

## Aufgaben 6                      Thermodynamik Wärmekapazität, Kalorimetrie, Phasenübergänge

### Lernziele

- den Unterschied der Verwendung des Wärmebegriffs im Karlsruher Physikkurs und in herkömmlichen Physikkursen kennen und verstehen.
- grundsätzlich wissen und verstehen, was eine Wärmekapazität ist.
- die Grösse Spezifische Wärmekapazität kennen und verstehen.
- die Grösse Molare Wärmekapazität kennen und verstehen.
- die Vorzeichenregelung für die ausgetauschte Wärme kennen, verstehen und richtig anwenden können.
- das Grundprinzip der Kalorimetrie kennen und verstehen.
- die Energiebilanz bei kalorimetrischen Problemstellungen richtig aufstellen können.
- einfachere kalorimetrische Problemstellungen bearbeiten können.
- wissen und verstehen, was Phasen und Phasenübergänge sind.
- die drei elementaren Phasen einer Substanz kennen.
- den Verlauf der Temperatur einer Substanz bei einer Wärmezufuhr kennen und verstehen, falls während der Wärmezufuhr Phasenübergänge auftreten.
- die Grössen Schmelzwärme und Spezifischen Schmelzwärme sowie Verdampfungswärme und Spezifische Verdampfungswärme kennen und verstehen.
- einfachere kalorimetrische Problemstellungen beim Auftreten von Phasenübergängen bearbeiten können.
- wissen und verstehen, was ein Phasendiagramm einer Substanz darstellt.

### Aufgaben

#### Wärmekapazität

- 6.1     Bearbeiten Sie im Arbeitsbuch Mills zu Tipler/Mosca die folgenden Aufgaben:  
15.1, 15.10, 15.11 (Seite 274)

#### Kalorimetrie

- 6.2     Betrachten Sie 600 g Blei mit einer Temperatur von 100 °C. Das Blei werde einem Kalorimeter mit Wärmekapazität („Wasserwert“) 100 J/K zugegeben, welches mit 500 g Wasser mit einer Temperatur von 17.18 °C gefüllt ist. Die spezifische Wärmekapazität des Wassers ist  $4182 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ . Nach einer gewissen Zeit wird eine Mischtemperatur von 20.0 °C gemessen.

Bestimmen Sie die spezifische Wärmekapazität von Blei.

- 6.3     Ein Eisen-Ring mit Masse 200 g, Längenausdehnungskoeffizient  $1.20\cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$  und spezifischer Wärmekapazität  $450 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$  hat bei 0.00 °C einen Innendurchmesser von 25.400 mm. Eine Aluminium-Hohlkugel mit Längenausdehnungskoeffizient  $2.38\cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$  und spezifischer Wärmekapazität  $896 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$  hat bei 100 °C einen Aussendurchmesser von 25.451 mm. Beim Erreichen des thermischen Gleichgewichts passt die Kugel genau durch den Ring.

Bestimmen Sie die Masse der Aluminium-Hohlkugel.

Hinweis:

- Vernachlässigen Sie jegliche Wärmeverluste an die Umgebung.

#### Phasenübergänge

- 6.4     Ein Kupfer-Stück mit Masse 100 g und spezifischer Wärmekapazität  $385 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$  wird in ein Kupfer-Kalorimeter mit Masse 150 g gebracht, welches 200 g Wasser mit spezifischer Wärmekapazität  $4182 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$  bei 16.0 °C enthält. Die Temperatur nach Erreichen des thermischen Gleichgewichts beträgt 38.0 °C. Während des Vorgangs sind 1.20 g Wasser mit spezifischer Verdampfungswärme  $2.257\cdot 10^6 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}$  verdampft.

Bestimmen Sie die Temperatur des Kupfer-Stücks zu Beginn.

- 6.5 Ein Stück Eis der Masse 200 g mit der Temperatur  $0.00\text{ }^{\circ}\text{C}$  werde in  $0.500\text{ l}$  Wasser der Temperatur  $20.0\text{ }^{\circ}\text{C}$  gegeben. Der Behälter sei sehr gut isoliert und seine Wärmekapazität vernachlässigbar. Die spezifische Wärmekapazität und die spezifische Schmelzwärme von Wasser sind  $4182\text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$  bzw.  $3.338\cdot 10^5\text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}$ .  
Bestimmen Sie die Temperatur nach Erreichen des thermodynamischen Gleichgewichts sowie die Menge Eis, die geschmolzen ist.
- 6.6 Es gibt die Behauptung, dass die Frühjahrshochwasser an Flüssen dadurch verursacht werden, dass durch die Regenfälle zusätzlich eine intensive Schneeschmelze erfolgt.  
Prüfen Sie diese Behauptung nach, indem Sie abschätzen, wie viel Schnee durch eine bestimmte Menge Regen geschmolzen werden kann. Machen Sie dazu physikalisch sinnvolle Annahmen.
- 6.7 Studieren Sie das folgende YouTube-Video:  
- [Tripelpunkt des Wassers](#) (5:01)
- 6.8 Führen Sie in Moodle den [Test 6.1](#) durch.

## Lehrbuch Tipler/Mosca

### Teil IV Thermodynamik

#### 15 Wärme und der Erste Hauptsatz der Thermodynamik

15.1 Wärmekapazität und spezifische Wärmekapazität (Seiten 580 bis 583)

15.2 Phasenübergänge und latente Wärme (Seiten 583 bis 585)

15.3 Phasendiagramme (Seiten 585 und 586)

Bemerkung zu 15.1

- Im Lehrbuch Tipler/Mosca wird die (thermisch übertragene) Wärme mit  $Q$  bezeichnet.  
Wir verwenden im Unterricht die ebenso gebräuchliche Bezeichnung  $\Delta Q$ .

Bemerkungen zu 15.2

- Im Lehrbuch Tipler/Mosca wird die spezifische Schmelzwärme mit  $\lambda_S$  bezeichnet.  
Wir verwenden im Unterricht die ebenso gebräuchliche Bezeichnung  $s$ .
- Im Lehrbuch Tipler/Mosca wird die spezifische Verdampfungswärme mit  $\lambda_D$  bezeichnet.  
Wir verwenden im Unterricht die ebenso gebräuchliche Bezeichnung  $v$ .

**Lösungen**

6.1 (siehe Arbeitsbuch Mills zu Tipler/Mosca)

6.2

Wasser erwärmen :  $\Delta Q = c_w \cdot m_w \cdot \Delta T_w$

Kalorimeter erwärmen :  $\Delta Q = w \cdot \Delta T_K$

Blei abkühlen :  $\Delta Q = c_B \cdot m_B \cdot \Delta T_B$

Energiebilanz

$\Delta Q_{zu} + \Delta Q_{ab} = 0$

$\Delta Q_{zu} = c_w \cdot m_w \cdot \Delta T_w + w \cdot \Delta T_K$

$\Delta Q_{ab} = c_B \cdot m_B \cdot \Delta T_B$

$\Delta T_w = T_m - T_w$

$\Delta T_K = \Delta T_w$

$\Delta T_B = T_m - T_B$

Unb. Bek.

$\Delta Q_{zu}$   $c_w = 4182 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$

$\Delta Q_{ab}$   $m_w = 500 \text{ g}$

$\Delta T_w$   $w = 100 \text{ J}/\text{kg}$

$\Delta T_K$   $m_B = 600 \text{ g}$

$c_B$   $T_m = 293.15 \text{ K}$

$\Delta T_B$   $(\Delta T_m = 20.0^\circ \text{C})$

$T_w = 290.33 \text{ K}$

$(\Delta T_w = 17.18^\circ \text{C})$

$T_B = 373.15 \text{ K}$

$(\Delta T_B = 100^\circ \text{C})$

I-III :  $0 = c_w m_w \Delta T_w + w \Delta T_K + c_B m_B \Delta T_B$

$\stackrel{\text{IV-VI}}{=} (c_w m_w + w) (T_m - T_w) + c_B m_B (T_m - T_B)$

$c_B m_B (T_m - T_B) = - (c_w m_w + w) (T_m - T_w)$

$c_B = - \frac{(c_w m_w + w) (T_m - T_w)}{m_B (T_m - T_B)}$

$= 129 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$

6.3

Wärmefluss Aluminium-Hohlkugel  $\rightarrow$  Eisen-Ring

Aluminium-Hohlkugel abkühlen :  $\Delta Q = C_A \cdot m_A \cdot \Delta T_A$

Eisen-Ring erwärmen :  $\Delta Q = C_E \cdot m_E \cdot \Delta T_E$

Energiebilanz

$\Delta Q_{zu} + \Delta Q_{ab} = 0$   $\bar{I}$

$\Delta Q_{zu} = C_E \cdot m_E \cdot \Delta T_E$   $\bar{II}$

$\Delta Q_{ab} = C_A \cdot m_A \cdot \Delta T_A$   $\bar{III}$

$\Delta T_E = T_m - T_E$   $\bar{IV}$

$\Delta T_A = T_m - T_A$   $\bar{V}$

Unb. Bek.

$\Delta Q_{zu}$   $C_E = 450 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$

$\Delta Q_{ab}$   $m_E = 200 \text{ g}$

$\Delta T_E$   $C_A = 896 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$

$m_A$   $T_E = 273.15 \text{ K}$

$\Delta T_A$   $(\vartheta_E = 0.00^\circ \text{C})$

$T_m$   $T_A = 373.15 \text{ K}$

$(\vartheta_A = 100^\circ \text{C})$

Thermische Längenänderung (Radien)

$\Delta d_E = \alpha_E \cdot d_{0E} \cdot \Delta T_E$   $\bar{VI}$

$\Delta d_A = \alpha_A \cdot d_{0A} \cdot \Delta T_A$   $\bar{VII}$

$\Delta d_E = d_E - d_{0E}$   $\bar{VIII}$

$\Delta d_A = d_A - d_{0A}$   $\bar{IX}$

$d_E = d_A$   $\bar{X}$

$\Delta r_E$   $\alpha_E = 1.20 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$

$\Delta r_A$   $d_{0E} = 25.400 \text{ mm}$

$r_E$   $\alpha_A = 2.38 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$

$r_A$   $d_{0A} = 25.451 \text{ mm}$

---

$\bar{I} - \bar{V}$  :  $C_E m_E (T_m - T_E) + C_A m_A (T_m - T_A) = 0$

$C_A m_A (T_m - T_A) = - C_E m_E (T_m - T_E)$

$m_A = \frac{- C_E m_E (T_m - T_E)}{C_A (T_m - T_A)}$

$= - \frac{C_E}{C_A} \frac{T_m - T_E}{T_m - T_A} m_E$  (\*)

$$\underline{v}_{III} - \underline{\dot{x}} : \Delta d_E + d_{OE} = \Delta d_A + d_{OA} \quad \left| \underline{v}_I, \underline{v}_{II} \right.$$

$$\alpha_E d_{OE} \Delta T_E + d_{OE} = \alpha_A d_{OA} \Delta T_A + d_{OA} \quad \left| \underline{v}_I, \underline{v}_{II} \right.$$

$$\alpha_E d_{OE} (T_M - T_E) + d_{OE} = \alpha_A d_{OA} (T_M - T_A) + d_{OA}$$

$$\begin{aligned} & \alpha_E d_{OE} T_M - \alpha_E d_{OE} T_E + d_{OE} \\ & = \alpha_A d_{OA} T_M - \alpha_A d_{OA} T_A + d_{OA} \end{aligned}$$

$$(\alpha_E d_{OE} - \alpha_A d_{OA}) T_M = -d_{OE} (1 - \alpha_E T_E) + d_{OA} (1 - \alpha_A T_A)$$

$$T_M = \frac{-d_{OE} (1 - \alpha_E T_E) + d_{OA} (1 - \alpha_A T_A)}{\alpha_E d_{OE} - \alpha_A d_{OA}}$$

$$T_M - T_E = \frac{-d_{OE} (1 - \alpha_E T_E) + d_{OA} (1 - \alpha_A T_A) - (\alpha_E d_{OE} - \alpha_A d_{OA}) T_E}{\alpha_E d_{OE} - \alpha_A d_{OA}}$$

$$= \frac{-d_{OE} + d_{OA} - d_{OA} \alpha_A T_A + d_{OA} \alpha_A T_E}{\dots}$$

$$= \frac{-d_{OE} + d_{OA} (1 - \alpha_A (T_A - T_E))}{\alpha_E d_{OE} - \alpha_A d_{OA}}$$

$$T_M - T_A = \frac{-d_{OE} (1 - \alpha_E T_E) + d_{OA} (1 - \alpha_A T_A) - (\alpha_E d_{OE} - \alpha_A d_{OA}) T_A}{\alpha_E d_{OE} - \alpha_A d_{OA}}$$

$$= \frac{-d_{OE} + d_{OE} \alpha_E T_E + d_{OA} - d_{OE} \alpha_E T_A}{\dots}$$

$$= \frac{d_{OA} - d_{OE} (1 - \alpha_E (T_E - T_A))}{\alpha_E d_{OE} - \alpha_A d_{OA}}$$

(Fortsetzung siehe nächste Seite)

$$\frac{T_m - T_E}{T_m - T_A} = \frac{-d_{0E} + d_{0A}(1 - \alpha_A(T_A - T_E))}{d_{0A} - d_{0E}(1 - \alpha_E(T_E - T_A))}$$

eins. in (\*)

$$m_A = - \frac{c_E}{c_A} \frac{-d_{0E} + d_{0A}(1 - \alpha_A(T_A - T_E))}{d_{0A} - d_{0E}(1 - \alpha_E(T_E - T_A))} m_E$$

$$= \frac{c_E}{c_A} \frac{d_{0E} - d_{0A}(1 - \alpha_A(T_A - T_E))}{d_{0A} - d_{0E}(1 - \alpha_E(T_E - T_A))} m_E$$

$$= 46.9 \text{ g}$$

6.4

Kupfer-Stück abkühlen :  $\Delta Q = c_{Cu} \cdot m_{Cu} \cdot \Delta T_{Cu}$

Wasser erwärmen ( $16.0^\circ\text{C} \rightarrow 38.0^\circ\text{C}$ ) :  $\Delta Q = c_w \cdot m_{w1} \cdot \Delta T_{w1}$

Verdampftes Wasser erwärmen ( $\rightarrow 100^\circ\text{C}$ ) :  $\Delta Q = c_w \cdot m_{w2} \cdot \Delta T_{w2}$

" " verdampfen :  $Q_V = m_{w2} \cdot V$

Kupfer-Kalorimeter erwärmen :  $\Delta Q = c_{Cu} \cdot m_K \cdot \Delta T_K$

Energiebilanz

$$\Delta Q_{zu} + \Delta Q_{ab} = 0$$

$$\Delta Q_{zu} = c_w \cdot m_{w1} \cdot \Delta T_{w1} + c_w \cdot m_{w2} \cdot \Delta T_{w2} + m_{w2} \cdot V + c_{Cu} \cdot m_K \cdot \Delta T_K$$

Unb. Bek.

$$\Delta Q_{zu} \quad c_w = 4182 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$\Delta Q_{ab} \quad m_{w2} = 1.20 \text{ g}$$

$$m_{w1} \quad V = 2.257 \cdot 10^6 \text{ J}/\text{kg}$$

$$\Delta T_{w1} \quad c_{Cu} = 385 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

$$\Delta T_{w2} \quad m_K = 150 \text{ g}$$

$$\Delta T_K \quad m_{Cu} = 100 \text{ g}$$

$$\begin{array}{llll} \Delta Q_{ab} = c_{cu} \cdot m_{cu} \cdot \Delta T_{cu} & \text{III} & \Delta T_{cu} & T_m = 311,15 \text{ K} \\ & & & (\vartheta_m = 38,0 \text{ }^\circ\text{C}) \\ \Delta T_{w1} = T_m - T_w & \text{IV} & T_{cu} & \\ \Delta T_{w2} = T_s - T_w & \text{V} & & T_w = 289,15 \text{ K} \\ & & & (\vartheta_w = 16,0 \text{ }^\circ\text{C}) \\ \Delta T_K = \Delta T_{w1} & \text{VI} & & \\ \Delta T_{cu} = T_m - T_{cu} & \text{VII} & & T_s = 373,15 \text{ K} \\ & & & (\vartheta_s = 100 \text{ }^\circ\text{C}) \\ m_{w1} + m_{w2} = m_w & \text{VIII} & & m_w = 200 \text{ g} \end{array}$$


---

$$\text{I-III: } c_w m_{w1} \Delta T_{w1} + c_w m_{w2} \Delta T_{w2} + m_{w2} V + c_{cu} m_K \Delta T_K + c_{cu} m_{cu} \Delta T_{cu} = 0 \quad | \text{IV-VIII}$$

$$c_w (m_w - m_{w2}) (T_m - T_w) + c_w m_{w2} (T_s - T_w) + m_{w2} V + c_{cu} m_K (T_m - T_w) + c_{cu} m_{cu} (T_m - T_{cu}) = 0$$

$$\begin{aligned} c_{cu} m_{cu} T_{cu} &= c_{cu} m_{cu} T_m + c_w (m_w - m_{w2}) (T_m - T_w) \\ &\quad + c_w m_{w2} (T_s - T_w) + m_{w2} V + c_{cu} m_K (T_m - T_w) \\ &= c_{cu} m_{cu} T_m + (c_w m_w + c_{cu} m_K) (T_m - T_w) \\ &\quad + c_w m_{w2} (T_s - T_m) + m_{w2} V \end{aligned}$$

$$T_{cu} = T_m + \frac{(c_w m_w + c_{cu} m_K) (T_m - T_w) + c_w m_{w2} (T_s - T_m) + m_{w2} V}{c_{cu} m_{cu}}$$

$$= 901 \text{ K} \hat{=} \vartheta_{cu} = 627 \text{ }^\circ\text{C}$$

6.5 (siehe nächste Seite)

6.5

Annahme : Nicht alles Eis schmilzt, sondern nur ein Teil (Masse  $m_E$ )

$\Rightarrow$  Mischtemperatur  $T_m = 0^\circ\text{C}$

Eis schmelzen (Eis  $0^\circ\text{C} \rightarrow$  Wasser  $0^\circ\text{C}$ ) :  $Q_S = m_E \cdot s$

Wasser abkühlen ( $20.0^\circ\text{C} \rightarrow 0^\circ\text{C}$ ) :  $\Delta Q = c_w \cdot m_w \cdot \Delta T_w$

Energiebilanz

$$\Delta Q_{zu} + \Delta Q_{ab} = 0 \quad \text{I}$$

$$\Delta Q_{zu} = m_E \cdot s \quad \text{II}$$

$$\Delta Q_{ab} = c_w \cdot m_w \cdot \Delta T_w \quad \text{III}$$

$$\Delta T_w = T_m - T_w \quad \text{IV}$$

Unb.    Bek.

$$\Delta Q_{zu} \quad s = 3.338 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$$

$$\Delta Q_{ab} \quad c_w = 4182 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$$

$$m_E \quad m_w = 0.500 \text{ kg}$$

$$\Delta T_w \quad T_m = 273.15 \text{ K (} T_m = 0.00^\circ\text{C)}$$

$$T_w = 293.15 \text{ K (} T_w = 20.0^\circ\text{C)}$$

---


$$\text{I-IV} : m_E s + c_w m_w (T_m - T_w) = 0$$

$$m_E = - \frac{c_w m_w (T_m - T_w)}{s}$$

$$= 125 \text{ g}$$

Bem. : Aus  $m_E < m_w$  folgt, dass die Annahme richtig ist.

6.6 (siehe nächste Seite)

6.6

Annahme : Regenwasser (Masse  $m_w$ , Temperatur  $\vartheta_w := 10^\circ\text{C}$ )  
fällt auf Schnee (Masse  $m_s$ , Temperatur  $\vartheta_s := 0^\circ\text{C}$ )  
und schmilzt diesen.

Am Schluss liegt nur Wasser (Masse  $m_w + m_s$ ,  
Temperatur  $\vartheta := 0^\circ\text{C}$ ) vor.

Regenwasser abkühlen ( $10^\circ\text{C} \rightarrow 0^\circ\text{C}$ ) :  $\Delta Q = c_w \cdot m_w \cdot \Delta T_w$   
Schnee schmelzen (Schnee  $0^\circ\text{C} \rightarrow$  Wasser  $0^\circ\text{C}$ ) :  $Q_s = m_s \cdot s$

Energiebilanz		<u>Unb.</u>	<u>Bek.</u>
$\Delta Q_{zu} + \Delta Q_{ab} = 0$	<u>I</u>	$\Delta Q_{zu}$	$s = 3.338 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$
$\Delta Q_{zu} = m_s \cdot s$	<u>II</u>	$\Delta Q_{ab}$	$c_w = 4182 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$
$\Delta Q_{ab} = c_w \cdot m_w \cdot \Delta T_w$	<u>III</u>	$m_s$	$m_w$
$\Delta T_w = T_m - T_w$	<u>IV</u>	$\Delta T_w$	$T_m = 273 \text{ K } (\vartheta_m = 0^\circ\text{C})$ $T_w := 283 \text{ K } (\vartheta_w := 10^\circ\text{C})$

$$\underline{\text{I}} - \underline{\text{IV}} : m_s s + c_w m_w (T_m - T_w) = 0$$

$$m_s = - \frac{c_w m_w (T_m - T_w)}{s}$$

$$= \underbrace{- \frac{c_w (T_m - T_w)}{s}}_{= 0.13} \cdot m_w = 13\% \cdot m_w$$

$\Rightarrow$  Schneeschmelze fällt nicht ins Gewicht

6.7 ...

6.8 -