Aufgaben 10 Wellen
Wellenträger, Wellengrössen, Sinuswellen, Energie

Lernziele

- sich aus dem Studium eines schriftlichen Dokumentes neue Kenntnisse und Fähigkeiten erarbeiten können.
- einen neuen Sachverhalt analysieren und beurteilen können.
- verschiedene Typen von Wellen kennen.
- wissen und verstehen, wie eine Welle entsteht.
- wissen und verstehen, was der Träger einer Welle ist.
- die Bewegungen von Welle und Wellenträger unterscheiden können.
- wissen und verstehen, was eine Quer-/Transversalwelle und eine Längs-/Longitudinalwelle ist.
- wissen, wovon die Geschwindigkeit einer Welle abhängt.
- wissen und verstehen, dass der Wellenträger ein-, zwei oder dreidimensional sein kann.
- wissen und verstehen, was eine Wellenfront ist.
- wissen und verstehen, was eine lineare Welle, gerade Welle, Kreiswelle, ebene Welle und Kugelwelle ist.
- die Zusammenhänge zwischen Periodendauer, Frequenz, Kreisfrequenz, Wellenlänge, Wellenzahl und Ausbreitungsgeschwindigkeit kennen und anwenden können.
- wissen und verstehen, was eine Sinuswelle und eine harmonische Welle ist.
- die mathematische Beschreibung einer eindimensionalen Sinuswelle kennen, verstehen und anwenden können.
- den Träger einer Schallwelle kennen.
- wissen und verstehen, dass Schallwellen in Gasen und Flüssigkeiten Longitudinalwellen sind.
- wissen und verstehen, dass sich in festen Körpern sowohl longitudinale als auch transversale Schallwellen ausbreiten können.
- wissen und verstehen, wie die Energiestromdichte und die Intensität definiert sind.
- den Zusammenhang zwischen der Intensität und der Amplitude einer Schwingungsgrösse kennen und anwenden können.
- für eine von einem punktförmigen Sender abgestrahlte Welle den Zusammenhang zwischen der Intensität und dem Abstand vom Sender kennen und verstehen.

Aufgaben

10.1 Studieren Sie im Lehrbuch KPK 3 die folgenden Abschnitte:
- Einleitung zum Kapitel "4. Wellen" (Seite 25)
- 4.1 Der Träger der Wellen (Seite 26)
- 4.2 Die Geschwindigkeit von Wellen (Seite 27)
- 4.3 Ein-, zwei- und dreidimensionale Wellenträger (Seite 28)
- 4.4 Sinuswellen (Seite 29)
- 4.5 Der Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit, Frequenz und Wellenlänge (Seite 30)
- 4.6 Schallwellen (Seite 31)
- 4.8 Energietransport mit Wellen (Seite 33)

Hinweis zum Abschnitt 4.4:
- Wir werden die Formel 4.1 im Unterricht herleiten.

10.2 Man unterscheidet zwischen Querwellen/Transversalwellen und Längswellen/Longitudinalwellen.

Studieren Sie dazu ...

a) ... die folgenden **YouTube-Videos**:
- Wellenmaschine zur Demonstration von Querwellen
- Wellenmodell mit Magneten

b) ... das folgende **Applet**:
- Transversal-/Longitudinalwelle

10.3 Es sind T die Periodendauer, f die Frequenz, ω die Kreisfrequenz, λ die Wellenlänge, k die Wellenzahl und v die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer periodischen Welle. Bestimmen Sie jeweils die fehlenden Grössen:

	T	f	ω	λ	k	v
a)	$2.00\,\mathrm{s}$			$5.00\,\mathrm{m}$		
b)		$10.0\,\mathrm{Hz}$			$0.250\,\mathrm{m}^{-1}$	
c)			$10.0\,\mathrm{s}^{-1}$			$20.0\,\mathrm{ms}^{-1}$
d)		$440\,\mathrm{Hz}$		$77.3\,\mathrm{cm}$		
e)				$6'000\,\mathrm{km}$		$3.00 \cdot 10^8\,\mathrm{ms}^{-1}$
f)		$2.4\,\mathrm{GHz}$				$3.00 \cdot 10^8\,\mathrm{ms}^{-1}$

Hinweise:
- Die Kreisfrequenz ω ist wie folgt definiert: $\omega := 2\pi f$
- Die Wellenzahl k ist wie folgt definiert: $k := \frac{2\pi}{\lambda}$

10.4 Eine Sinuswelle läuft entlang eines Seils. Für einen bestimmten Punkt des Seils dauert es 0.170 s, bis er von seiner maximalen Auslenkung zu seiner Mittellage zurückgekehrt ist.

Bestimmen Sie die Periodendauer und die Frequenz der Welle.

10.5 Eine in x-Richtung fortschreitende, lineare Welle kann mathematisch durch die Funktion y beschrieben werden:

$$y: \quad \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad (x,t) \mapsto y = y(x,t)$$

y ist eine Funktion mit zwei Variablen. Sie ordnet den beiden reellen Grössen x (Ort) und t (Zeit) die reelle Grösse y (Auslenkung) zu. Die Funktion drückt aus, wie gross die Auslenkung y des Wellenträgers an einem bestimmten Ort x und zu einem bestimmten Zeitpunkt t ist.

Erfolgt die Anregung der Welle sinusförmig bzw. harmonisch, ergibt sich eine Sinuswelle bzw. harmonische Welle mit der folgenden Funktionsgleichung (vgl. Unterricht):

$$y(x,t) = \hat{y}\sin(kx - \omega t)$$

wobei: $\hat{y}$ Amplitude
$\omega := \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ Kreisfrequenz
$k := \frac{2\pi}{\lambda}$ Wellenzahl

Gegeben sind die Amplitude $\hat{y}$, die Frequenz f und die Ausbreitungsgeschwindigkeit v:

$\hat{y} = 3.0$ cm $f = 2.5$ Hz $v = 50$ cm/s

a) Bestimmen Sie die Periode T und die Wellenlänge λ.

b) Bestimmen Sie die Auslenkung y am Ort x = 42 cm zum Zeitpunkt t = 1.8 s.

c) Bestimmen Sie alle Orte x, an welchen sich zum Zeitpunkt t ein Wellenberg befindet.

i) t = 0.0 s

ii) t = 1.0 s

10.6 In einem als punktförmig betrachteten Sender wird eine harmonische Welle angeregt und ausgesendet. Der Sender sendet also eine in alle Richtungen gleichverteilte Kugelwelle aus. Die Wellenfronten sind Kugeloberflächen.

Beurteilen Sie mit schlüssigen Begründungen, ob und wie die Amplitude $\hat{y}$ und die Intensität I der Welle vom Abstand r vom Sender abhängt.

Hinweise: (siehe nächste Seite)

Hinweise:
- Überlegen Sie sich, wie sich die mit der Welle ausbreitende Energie auf dem Wellenträger räumlich verteilt.
- Überlegen Sie sich, ob und wie der Flächeninhalt einer Wellenfront vom Abstand vom Sender abhängt.
- Nehmen Sie an, dass die Welle auf ihrem Weg auf dem Wellenträger keine Energie verliert, d.h. dass keine Energie absorbiert wird.

10.7 Ein als punktförmig angenommener Lautsprecher strahlt eine in alle Richtungen gleichverteilte Schallwelle ab. Die über die Zeit gemittelte Schallleistung ist 100 W.

a) Bestimmen Sie ...

i) ... die in 60 s abgestrahlte Energie.

ii) ... die Intensität der Schallwelle 4.50 m vom Lautsprecher entfernt.

b) Bestimmen Sie, um welchen Faktor ...

i) ... die Amplitude der abgestrahlten Schallwelle vergrössert werden müsste, um die mittlere Schallleistung auf 200 W zu erhöhen.

ii) ... die Entfernung zum Lautsprecher vergrössert werden müsste, um die Intensität auf einen Drittel zu reduzieren.

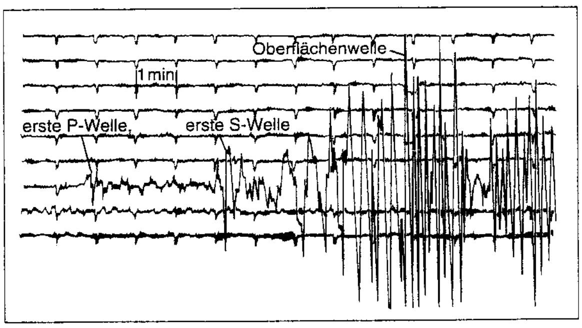
10.8 Studieren Sie den folgenden Text zu Erdbebenwellen (Quelle: Metzler Physik*, Seite 125):

Erdbebenwellen (seismische Wellen)

Seismik (gr.-lat.) ist die Wissenschaft der Erdbeben. Bei einem Erdbeben entstehen vier Arten seismischer Wellen: Vom Zentrum eines Erdbebens gehen Raumwellen, nämlich *P-Wellen* (Primär-, Longitudinalwellen) und *S-Wellen* (Sekundär-, Tansversalwellen) aus. Die longitudinalen P-Wellen durchdringen mit Geschwindigkeiten von bis zu 14 km/s Festkörper und Flüssigkeiten und werden von Seismografen als Erste registriert. Die transversalen S-Wellen können sich mit Geschwindigkeiten von bis zu 3,5 km/s nur durch Festkörper fortpflanzen. Bei einem Beben entstehen außerdem noch Oberflächenwellen, bei denen es sich um *Torsionswellen* oder um Wellen handelt, *die Wasserwellen ähneln* und die nach den Raumwellen eintreffen.

Die Geschwindigkeit der seismischen Wellen hängt von der Elastizität und der Dichte des Materials ab, durch das sie laufen. Aus den unterschiedlichen Zeiten, zu denen sie bei den seismografischen Stationen eintreffen, kann das Epizentrum des Erdbebens lokalisiert werden. Ferner werden die Wellen an Grenzen zweier Medien reflektiert und gebrochen.

Aus dem Verhalten der Wellen ist es möglich, Kenntnisse über den inneren schalenartigen Aufbau der Erde zu gewinnen. Durch Explosionen künstlich erzeugte seismische Wellen werden dazu verwendet, Informationen über unterirdische Gesteinsformationen und Lagerstätten von Erdöl und Erdgas zu gewinnen. Die Wellen werden an den Grenzschichten unterschiedlicher Gesteinsarten reflektiert, von Detektoren registriert. Laufzeiten und Amplituden werden ausgewertet.



Im abgebildeten Seismogramm sind die Wellen eines Erdbebens aufgezeichnet.

Bestimmen Sie mit Hilfe des abgebildeten Seismogrammes und den Angaben im Text die Entfernung des Epizentrums vom Ort des Seismografen.

Hinweise:
- Nehmen Sie an, dass sich eine Erdbebenwelle (P- bzw. S-Welle) auf ihrem ganzen Weg mit einer konstanten Geschwindigkeit ausbreitet.
- Verwenden Sie für die Ausbreitungsgeschwindigkeiten der Erdbebenwellen die im Text angegebenen Maximalgeschwindigkeiten.
- Formulieren Sie für beide Erdbebenwellen den aus der Kinematik bekannten Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit, Zeit (Zeitspanne, Laufzeit) und Weg.
- Der Unterschied zwischen den Laufzeiten der P- und S-Welle kann aus dem Seismogramm herausgelesen werden.

*Grehn, J., Krause, J. (Hrsg.): Metzler Physik, Schroedel, Hannover 1998, 3. Auflage, ISBN 3-507-10700-7

Lösungen

10.1 ...

10.2 a) ...

b) ...

10.3 Benötigte Zusammenhänge:

$f = \frac{1}{T}$, $\omega = 2\pi f$, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, $v = \lambda f$

a) $f = 0.500$ Hz, $\omega = 3.14\ s^{-1}$, $k = 1.26\ m^{-1}$, $v = 2.50$ m/s

b) $T = 0.100$ s, $\omega = 62.8\ s^{-1}$, $\lambda = 25.1$ m, $v = 251$ m/s

c) $T = 0.628$ s, $f = 1.59$ Hz, $\lambda = 12.6$ m, $k = 0.500\ m^{-1}$

d) $T = 2.27 \cdot 10^{-3}$ s, $\omega = 2.76 \cdot 10^{3}\ s^{-1}$, $k = 8.13\ m^{-1}$, $v = 340$ m/s

e) $T = 2.00 \cdot 10^{-2}$ s, $f = 50.0$ Hz, $\omega = 314\ s^{-1}$, $k = 1.05 \cdot 10^{-6}\ m^{-1}$

f) $T = 4.17 \cdot 10^{-10}$ s, $\omega = 1.51 \cdot 10^{10}\ s^{-1}$, $\lambda = 0.125$ m, $k = 50.3\ m^{-1}$

10.4 $T = 4 \cdot 0.170$ s $= 0.680$ s, $f = 1.47$ Hz

10.5 a) $T = 0.40$ s $\lambda = 0.20$ m

b) $y(0.42\text{ m}, 1.8\text{ s}) = -0.018\text{ m} = -1.8\text{ cm}$

c) $kx - \omega t = \frac{\pi}{2} + n \cdot 2\pi \quad (n \in \mathbb{Z})$

i) $x = \frac{1}{4}\lambda + n \cdot \lambda \; (n \in \mathbb{Z}) = \ldots, -0.15\text{ m}, 0.05\text{ m}, 0.25\text{ m}, \ldots$

Hinweise:
- Bei einem Wellenberg nimmt die Sinus-Funktion ihren maximalen Wert an.
- Überlegen Sie sich, bei welchen Argumenten die Sinus-Funktion ihren maximalen Wert annimmt.

ii) Da die Frequenz 2.5 Hz bzw. die Periode 0.40 s beträgt, schreitet die Welle in 1 Sekunde 2.5 Wellenlängen fort, d.h. die Wellenberge sind gegenüber i) um 2.5 Wellenlängen verschoben.
$x = \left(\frac{1}{4} + 2.5\right)\lambda + n \cdot \lambda \; (n \in \mathbb{Z}) = \ldots, -0.05\text{ m}, 0.15\text{ m}, 0.35\text{ m}, \ldots$

10.6 $I(r)$:= Intensität der Welle im Abstand r vom Sender
$A(r)$:= Flächeninhalt einer Wellenfront im Abstand r vom Sender

$I(r) \cdot A(r)$ konst. (da keine Energieabsorption)

$I(r) \sim (\hat{y}(r))^2$

Die Wellenfronten sind Kugeloberflächen, deren Flächeninhalte mit zunehmendem Abstand vom Sender zunehmen.

$A(r) \sim r^2$

$\Rightarrow \; I(r) \sim \frac{1}{r^2}$
$\Rightarrow \; \hat{y}(r) \sim \frac{1}{r}$

10.7 (siehe nächste Seite)

10.7 a) i) $W = \bar{P} \cdot \Delta t = 100\ \text{W} \cdot 60\ \text{s} = 6.0\ \text{kJ}$

ii) $I = \frac{\bar{P}}{A} = \frac{\bar{P}}{4\pi r^2} = \frac{100\ \text{W}}{4\pi (4.50\ \text{m})^2} = 0.39\ \text{W/m}^2$

b) i) $\bar{P} = I \cdot A$
$I \sim \hat{y}^2$
$A \sim r^2$

$\Rightarrow\ \hat{y} \sim \sqrt{\bar{P}}$
$\Rightarrow$ Faktor $\sqrt{2}$

ii) $\bar{P} = I \cdot A$
$A \sim r^2$

$\Rightarrow\ r \sim \frac{1}{\sqrt{I}}$
$\Rightarrow$ Faktor $\sqrt{3}$

10.8 $\Delta s = \frac{v_p v_s}{v_p - v_s} \Delta t \approx \frac{14\ \text{km/s} \cdot 3.5\ \text{km/s}}{14\ \text{km/s} - 3.5\ \text{km/s}} \cdot 3.5\ \text{min} \approx 1000\ \text{km}$