Übung 7 Wellen
Entstehung, Ausbreitung

Lernziele

- eine für Sie neue Beziehung zwischen physikalischen Grössen (hier: Frequenz, Wellenlänge, Ausbreitungsgeschwindigkeit) herleiten und anwenden können.
- aus der Funktionsgleichung einer harmonischen Welle die Auslenkung an einem bestimmten Ort und zu einem bestimmten Zeitpunkt bestimmen können.
- einen behaupteten physikalischen Sachverhalt (hier: Unabhängigkeit der Ausbreitungsgeschwindigkeit von der Frequenz) mit Hilfe von Alltagserfahrungen beurteilen können.

Aufgaben

1. Die Frequenz f, die Wellenlänge λ und die Ausbreitungsgeschwindigkeit c einer Welle sind Grössen, die voneinander abhängen.

   Finden Sie eine **Beziehung zwischen den Grössen f, λ, c**.
   Geben Sie die Beziehung in Form einer mathematischen Formel an.

   Hinweise:
   - Betrachten Sie die Abbildung 123.1 aus dem Buch *Metzler* (kopiertes Blatt).
   - Betrachten Sie die Zeit, in welcher ein Wellenberg eine Wellenlänge weit fortschreitet.

2. Während 12 Schwingungen innerhalb von 3 Sekunden ablaufen, breitet sich eine Störung um 3.6 m aus. Bestimmen Sie die Wellenlänge, die Frequenz und die Ausbreitungsgeschwindigkeit c der Welle.

3. Eine fortschreitende, lineare Welle kann mathematisch durch die Funktion y beschrieben werden:

$$y: \quad R^2 \rightarrow R, \quad (x,t) \rightarrow y = y(x,t)$$

   y ist eine Funktion mit zwei Variablen. Sie ordnet den beiden reellen Grössen x (Ort) und t (Zeit) die reelle Gröse y (Auslenkung) zu. Die Funktion drückt aus, wie gross die Auslenkung y eines Teilchens an einem bestimmten Ort x und zu einem bestimmten Zeitpunkt t ist.

   Erfolgt die Anregung der Welle harmonisch, ergibt sich eine **harmonische Welle** mit der folgenden Funktionsgleichung:

$$y(x,t) = \hat{y} \sin(\omega t - kx)$$

   wobei: $\hat{y}$:= Amplitude, d.h. maximale Auslenkung eines Teilchens

   $\omega := \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ Kreisfrequenz

   $k := \frac{2\pi}{\lambda}$ Wellenzahl

   a) Gegeben seien die Amplitude $\hat{y}$, die Frequenz f und die Ausbreitungsgeschwindigkeit c der harmonischen Welle:

   $\hat{y}$ = 20 cm f = 0.4 Hz c = 0.5 m/s

   aa) Bestimmen Sie die Auslenkung y am Ort x zum Zeitpunkt t
   i) x = 0 cm t = 0 s
   ii) x = 40 cm t = 1 s

   ab) Bestimmen Sie alle Stellen x, an welchen sich zum Zeitpunkt t ein Wellenberg befindet.
   i) t = 0 s
   ii) t = 1 s

   b) * (siehe Seite 2)

b) * Prüfen Sie anhand der Funktionsgleichung $y(x,t) = ...$, dass **eine harmonische Welle sowohl zeitlich als auch räumlich ein periodischer Vorgang** ist.
Zeigen Sie also, dass die Funktion y
i) bezüglich der Variablen x periodisch ist mit der Periode λ.
ii) bezüglich der Variablen t periodisch ist mit der Periode T.

4. Das menschliche Ohr nimmt Schallwellen als Töne, Klänge und Geräusche wahr.

Ein einzelner Ton entspricht einer Schallwelle mit einer bestimmten Frequenz. Je höher der Ton ist, desto höher ist die Frequenz f der dazugehörigen Schallwelle.

Klänge und Geräusche sind Mischungen von verschiedenen Tönen und entsprechen demnach Gemischen von Schallwellen verschiedener Frequenzen.

Beurteilen Sie nun, ob die folgende Behauptung wahr oder falsch ist:
"Bei Schallwellen ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit c unabhängig von der Frequenz f."

Belegen oder widerlegen Sie die Behauptung anhand einer Erfahrung, die Sie im Alltag mit Tönen, Klängen und Geräuschen machen.

5. Konsultieren Sie die beiden Internetquellen "Transversalwelle" und "Longitudinalwelle" unter
http://www.tel.fh-htwchur.ch/˜borer → Physik → Unterlagen (...)

Lösungen

1. In der Zeit T schreitet ein Wellenberg eine Wellenlänge λ fort.
Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle beträgt daher $c = \frac{\lambda}{T}$. Mit $f = \frac{1}{T}$ ergibt sich
$c = \lambda \cdot f$

2. n := Anzahl Schwingungen = 12
Δt := Zeitspanne, in welcher die n Schwingungen ablaufen = 3 s
Δs := Strecke, um welche sich eine Störung in der Zeitspanne Δt ausbreitet = 3.6 m
$\lambda = \frac{\Delta s}{n} = \frac{3.6\ \text{m}}{12} = 0.3\ \text{m}$
$f = \frac{n}{\Delta t} = \frac{12}{3\ \text{s}} = 4.0\ \text{Hz}$
$c = \lambda \cdot f = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{3.6\ \text{m}}{3\ \text{s}} = 1.2\ \text{m/s}$

3. a) aa) i) $y(0,0) = 0$
ii) $y(0.4,1) = 0.096\ \text{m} = 9.6\ \text{cm}$

ab) i) $x = \frac{3}{4}\lambda + n\cdot\lambda\ (n\ \ Z) = \ldots, -0.31\ \text{m}, 0.94\ \text{m}, 2.19\ \text{m}, \ldots$

ii) Da die Frequenz 0.4 Hz beträgt, schreitet die Welle in 1 Sekunde 0.4 Wellenlängen fort, d.h. die Wellenberge sind gegenüber i) um 0.4 Wellenlängen verschoben.
$x = \left(\frac{3}{4} + 0.4\right)\lambda + n\cdot\lambda\ (n\ \ Z) = \ldots, 0.19\ \text{m}, 1.44\ \text{m}, 2.69\ \text{m}, \ldots$

b) * …

4. Hohe und tiefe Töne eines Musikstückes breiten sich mit gleicher Geschwindigkeit aus.
Wenn dies nicht der Fall wäre, würde man ein Musikstück, das von einer entfernten Musikgruppe gespielt wird, verzerrt hören, d.h. man würde das Musikstück nicht mehr erkennen. Dies ist jedoch nicht der Fall.
Die Behauptung ist wahr.

5. …