wellen: Vom Zentrum eines Erdbebens gehen Raumwellen, nämlich *P-Wellen* (Primär-, Longitudinalwellen) und *S-Wellen* (Sekundär-, Tansversalwellen) aus. Die longitudinalen P-Wellen durchdringen mit Geschwindigkeiten von bis zu 14 km/s Festkörper und Flüssigkeiten und werden von Seismografen als Erste registriert. Die transversalen S-Wellen können sich mit Geschwindigkeiten von bis zu 3,5 km/s nur durch Festkörper fortpflanzen. Bei einem Beben entstehen außerdem noch Oberflächenwellen, bei denen es sich um *Torsionswellen* oder um Wellen handelt, *die Wasserwellen ähneln* und die nach den Raumwellen eintreffen.

Die Geschwindigkeit der seismischen Wellen hängt von der Elastizität und der Dichte des Materials ab, durch das sie laufen. Aus den unterschiedlichen Zeiten, zu denen sie bei den seismografischen Stationen eintreffen, kann das Epizentrum des Erdbebens lokalisiert werden. Ferner werden die Wellen an Grenzen zweier Medien reflektiert und gebrochen.

Aus dem Verhalten der Wellen ist es möglich, Kenntnisse über den inneren schalenartigen Aufbau der Erde zu gewinnen. Durch Explosionen künstlich erzeugte seismische Wellen werden dazu verwendet, Informationen über unterirdische Gesteinsformationen und Lagerstätten von Erdöl und Erdgas zu gewinnen. Die Wellen werden an den Grenzschichten unterschiedlicher Gesteinsarten reflektiert, von Detektoren registriert. Laufzeiten und Amplituden werden ausgewertet.



Im abgebildeten Seismogramm sind die Wellen eines Erdbebens aufgezeichnet.
Bestimmen Sie mit Hilfe des abgebildeten Seismogrammes und den Angaben im Text die Entfernung des Epizentrums vom Ort des Seismografen ab.

4. Eine fortschreitende, lineare Welle kann mathematisch durch die Funktion y beschrieben werden:

$$y: \quad \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad (x,t) \rightarrow y = y(x,t)$$

y ist eine Funktion mit zwei Variablen. Sie ordnet den beiden reellen Grössen x (Ort) und t (Zeit) die reelle Grösse y (Auslenkung) zu. Die Funktion drückt aus, wie gross die Auslenkung y eines Teilchens an einem bestimmten Ort x und zu einem bestimmten Zeitpunkt t ist.

Erfolgt die Anregung der Welle harmonisch, ergibt sich eine **harmonische Welle** mit der folgenden Funktionsgleichung:

$y(x,t) = \hat{y}\sin(\omega t - kx)$ wobei: $\hat{y}$:= Amplitude, d.h. maximale Auslenkung eines Teilchens

$\omega := \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ Kreisfrequenz

$k := \frac{2\pi}{\lambda}$ Wellenzahl

a) Gegeben seien die Amplitude $\hat{y}$, die Frequenz f und die Ausbreitungsgeschwindigkeit c der harmonischen Welle:

$\hat{y}$ = 20 cm f = 0.40 Hz c = 0.50 m/s

aa) Bestimmen Sie die Auslenkung y am Ort x zum Zeitpunkt t
- i) x = 0 cm t = 0 s
- ii) x = 40 cm t = 1.0 s

ab) Bestimmen Sie alle Stellen x, an welchen sich zum Zeitpunkt t ein Wellenberg befindet.
- i) t = 0 s
- ii) t = 1 s

b) * (siehe Seite 2)

b) * Prüfen Sie anhand der Funktionsgleichung $y(x,t) = \ldots$, dass **eine harmonische Welle sowohl zeitlich als auch räumlich ein periodischer Vorgang** ist.
Zeigen Sie also, dass die Funktion y
i) bezüglich der Variablen x periodisch ist mit der Periode λ.
ii) bezüglich der Variablen t periodisch ist mit der Periode T.

5. Das menschliche Ohr nimmt Schallwellen als Töne, Klänge und Geräusche wahr.

Ein einzelner Ton entspricht einer Schallwelle mit einer bestimmten Frequenz. Je höher der Ton ist, desto höher ist die Frequenz f der dazugehörigen Schallwelle.

Klänge und Geräusche sind Mischungen von verschiedenen Tönen und entsprechen demnach Gemischen von Schallwellen verschiedener Frequenzen.

Beurteilen Sie nun, ob die folgende Behauptung wahr oder falsch ist:
"Bei Schallwellen ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit c unabhängig von der Frequenz f."

Belegen oder widerlegen Sie die Behauptung anhand einer Erfahrung, die Sie im Alltag mit Tönen, Klängen und Geräuschen machen.

Lösungen

1. In der Zeit T schreitet ein Wellenberg eine Wellenlänge λ fort.
   Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle beträgt daher $c = \frac{\lambda}{T}$. Mit $f = \frac{1}{T}$ ergibt sich
   $c = \lambda \cdot f$

2. $c = \lambda \cdot f \qquad \lambda = \frac{c}{f}$
   Mit $c \approx 0.3$ km/s und $f \approx 1$ kHz ergibt sich
   $\lambda \approx 0.3$ m

3. $\Delta s = \frac{v_p v_s}{v_p - v_s} \Delta t \approx \frac{14 \text{ km/s} \cdot 3.5 \text{ km/s}}{14 \text{ km/s} - 3.5 \text{ km/s}} \cdot 3.5 \text{ min} \approx 1000 \text{ km}$

4. a) aa) i) $y(0 \text{ m}, 0 \text{ s}) = 0$ cm
   ii) $y(0.4 \text{ m}, 1.0 \text{ s}) = 0.096 \text{ m} = 9.6$ cm

   ab) i) $x = \frac{3}{4}\lambda + n \cdot \lambda \; (n \quad Z) = \ldots, -0.31 \text{ m}, 0.94 \text{ m}, 2.19 \text{ m}, \ldots$
   ii) Da die Frequenz 0.4 Hz beträgt, schreitet die Welle in 1 Sekunde 0.4 Wellenlängen fort, d.h. die Wellenberge sind gegenüber i) um 0.4 Wellenlängen verschoben.
   $x = \left(\frac{3}{4} + 0.4\right)\lambda + n \cdot \lambda \; (n \quad Z) = \ldots, 0.19 \text{ m}, 1.44 \text{ m}, 2.69 \text{ m}, \ldots$

   b) * ...

5. Hohe und tiefe Töne eines Musikstückes breiten sich mit gleicher Geschwindigkeit aus.
   Wenn dies nicht der Fall wäre, würde man ein Musikstück, das von einer entfernten Musikgruppe gespielt wird, verzerrt hören, d.h. man würde das Musikstück nicht mehr erkennen. Dies ist jedoch nicht der Fall.
   Die Behauptung ist wahr.