

Übung 3 Statik des starren Körpers Drehmoment

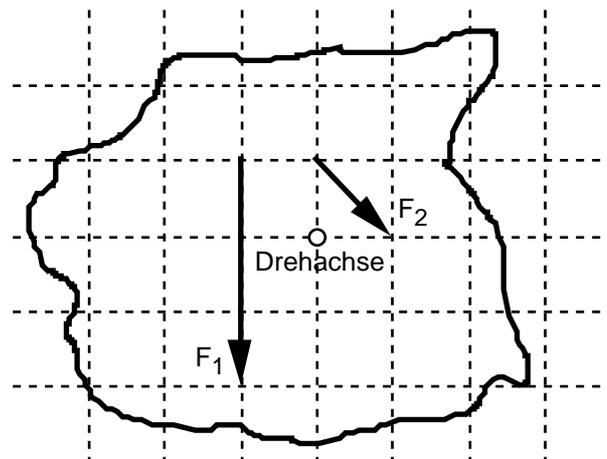
Lernziele

- das Drehmoment einer Kraft bestimmen können.
- die Wirkung von Kräften beurteilen können, die an einem starren Körper angreifen.
- einen für Sie neuen Sachverhalt erarbeiten können.

Aufgaben

1. Ein Radfahrer übt auf die Pedale der Hebellänge $r = 18 \text{ cm}$ eine Kraft $F = 480 \text{ N}$ aus. Bestimmen Sie die Drehmomente der Kraft für die Fälle, in welchen der Winkel zwischen der Richtung des Pedalhebels und der Wirkungslinie der Kraft die folgenden Werte hat:
 - a) 0°
 - b) 45°
 - c) 90°
 - d) 180°

2. Gegeben ist ein starrer Körper. Er kann sich um eine Achse drehen, die senkrecht zur Blattebene liegt. Am ruhenden, starren Körper greifen die beiden in der Blattebene liegenden Kräfte F_1 und F_2 an:



- a) **Ersetzen** Sie die beiden Kräfte F_1 und F_2 durch eine einzige angreifende Kraft F_3 .
 F_3 soll dieselbe Wirkung haben wie die beiden ursprünglich angreifenden Kräfte F_1 und F_2 .
Machen Sie **zwei** Vorschläge für die Kraft F_3 .
Zeichnen Sie dazu Ihre zwei Vorschläge für F_3 mit korrektem Angriffspunkt, korrekter Richtung und massstabsgetreuem Betrag in die Grafik ein.
- b) Bestimmen Sie die Richtung, in welche sich der Körper aufgrund der angreifenden Kräfte zu drehen beginnt.
- c) (siehe Seite 2)

- c) **Ergänzen** Sie die beiden Kräfte F_1 und F_2 durch eine dritte angreifende Kraft F_3 , so dass sich der starre Körper im Gleichgewicht befindet.

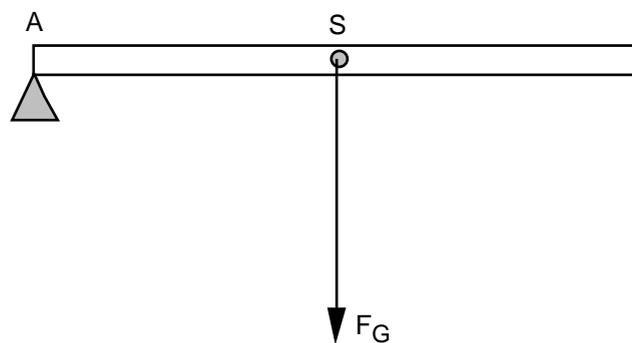
Machen Sie **zwei** Vorschläge für die Kraft F_3 .

Zeichnen Sie dazu Ihre zwei Vorschläge für F_3 mit korrektem Angriffspunkt, korrekter Richtung und massstabsgetreuem Betrag in die Grafik ein.

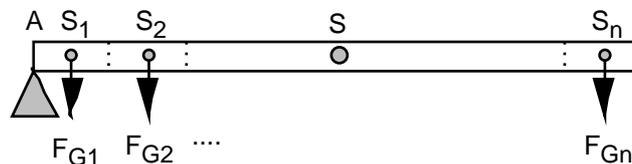
3. Gegeben ist ein homogener Balken. Er ist an seinem linken Ende im Punkt A aufgestützt und befindet sich zu einem bestimmten Zeitpunkt in horizontaler Lage. Die am Balken angreifende Gewichtskraft bewirkt ein Drehmoment bezüglich einer Drehachse durch A.

Man kann sich das Angreifen der Gewichtskraft am Balken auf zwei Arten vorstellen:

- i) Die ganze Gewichtskraft F_G greift im Schwerpunkt S an:



- ii) Man denkt sich den Balken in n gleich lange Teilstücke unterteilt. An den Schwerpunkten S_1 bis S_n der einzelnen Teilstücke greift jeweils der n-te Teil der gesamten Gewichtskraft an:



Es gilt dann die folgende Aussage:

Das Drehmoment der Gewichtskraft im Fall i) ist gleich der Summe der Drehmomente der einzelnen Teilkkräfte im Fall ii).

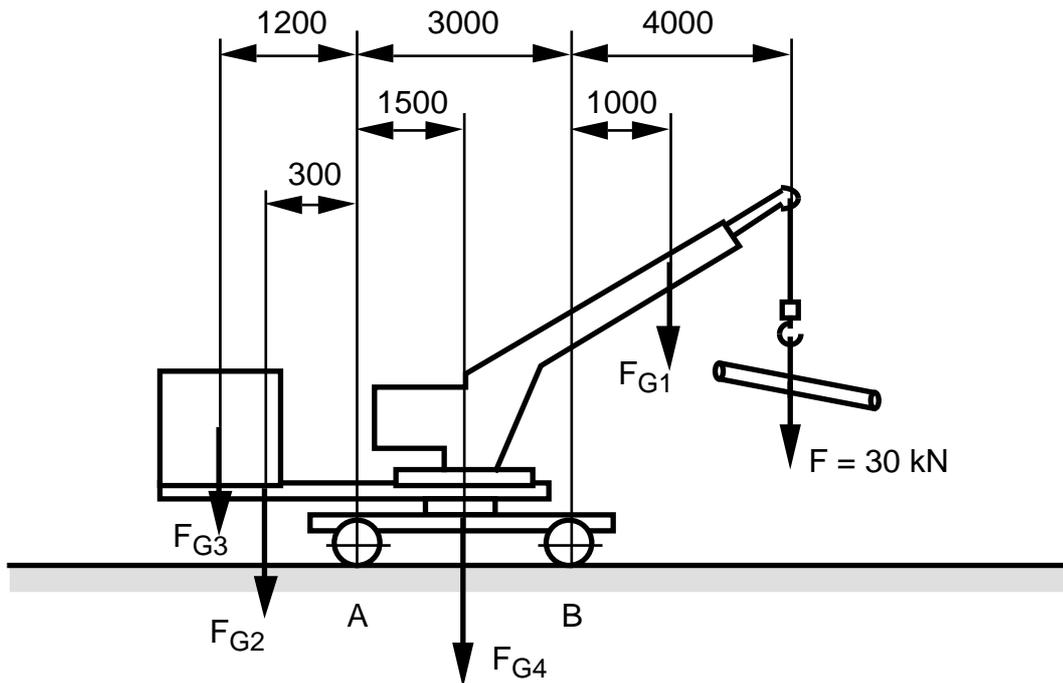
- a) Überprüfen Sie die Aussage für $n = 8$.
b) * Beweisen Sie die Aussage für ein allgemeines n.

Die Aussage lässt sich übrigens wie folgt verallgemeinern:

Die Wirkung aller an einem ausgedehnten Körper angreifenden Gewichtskräfte ist gleich, wie wenn die gesamte Gewichtskraft im Schwerpunkt des Körpers angreifen würde.

4. (siehe Blatt 3)

4. Gegeben ist ein fahrbarer Drehkran:



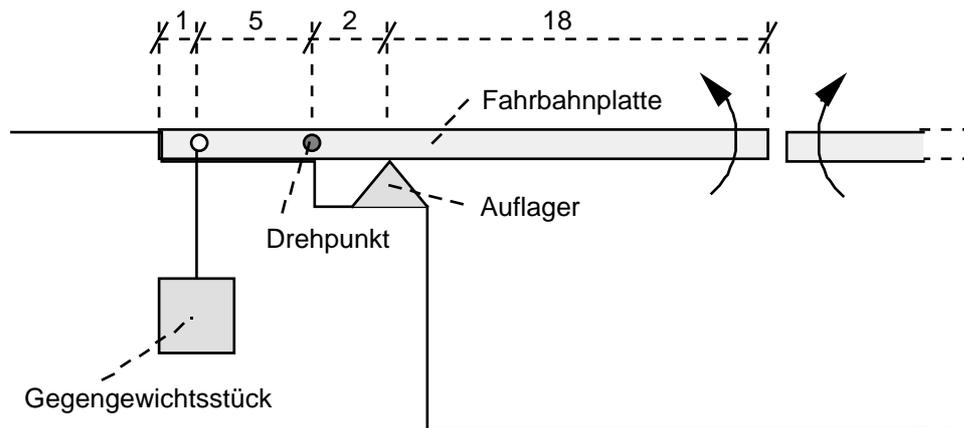
Der Kran hält eine Last $F = 30 \text{ kN}$.
 Die Gewichtskräfte des Kranes betragen $F_{G1} = 10 \text{ kN}$, $F_{G2} = 8 \text{ kN}$, $F_{G3} = 16 \text{ kN}$, $F_{G4} = 20 \text{ kN}$.
 Die Längen sind in der Zeichnung in mm angegeben.

Beurteilen Sie, ob der Kran sicher steht, oder ob er nach vorne oder nach hinten kippt.

Hinweis:

Betrachten Sie die Drehmomente der einzelnen Gewichtskräfte bezüglich der Drehachsen durch A und durch B.

5. Eine Brücke über einen Fluss besteht aus zwei Fahrbahnplatten, die hochgezogen werden können, wenn ein Schiff passieren will:



Die Fahrbahnplatten bestehen aus Beton und haben die folgenden Abmessungen:
 Länge = 26 m, Breite = 4 m, Dicke = 0.5 m
 Die in der Skizze eingezeichneten Längen sind in Meter angegeben.

Bei waagrechter Lage ist die Fahrbahnplatte auf einem Auflager abgestützt.

Bestimmen Sie die Masse des Gegengewichtsstückes, damit die von oben auf das Auflager wirkende Kraft gerade $200'000 \text{ N}$ beträgt.

Schlagen Sie fehlende Zahlenangaben nach oder schätzen Sie sie ungefähr ab.

Lösungen

1.
 - a) 0° $M = 0 \text{ Nm}$
 - b) 45° $M = 61.1 \text{ Nm}$
 - c) 90° $M = 86.4 \text{ Nm}$
 - d) 180° $M = 0 \text{ Nm}$
2.
 - a) ...
 - b) Drehrichtung im Gegenuhrzeigersinn
 - c) ...
3.
 - a) ...
 - b) * ...

4. Drehmoment bezüglich der Drehachse durch **A**, welches eine Drehung im **Uhrzeigersinn** bewirken würde:
 $M_{A,U} = 1500 \text{ mm} \cdot 20 \text{ kN} + 4000 \text{ mm} \cdot 10 \text{ kN} + 7000 \text{ mm} \cdot 30 \text{ kN} = 280'000 \text{ Nm}$

Drehmoment bezüglich der Drehachse durch **A**, welches eine Drehung im **Gegenuhrzeigersinn** bewirken würde:

$$M_{A,GU} = 300 \text{ mm} \cdot 8 \text{ kN} + 1200 \text{ mm} \cdot 16 \text{ kN} = 21'600 \text{ Nm}$$

$$M_{A,U} > M_{A,GU}$$

Der Kran kippt nicht nach hinten.

Drehmoment bezüglich der Drehachse durch **B**, welches eine Drehung im **Uhrzeigersinn** bewirken würde:

$$M_{B,U} = 1000 \text{ mm} \cdot 10 \text{ kN} + 4000 \text{ mm} \cdot 30 \text{ kN} = 130'000 \text{ Nm}$$

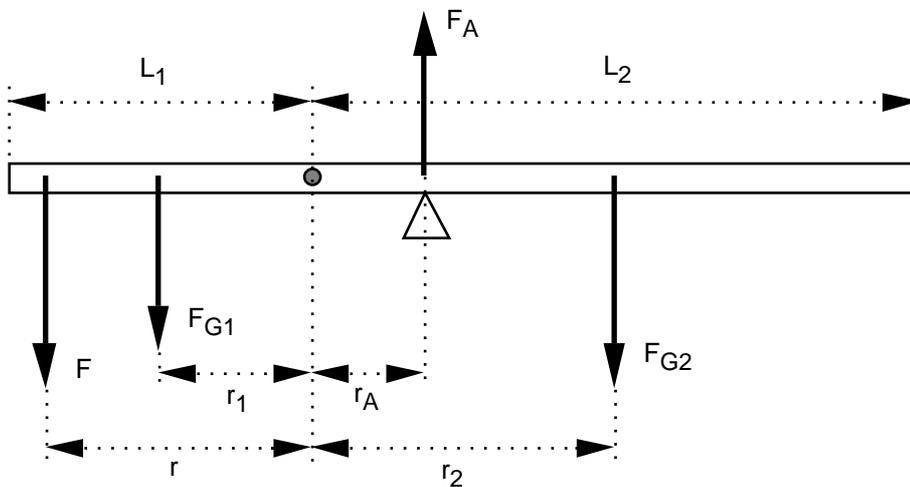
Drehmoment bezüglich der Drehachse durch **B**, welches eine Drehung im **Gegenuhrzeigersinn** bewirken würde:

$$M_{B,GU} = 1500 \text{ mm} \cdot 20 \text{ kN} + 3300 \text{ mm} \cdot 8 \text{ kN} + 4200 \text{ mm} \cdot 16 \text{ kN} = 123'600 \text{ Nm}$$

$$M_{B,U} > M_{B,GU}$$

Der Kran kippt nach vorne.

5.



Gleichgewicht der Drehmomente

$$r \cdot F + r_1 \cdot F_{G1} + r_A \cdot F_A = r_2 \cdot F_{G2}$$

$$F = mg$$

$$F_{G1} = \frac{L_1}{L} Mg$$

$$F_{G2} = \frac{L_2}{L} Mg$$

$$M = \rho \cdot V$$

$$V = L \cdot b \cdot d$$

Annahme: $2 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$

$$m = \frac{(r_2 \cdot L_2 - r_1 \cdot L_1) \cdot \rho \cdot b \cdot d \cdot g - r_A \cdot F_A}{r \cdot g} \quad 140 \text{ t}$$