

## Aufgaben 4                      Schwingungen Schwingung, Federschwinger, Pendel, Harmonische Schwingung

### Lernziele

- verstehen, was eine Schwingung ist.
- wissen und verstehen, was die Periodendauer und die Frequenz einer Schwingung sind.
- wissen, dass bei einer mechanischen Schwingung Impuls und Energie zwischen Teilsystemen hin und her fließen.
- die bei einer mechanischen Schwingung auftretenden Impuls- und Energieflüsse verstehen.
- wissen, was eine harmonische Schwingung ist.
- wissen und verstehen, was die Amplitude, die Anfangsphase und die Kreisfrequenz einer harmonischen Schwingung sind.
- die Zusammenhänge zwischen Winkelgeschwindigkeit, Frequenz und Kreisfrequenz kennen und verstehen.
- die zeitlichen Verläufe von Ort, Geschwindigkeit, Impuls und Energie eines harmonischen Federschwingers kennen und deren Zusammenhänge verstehen.
- die an einem Körper angreifenden Kräfte korrekt einzeichnen können.
- beurteilen können, ob eine Schwingung eine harmonische Schwingung ist oder nicht.
- wissen und verstehen, dass die Schwingung eines Federschwingers harmonisch ist.
- wissen und verstehen, welche Größen und mit welcher Gesetzmässigkeit diese Größen die Periodendauer eines Federschwingers beeinflussen.
- wissen, dass die Schwingung eines Pendels nicht harmonisch ist.
- wissen und verstehen, welche Größen und mit welcher Gesetzmässigkeit diese Größen die Periodendauer eines Pendels beeinflussen.
- mit der Modellierungssoftware Insight Maker ein einfaches systemdynamisches Modell erstellen und damit einfache Simulationen und Parameterstudien ausführen können.
- Aussagen und Beziehungen zwischen Größen mit Hilfe physikalischer Grundgesetze als Gleichungen formulieren können.
- sich aus dem Studium eines schriftlichen Dokumentes neue Kenntnisse und Fähigkeiten erarbeiten können.
- einen neuen Sachverhalt analysieren und beurteilen können.

### Aufgaben

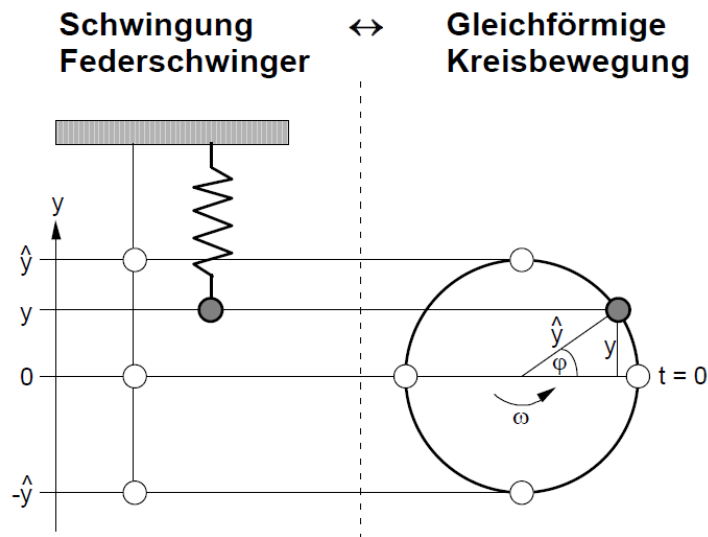
#### 4.1 Vorgängiges Selbststudium

- a) Studieren Sie im Lehrbuch KPK 3 die folgenden Abschnitte:
- 1.1 Vorläufige Beschreibung (Seiten 5 und 6)
  - 1.2 Impuls und Energie (Seiten 6 und 7, ohne Aufgabe)
  - 1.3 Die Erde als Partner (Seite 8)
  - 1.4 Harmonische Schwingungen (Seiten 8 bis 11, nur bis Formel 1.5, ohne Aufgaben)
  - 1.5 Wovon die Periodendauer abhängt (Seiten 11 und 12, ohne Aufgaben 2 bis 4)
  - 1.6 Das Pendel (Seite 13 bis 15, ohne Teile „Die Impulsbilanz beim Pendel“ und „Die Energiebilanz beim Pendel“, ohne Aufgaben 3 bis 5)

Hinweise:

- Im Abschnitt 1.2 wird die Formel  $E_F = \frac{D}{2} s^2$  für die in einer Feder gespeicherte Energie angegeben. Im Unterricht wird diese Formel und die darin vorkommende Federkonstante  $D$  erklärt. Merken Sie sich vorerst: Je härter die Feder ist, desto grösser ist ihre Federkonstante  $D$ .
  - Im Abschnitt 1.3 wird die Formel  $E = \frac{p^2}{2m}$  für die in einem Schwingkörper gespeicherte kinetische Energie angegeben. Diese Formel folgt aus den beiden Beziehungen  $p = mv$  und  $W_{\text{kin}}(\text{bzw. } E) = \frac{1}{2} mv^2$  durch Elimination der Geschwindigkeit  $v$ .
  - In den Lösungen zu den Aufgaben stimmt die Nummerierung ab dem Abschnitt 1.6 nicht: Die Lösungen zum Abschnitt 1.6 sind unter 1.7 aufgeführt.
- b) Führen Sie in Moodle den [Test 4.1](#) durch.

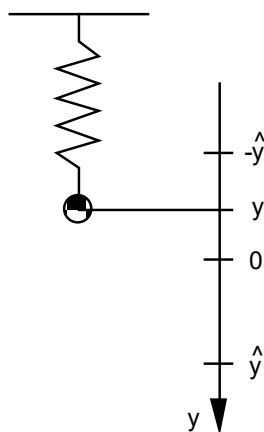
- 4.2 Im Unterricht wurde der Zusammenhang zwischen der Schwingung eines Federschwingers und einer gleichförmigen Kreisbewegung aufgezeigt:



Lösen Sie mit Hilfe der obigen Grafik die folgenden Teilaufgaben:

- Drücken Sie den Ort  $y$  durch die Amplitude  $\hat{y}$  und den Winkel  $\varphi$  aus.
- Geben Sie den seit Beginn ( $t = 0$  s) überstrichenen Winkel  $\varphi$  in Abhängigkeit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  und der Zeit  $t$  an.
- Drücken Sie mit Hilfe der Resultate aus a) und b) den Ort  $y$  in Abhängigkeit der Amplitude  $\hat{y}$ , der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  und der Zeit  $t$  aus.
- Betrachten Sie den Ort  $y$  als Funktion der Zeit  $t$ , d.h.  $y = y(t)$ .  
 Skizzieren Sie den Grafen der Funktion  $y = y(t)$  in einem  $y$ - $t$ -Diagramm. Beschriften Sie dabei die Koordinatenachsen so, dass man aus dem Diagramm die unter c) formulierte Beziehung herauslesen kann.
- Geben Sie den Zusammenhang zwischen der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  und der Frequenz  $f$  an.

- 4.3 Betrachten Sie den folgenden vertikalen Federschwinger:



Die Position  $y = 0$  entspricht der Ruhelage des Pendels.

- Betrachten Sie den Federschwinger in der **Ruhelage**, d.h. für  $y = 0$ .
  - Erstellen Sie eine Skizze des Federschwingers.
  - Zeichnen Sie in Ihrer Skizze alle Kräfte ein, die am Schwingkörper angreifen.
  - Zeichnen Sie in Ihrer Skizze die Resultierende aller auf den Schwingkörper wirkenden Kräfte ein.

- b) Betrachten Sie den Federschwinger für eine **beliebige Auslenkung**  $y \neq 0$ .
- Erstellen Sie eine Skizze des Federschwingers.
  - Zeichnen Sie in Ihrer Skizze alle Kräfte ein, die am Schwingkörper angreifen.
  - Zeichnen Sie in Ihrer Skizze die Resultierende aller auf den Schwingkörper wirkenden Kräfte ein.
- c) Zeigen Sie, dass die Schwingung des Federschwingers harmonisch ist.  
Zeigen Sie also, dass die Resultierende aller auf den Schwingkörper wirkenden Kräfte proportional zur Auslenkung  $y$  ist.

Hinweise:

- In der Ruhelage ist die Feder wegen des Gewichts des Schwingkörpers etwas gespannt.
- Vernachlässigen Sie die Masse der Feder.
- Vernachlässigen Sie jegliche Reibung (Aufhängung, Luftwiderstand).

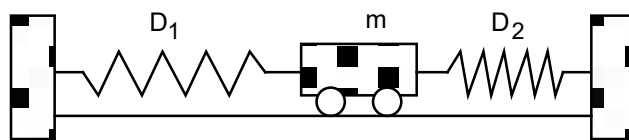
4.4 Die Schwingung des Federschwingers in der Aufgabe 4.3 soll systemdynamisch modelliert und simuliert werden.

- a) Erstellen Sie mit Insight Maker ein systemdynamisches Modell. Dabei sollen die folgenden Grössen durch je einen Behälter modelliert werden:
- Impuls  $p$  des Schwingkörpers
  - Ort  $y$  des Schwingkörpers
  - Kinetische Energie  $W_{\text{kin}}$  des Schwingkörpers
  - Potentielle Energie  $W_G$  des Schwingkörpers
  - Federenergie  $W_F$
- c) Simulieren Sie die Schwingung, und stellen Sie die folgenden Grössen je in einem gemeinsamen Diagramm dar:
- Impuls  $p$ , Geschwindigkeit  $v$
  - Ort  $y$ , Ort  $y_0$  (Konstante) bei entspannter Feder, Geschwindigkeit  $v$
  - Kinetische Energie  $W_{\text{kin}}$ , Potentielle Energie  $W_G$ , Federenergie  $W_F$

Hinweise:

- Erstellen Sie zuerst ein lauffähiges Modell ohne die Energiegrössen  $W_{\text{kin}}$ ,  $W_G$  und  $W_F$ .
- Ergänzen Sie erst nachher das Modell mit den Energiegrössen.
- Die Grösse  $y_0$  hängt von  $I_{pG}$  (Stromstärke des aus dem Gravitationsfeld zufließenden Impulses) bzw.  $F_G$  (Gewichtskraft) und der Federkonstanten  $D$  ab (siehe Aufgabe 4.3 c)).
- Überlegen Sie sich, wie die Anfangswerte der Grössen  $W_{\text{kin}}$ ,  $W_G$  und  $W_F$  von anderen Grössen abhängen.

4.5 Ein Wagen mit der Masse  $m$  ist über zwei masselose Federn mit den Federkonstanten  $D_1$  und  $D_2$  mit zwei Wänden verbunden:



Die Distanz der beiden Wände sowie die Längen der Federn sind gerade so gewählt, dass die beiden Federn entspannt sind, wenn sich der Wagen in der Ruhelage befindet.

Wird der Wagen aus der Ruhelage ausgelenkt und dann sich selbst überlassen, führt er eine Schwingung aus.

Beurteilen Sie mit schlüssiger Begründung, ob diese Schwingung eine harmonische Schwingung ist oder nicht.

Hinweise:

- Vernachlässigen Sie jegliche Reibung (Rollreibung, Luftwiderstand, ...).
- Es müssen nur Kräfte betrachtet werden, welche die horizontale Bewegung des Wagens beeinflussen.

## Lösungen

4.1 -

- 4.2 a)  $y = \hat{y} \sin(\varphi)$   
b)  $\varphi = \omega t$   
c)  $y = \hat{y} \sin(\omega t)$   
d) ...  
e)  $\omega = 2\pi f$

- 4.3 a) - Die Gewichtskraft  $F_G$  zeigt nach unten, d.h.  $F_G > 0$ .  
- Die Federkraft  $F_F$  zeigt nach oben, d.h.  $F_F < 0$ .  
- Die Resultierende  $F_{\text{res}}$  aus Gewichtskraft und Federkraft ist gleich null, d.h.  $F_{\text{res}} = F_G + F_F = 0$ .
- b) - Die Gewichtskraft  $F_G$  zeigt nach unten, d.h.  $F_G > 0$ .  
- Die Federkraft  $F_F$  zeigt nach oben, d.h.  $F_F < 0$ , falls die Feder gestreckt ist.  
- Die Federkraft  $F_F$  zeigt nach unten, d.h.  $F_F > 0$ , falls die Feder gestaucht ist.  
- Die Resultierende  $F_{\text{res}}$  aus Gewichtskraft und Federkraft zeigt nach oben, falls sich der Schwingkörper unterhalb der Gleichgewichtslage  $y = 0$  befindet, d.h.  $F_{\text{res}} = F_G + F_F < 0$ , falls  $y > 0$ .  
- Die Resultierende  $F_{\text{res}}$  aus Gewichtskraft und Federkraft zeigt nach unten, falls sich der Schwingkörper oberhalb der Gleichgewichtslage  $y = 0$  befindet, d.h.  $F_{\text{res}} = F_G + F_F > 0$ , falls  $y < 0$ .
- c) ...

- 4.4 Insight-Maker-Modell [Vertikaler Federschwinger \(frei, ungedämpft, ohne Energie\)](#)  
Insight-Maker-Modell [Vertikaler Federschwinger \(frei, ungedämpft, mit Energie\)](#)

Annahmen:

- Die positive y-Achse zeigt nach unten.
- Der Schwingkörper wird am Ort  $y = 0.1$  m aus der Ruhe losgelassen.

Anfangswerte (folgen aus den Annahmen):

$$p = 0 \text{ Hy}, W_{\text{kin}} = 0 \text{ J}, y = 0.1 \text{ m}$$

Parameterwerte:

$$m = 2 \text{ kg}, D = 300 \text{ N/m}$$

4.5 ...