Aufgaben 7 Thermodynamik
1. Hauptsatz, Volumenarbeit, Wärmekapazitäten, Zustandsänderungen

Lernziele

- den ersten Hauptsatz der Thermodynamik kennen, verstehen und anwenden können.
- die Vorzeichenregelung für die im ersten Hauptsatz der Thermodynamik auftretenden Grössen kennen, verstehen und richtig anwenden können.
- wissen und verstehen, was die innere Energie eines idealen Gases ist.
- wissen und verstehen, was ein Freiheitsgrad ist.
- wissen und verstehen, wieviele Freiheitsgrade ein ideales Gas und ein Festkörper hat.
- wissen und verstehen, was eine Volumenarbeit ist.
- wissen und vertehen, was eine isochore, isobare, isotherme und adiabatische Zustandsänderung ist.
- die Volumenarbeit an einem idealen Gas bei einer isochoren, isobaren, isothermen und adiabatischen Zustandsänderung bestimmen können.
- die einem idealen Gas zugeführte Wärme bei einer isochoren, isobaren, isothermen und adiabatischen Zustandsänderung bestimmen können.
- den Gleichverteilungssatz kennen und bei Festkörpern und idealen Gasen anwenden können.
- wissen und verstehen, dass die molare Wärmekapazität aller Metalle nahezu gleich gross ist.
- bei der molaren Wärmekapazität eines idealen Gases den Unterschied zwischen einer isochoren und einer isobaren Zustandsänderung kennen und verstehen.
- die Zusammenhänge zwischen Druck, Volumen und Temperatur bei einer adiabatischen Zustandsänderung kennen, verstehen und anwenden können.
- wissen und verstehen, dass im Druck-Volumen-Diagramm die Adiabaten steiler verlaufen als die Isothermen.

Aufgaben

Erster Hauptsatz

7.1 Bearbeiten Sie im Arbeitsbuch Mills zu Tipler/Mosca die folgenden Aufgaben:
15.19, 15.20 (Seite 275)

Hinweis zu 15.20:
- In der Aufgabenstellung sollte es 800 kJ heissen, nicht 800 J.

Volumenarbeit

7.2 Bearbeiten Sie im Arbeitsbuch Mills zu Tipler/Mosca die folgenden Aufgaben:
15.22, 15.23 (Seite 275)

Wärmekapazitäten

7.3 Bearbeiten Sie im Arbeitsbuch Mills zu Tipler/Mosca die folgenden Aufgaben:
15.25 (Seite 275)

Zustandsänderungen beim idealen Gas

7.4 1.00 mol eines zweiatomigen, idealen Gases soll bei konstantem Volumen von 300 K auf 600 K aufgeheizt werden.

Bestimmen Sie, wieviel Wärme dem Gas für das Aufheizen zugeführt werden muss.

7.5 (siehe nächste Seite)

7.5 Zeigen Sie, dass bei einem idealen Gas der Adiabatenkoeffizient κ wie folgt mit der Anzahl Freiheitsgraden f zusammenhängt:

$$\kappa = \frac{f+2}{f}$$

Hinweise:
- Betrachten Sie die Definition von κ.
- Betrachten Sie, wie die molaren Wärmekapazitäten C_V und C_p mit f zusammenhängen.

7.6 Betrachten Sie ein ideales Gas bei Raumtemperatur mit Anfangsdruck p_0 und Anfangsvolumen V_0.
Zuerst durchläuft das Gas eine isotherme Expansion auf das Volumen $2 \cdot V_0$.
Dann folgt eine adiabatische Kompression zurück zum Volumen V_0 und auf den Druck $1.32 \cdot p_0$.

a) Bestimmen Sie die Faktoren, um welche sich der Druck und die innere Energie bei der isothermen Expansion verändern.

b) Bestimmen Sie den Faktor, um welchen sich die innere Energie bei der adiabatischen Kompression verändert.

c) Bestimmen Sie die Anzahl Freiheitsgrade des Gases.
Was kann daraus über die Struktur der Gasmoleküle geschlossen werden?

Hinweis:
- Zeichnen Sie die beiden Zustandsänderungen in einem p-V-Diagramm ein.

7.7 Ein senkrecht stehender Kreiszylinder mit Durchmesser 10.0 cm ist mit einem reibungslos beweglichen Kolben der Masse 60.0 kg verschlossen und enthält 2.00 l Luft bei einer Temperatur von 22 °C und einem Aussendruck von 1.00 bar. Die Luft wird nun so lange erhitzt, bis sich der Kolben um 15.0 cm angehoben hat.

a) Bestimmen Sie, auf welche Temperatur die Luft erhitzt werden muss.

b) Bestimmen Sie, wieviel Wärme der Luft für die Erhitzung zugeführt werden muss.

Hinweis:
- Der Kolben drückt aufgrund seines Gewichtes und des konstanten äusseren Luftdrucks ständig gleich stark auf das eingeschlossene Gas. Deshalb handelt es sich hier um eine isobare Zustandsänderung.

7.8 Führen Sie in Moodle den Test 7.1 durch.

Lehrbuch Tipler/Mosca

Teil IV Thermodynamik

15 Wärme und der Erste Hauptsatz der Thermodynamik

15.4 Joules Experiment und der Erste Hauptsatz der Thermodynamik (Seiten 586 bis 589)
15.5 Die innere Energie eines idealen Gases (Seiten 589 und 590)
15.6 Volumenarbeit und das p-V-Diagramm eines Gases (Seiten 590 bis 594)
15.7 Wärmekapazitäten von Festkörpern (Seite 594)
15.8 Wärmekapazitäten von Gasen (Seiten 595 bis 601)
15.9 Die reversible adiabatische Expansion eines Gases (Seiten 601 bis 604)

Bemerkung zu 15.1
- Im Lehrbuch Tipler/Mosca wird die (thermisch übertragene) Wärme mit Q bezeichnet.
Wir verwenden im Unterricht die ebenso gebräuchliche Bezeichnung ΔQ.

(Fortsetzung siehe nächste Seite)

Bemerkungen zu 15.2
- Im Lehrbuch Tipler/Mosca wird die spezifische Schmelzwärme mit λ_S bezeichnet.
  Wir verwenden im Unterricht die ebenso gebräuchliche Bezeichnung s.
- Im Lehrbuch Tipler/Mosca wird die spezifische Verdampfungswärme mit λ_D bezeichnet.
  Wir verwenden im Unterricht die ebenso gebräuchliche Bezeichnung v.

Bemerkung zu 15.9
- Im Lehrbuch Tipler/Mosca wird der Adiabatenkoeffizient mit γ bezeichnet.
  Wir verwenden im Unterricht die ebenso gebräuchliche Bezeichnung κ.

Lösungen

7.1 (siehe Arbeitsbuch Mills zu Tipler/Mosca)

7.2 (siehe Arbeitsbuch Mills zu Tipler/Mosca)

7.3 (siehe Arbeitsbuch Mills zu Tipler/Mosca)

7.4

isocher

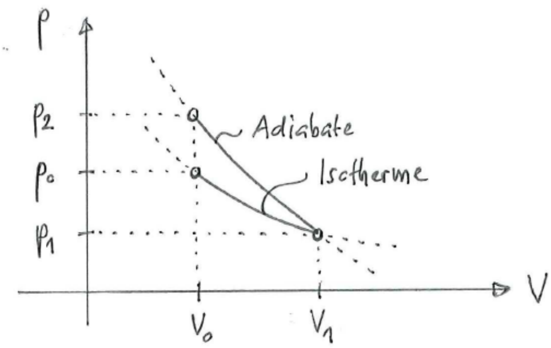
		Unb.	Bek.
$\Delta Q = n \cdot C_V \cdot \Delta T$	I	ΔQ	$n = 1.00\,\mathrm{mol}$
$C_V = \frac{f}{2} R$	II	C_V	$f = 5$ (2-atomig)
$\Delta T = T_2 - T_1$	III	ΔT	$R = 8.314\,\mathrm{J/(mol \cdot K)}$
			$T_2 = 600\,\mathrm{K}$
			$T_1 = 300\,\mathrm{K}$

I–III: $\Delta Q = n \cdot \frac{f}{2} R \cdot (T_2 - T_1)$

$= 6.24\,\mathrm{kJ}$

7.5 …

7.6



a) $(p_0, V_0, T_0) \rightarrow (p_1, V_1, T_0)$ isotherm

		Unb.	Bek.
$p_0 V_0 = p_1 V_1$	I	p_1	p_0
$p_1 = k \cdot p_0$	II	V_1	V_0
$V_1 = 2 \cdot V_0$	III	k	

I - III : $p_0 V_0 = k p_0 \cdot 2V_0 \quad | : p_0 V_0$

$1 = 2k$

$k = \frac{1}{2}$

		Unb.	Bek.
$U_0 = \frac{f}{2} n R T_0$	I	U_0	R
$U_1 = \frac{f}{2} n R T_0$	II	f	T_0
$U_1 = l \cdot U_0$	III	n	
		U_1	
		l	

I - III : $\frac{f}{2} n R T_0 = l \cdot \frac{f}{2} n R T_0 \quad | : \frac{f}{2} n R T_0$

$1 = l$

$l = 1$

b) $(p_1, V_1, T_0) \rightarrow (p_2, V_0, T_2)$ adiabatisch

		Unb.	Bek.
$U_1 = \frac{f}{2} n R T_0$	I	U_1	R
$U_2 = \frac{f}{2} n R T_2$	II	f	T_0
$U_2 = k \cdot U_1$	III	n	V_0
$p_1 V_1 = n R T_0$	IV	U_2	p_0
$p_2 V_0 = n R T_2$	V	T_2	$r = 1.32$
$p_1 = \frac{1}{2} p_0$ (aus a))	VI	k	
$p_2 = r \cdot p_0$	VII	p_1	
$V_1 = 2 \cdot V_0$	VIII	V_1	
		p_2	

(Fortsetzung siehe nächste Seite)

$\overline{I} - \overline{\overline{III}}: \quad \frac{f}{2} nRT_2 = k \cdot \frac{f}{2} nRT_0 \quad \Big| : \frac{f}{2} nR$

$T_2 = k \cdot T_0 \quad \Big| \ \overline{\overline{IV}}, \overline{\overline{V}}$

$\frac{p_2 V_0}{nR} = k \cdot \frac{p_1 V_1}{nR} \quad \Big| \cdot nR$

$p_2 V_0 = k \cdot p_1 V_1 \quad \Big| \ \overline{\overline{VI}} - \overline{\overline{VIII}}$

$r p_0 \cdot V_0 = k \cdot \frac{1}{2} p_0 \cdot 2 V_0$

$= k p_0 V_0 \quad \Big| : p_0 V_0$

$k = r$

$= 1.32$

c) $(p_1, V_1, T_0) \rightarrow (p_2, V_0, T_2)$ adiabatisch

		Unb.	Bek.
$p_1 \cdot V_1^{\kappa} = p_2 \cdot V_0^{\kappa}$	$\overline{\overline{I}}$	p_1	V_0
$p_1 = \frac{1}{2} p_0$ (aus a))	$\overline{\overline{II}}$	V_1	p_0
$p_2 = r\, p_0$	$\overline{\overline{III}}$	κ	$r = 1.32$
$V_1 = 2 V_0$	$\overline{\overline{IV}}$	p_2	
$\kappa = \frac{f+2}{f}$	$\overline{\overline{V}}$	f	

(Fortsetzung siehe nächste Seite)

I-Ü :

$$\frac{1}{2} p_0 (2V_0)^{\kappa} = r p_0 V_0^{\kappa} \qquad \Big| : p_0 V_0^{\kappa}$$

$$2^{\kappa-1} = r \qquad \Big| \log_a(\ldots) \quad \text{(Basis a beliebig)}$$

$$\log_a(2^{\kappa-1}) = \log_a(r)$$

$$(\kappa-1) \cdot \log_a(2) = \log_a(r)$$

$$\left(\frac{f+2}{f} - 1\right) \log_a(2) = \log_a(r)$$

$$\frac{2}{f} \log_a(2) = \log_a(r) \qquad \Big| \cdot f$$

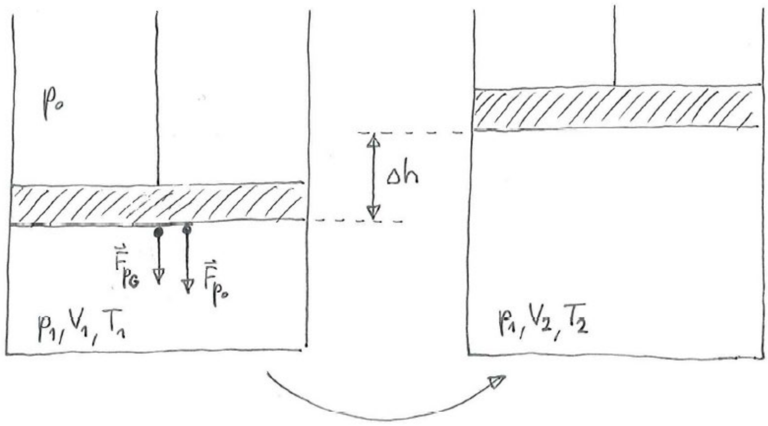
$$2 \log_a(2) = f \cdot \log_a(r) \qquad \Big| : \log_a(r) \neq 0 \quad (\text{da } r \neq 1)$$

$$f = 2 \cdot \frac{\log_a(2)}{\log_a(r)}$$

$$= 4.99 \rightarrow 5$$

$\Rightarrow$ Gas 2-atomig

7.7



<u>isobare</u> Zustandsänderung
(Druckkräfte $\vec{F}_{p_0}$ (wegen äusserem Luftdruck p_0)
und $\vec{F}_{p_G}$ (wegen Gewicht des Kolbens) auf
Gas bleiben konstant)

(Fortsetzung siehe nächste Seite)

a)

$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ I

$V_2 = V_1 + \Delta V$ II

$\Delta V = A \cdot \Delta h$ III

$A = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \pi$ IV

Unb.	Bek.
V_2	$V_1 = 2{,}00\,\ell$
T_2	$T_1 = 295.15\,K$ ($\vartheta_1 = 22\,°C$)
ΔV	$\Delta h = 15.0\,cm$
A	$d = 10.0\,cm$

I: $T_2 = \frac{V_2}{V_1} \cdot T_1$

$= \frac{V_1 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 \pi \Delta h}{V_1} T_1$

$= \left(1 + \frac{\left(\frac{d}{2}\right)^2 \pi \Delta h}{V_1}\right) \cdot T_1$

$= 469\,K \;\hat{=}\; \vartheta_2 = 196\,°C$

b)

$\Delta U = \Delta Q + \Delta W$ I

$\Delta U = n \cdot C_V \cdot \Delta T$ II

$p_1 \cdot V_1 = n \cdot R \cdot T_1$ III

$C_V = \frac{f}{2} R$ IV

$\Delta T = T_2 - T_1$ V

$p_1 = p_0 + p_G$ VI

$p_G = \frac{F_G}{A}$ VII

$F_G = m \cdot g$ VIII

$A = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \pi$ IX

$\Delta W = -p_1 \cdot \Delta V$ X

$\Delta V = A \cdot \Delta h$ XI

Unb.	Bek.
ΔU	$V_1 = 2{,}00\,\ell$
ΔQ	$R = 8.314\,J/(mol \cdot K)$
ΔW	$T_1 = 295.15\,K$ ($\vartheta_1 = 22\,°C$)
n	$f = 5$ (Luft: 99% ist N_2 und O_2 → 2-atomig)
C_V	
ΔT	$T_2 = 469\,K$ (aus a))
p_1	$p_0 = 1.00\,bar$
p_G	$m = 60.0\,kg$
F_G	$g = 9.81\,N/kg$
A	$d = 10.0\,cm$
ΔV	$\Delta h = 15.0\,cm$

(Fortsetzung siehe nächste Seite)

$$
\begin{aligned}
\mathrm{I}: \quad \Delta Q &= \Delta U - \Delta W \\
&\overset{\mathrm{II},\mathrm{X}}{=} n C_V \Delta T + p_1 \Delta V \\
&\overset{\mathrm{III},\mathrm{IV},\mathrm{XI}}{=} \frac{p_1 V_1}{R T_1} \frac{f}{2} R \Delta T + p_1 A \Delta h \\
&= p_1 \left(\frac{f}{2} V_1 \frac{\Delta T}{T_1} + A \Delta h \right) \\
&\overset{\mathrm{V}}{=} p_1 \left(\frac{f}{2} V_1 \frac{T_2 - T_1}{T_1} + A \cdot \Delta h \right) \\
&\overset{\mathrm{VI}-\mathrm{IX}}{=} \left(p_0 + \frac{mg}{\left(\frac{d}{2}\right)^2 \pi} \right) \left(\frac{f}{2} V_1 \frac{T_2 - T_1}{T_1} + \left(\frac{d}{2}\right)^2 \pi \, \Delta h \right) \\
&= 721 \text{ J}
\end{aligned}
$$

7.8 -