Aufgaben 9 Wellen
Beugung, Huygens'sches Prinzip, Reflexion, Brechung

Lernziele

- das Huygens'sche Prinzip kennen, verstehen und anwenden können.
- das Phänomen der Beugung kennen und mit Hilfe des Huygens'schen Prinzips erklären können.
- den Zusammenhang zwischen der Ausprägung der Beugung einer Welle, der Wellenlänge und den Abmessungen des beugenden Objektes kennen.
- das Reflexionsgesetz und das Brechungsgesetz kennen.
- das Reflexionsgesetz und das Brechungsgesetz in konkreten Problemstellungen anwenden können.
- das Phänomen der Totalreflexion kennen und verstehen.
- sich aus dem Studium eines schriftlichen Dokumentes neue Kenntnisse und Fähigkeiten erarbeiten können.
- einen neuen Sachverhalt analysieren und beurteilen können.
- aus einem Experiment neue Erkenntnisse gewinnen können.
- eine Problemstellung selbstständig bearbeiten können.

Aufgaben

9.1 **Vorgängiges Selbststudium**

a) Studieren Sie im Lehrbuch KPK 3 den folgenden Abschnitt:
- 4.14 Die Beugung von Wellen (Seite 54 und 55, ohne die drei letzten Absätze, d.h. nur bis „… gross gegen die Wellenlänge sein.", ohne Aufgabe)

b) Studieren Sie die folgenden **YouTube-Videos**:
- Beugung von Wellen (Wasserwelle) (0:36)
- Beugung am Spalt (Wasserwelle) (0:58)

c) Führen Sie in Moodle den Test 9.1 durch.

9.2 Eine Person steht hinter einem Baum mit einem grossen Stammdurchmesser und ruft. Man stellt fest, dass man die Person zwar **hört**, jedoch **nicht sieht**.

Erklären Sie diesen Unterschied mit Hilfe des Phänomens Beugung.

9.3 Eine auf einer Wasseroberfläche laufende Welle trifft auf ein Hindernis und wird gebeugt. Zeichnen Sie mit Hilfe des Huygens'schen Prinzips die Wellenfronten der Welle hinter dem Hindernis:

a) Eine gerade Welle läuft auf eine enge Öffnung zu (Abb. 1).

b) Eine gerade Welle läuft auf ein Gitter mit vielen engen Öffnungen zu (Abb. 2).

c) Eine Kreiswelle läuft auf ein Gitter mit vielen engen Öffnungen zu (Abb. 2).

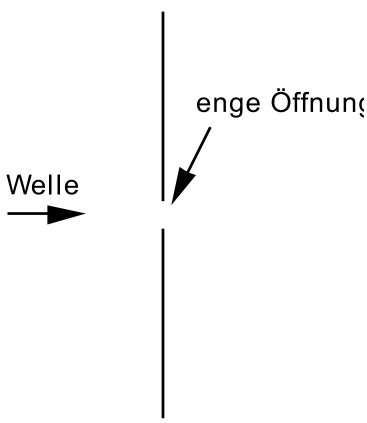


Abb. 1: zu a)

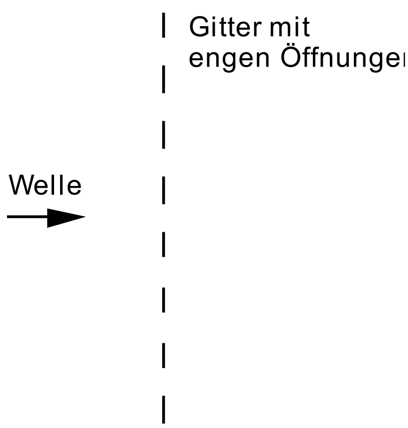


Abb. 2: zu b) und c)

9.4 In einem Experiment mit der Wellenwanne können die Reflexion und die Brechung von geraden Wasserwellen beobachtet werden.

Beurteilen Sie sowohl für die Reflexion als auch für die Brechung, ob ...
- ... der Ausfallswinkel gleich oder ungleich dem Einfallswinkel ist.
- ... die Frequenz der Welle gleich bleibt oder sich verändert.
- ... die Wellenlänge gleich bleibt oder sich verändert.

9.5 Studieren Sie das folgende **Applet**, in welchem das Reflexions- und das Brechungsgesetz veranschaulicht und mit Hilfe des Huygens'schen Prinzips erklärt werden:

- Reflexion und Brechung von Lichtwellen (Erklärung durch das Prinzip von Huygens)
(Reflexion/Brechung von Wellen – Huygens 1)

Führen Sie jeden Schritt aus, und studieren Sie jeweils den dazu erscheinenden Text im Applet.

9.6 * Studieren Sie die nachfolgenden Texte aus dem Lehrbuch Tipler/Mosca (siehe Quellenangabe weiter unten) zur **Herleitung** des **Reflexions-** und des **Brechungsgesetzes**.

Hinweis:
- Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle wird hier mit **c** statt mit **v** bezeichnet.

a) Herleitung des **Reflexionsgesetzes**

Abb. 28.24 zeigt eine ebene Wellenfront AA', die im Punkt A auf einen Spiegel trifft. Wie aus der Abbildung hervorgeht, ist der Winkel ϕ_1 zwischen der Wellenfront und dem Spiegel ebenso groß wie der Einfallswinkel θ_1. Dies ist der Winkel zwischen dem Einfallslot und den einfallenden Lichtstrahlen, die senkrecht auf den Wellenfronten stehen. Nach dem Huygens'schen Prinzip kann jeder Punkt auf einer gegebenen Wellenfront als Punktquelle einer sekundären Elementarwelle angesehen werden. Die Position der Wellenfront nach einer bestimmten Zeit t können wir ermitteln, indem wir Elementarwellen konstruieren, die den Radius $c\,t$ haben und deren Mittelpunkte auf der Wellenfront AA' liegen. Elementarwellen, die die Spiegeloberfläche noch nicht erreicht haben, bilden den Teil BB' der neuen Wellenfront. Elementarwellen, die den Spiegel bereits erreicht haben, werden reflektiert und bilden den Teil $B''B$ der neuen Wellenfront. Mit derselben Konstruktion erhalten wir die Wellenfront $C''C$ aus den Huygens'schen Elementarwellen, die aus der Wellenfront CC' hervorgehen.

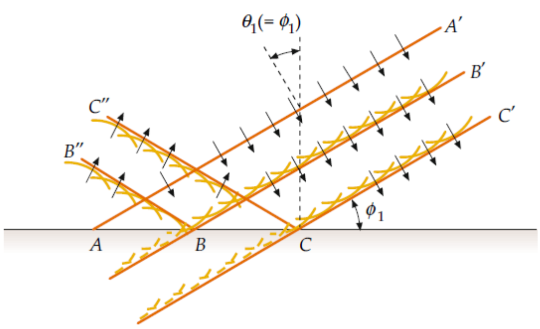


Abb. 28.24 Eine ebene Welle, die an einem ebenen Spiegel reflektiert wird. Der Winkel θ_1 zwischen dem einfallenden Strahl und dem Einfallslot ist der Einfallswinkel. Er ist ebenso groß wie der Winkel ϕ_1 zwischen der einfallenden Wellenfront und dem Spiegel

(Fortsetzung siehe nächste Seite)

Abb. 28.25 zeigt einen vergrößerten Ausschnitt von Abb. 28.24. Hier ist die Wellenfront AP dargestellt, die Teil der ursprünglichen Wellenfront AA' ist. In der Zeit t erreicht die vom Punkt P ausgehende Elementarwelle den Spiegel im Punkt B, und die Elementarwelle vom Punkt A erreicht in derselben Zeit den Punkt B''. Die reflektierte Wellenfront $B''B$ bildet mit dem Spiegel den Winkel ϕ_1', der gleich dem Reflexionswinkel θ_1' zwischen dem reflektierten Strahl und dem Einfallslot ist. Die Dreiecke ABB'' und ABP sind rechtwinklige Dreiecke mit der gemeinsamen Seite AB und gleich großen Seiten $AB'' = BP = c\,t$. Daher sind diese Dreiecke kongruent. Die Winkel ϕ_1 und ϕ_1' sind daher gleich. Somit ist der Reflexionswinkel θ_1' gleich dem Einfallswinkel θ_1.

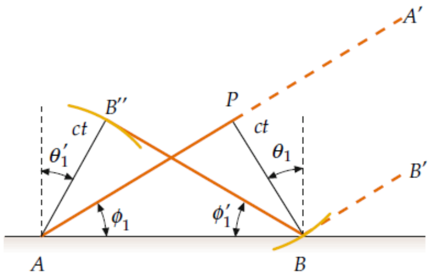


Abb. 28.25 Zur Herleitung des Reflexionsgesetzes nach dem Huygens'schen Prinzip. Die ankommende Wellenfront AP trifft den Spiegel zuerst im Punkt A. Nach der Zeit t trifft die von P ausgehende Elementarwelle den Spiegel im Punkt B, während die von A ausgehende Elementarwelle den Punkt B'' erreicht

b) Herleitung des **Brechungsgesetzes**

Abb. 28.26 zeigt eine ebene Welle, die auf eine Luft-Glas-Grenzfläche trifft. Wir wenden auch hier die Huygens'sche Konstruktion an, um die Wellenfront der in das Glas eintretenden Welle zu ermitteln. Die Gerade AP repräsentiert einen Teil der Wellenfront im Medium 1 (Luft). Sie trifft die Glasoberfläche unter dem Winkel ϕ_1. In der Zeit t legt die von P ausgehende Elementarwelle die Strecke $c_{n,1}\,t$ zurück und erreicht den Punkt B auf der Linie AB, die beide Medien voneinander trennt. In derselben Zeit legt die von A ausgehende Elementarwelle im Medium 2 die kürzere Strecke $c_{n,2}\,t$ zurück. Die neue Wellenfront BB' verläuft nicht parallel zur ursprünglichen Wellenfront AP, weil die Geschwindigkeiten $c_{n,1}$ und $c_{n,2}$ unterschiedlich sind. Im Dreieck ABP ist

$$\sin\phi_1 = \frac{c_{n,1}\,t}{AB}$$

oder

$$AB = \frac{c_{n,1}\,t}{\sin\phi_1} = \frac{c_{n,1}\,t}{\sin\theta_1}\,.$$

Dabei haben wir die Tatsache ausgenutzt, dass der Winkel ϕ_1 gleich dem Einfallswinkel θ_1 ist. Entsprechend gilt im Dreieck ABB'

$$\sin\phi_2 = \frac{c_{n,2}\,t}{AB}$$

oder

$$AB = \frac{c_{n,2}\,t}{\sin\phi_2} = \frac{c_{n,2}\,t}{\sin\theta_2}\,.$$

Darin ist $\theta_2 = \phi_2$ der Brechungswinkel. Wir setzen die Kehrwerte der beiden Ausdrücke für die Strecke AB gleich und erhalten

$$\frac{\sin\theta_1}{c_{n,1}} = \frac{\sin\theta_2}{c_{n,2}}\,. \qquad (28.16)$$

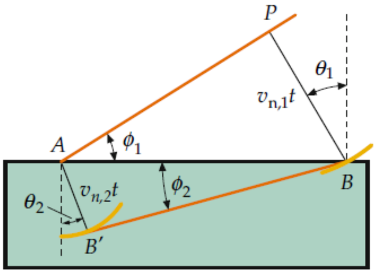


Abb. 28.26 Anwendung des Huygens'schen Prinzips der Elementarwellen auf ebene Wellen, die an der Grenzfläche zweier Medien gebrochen werden. Das Licht hat im Medium 1 (Luft) die Wellengeschwindigkeit $c_{n,1}$ und im Medium 2 (Glas) die geringere Wellengeschwindigkeit $c_{n,2}$. Der Brechungswinkel ist hier kleiner als der Einfallswinkel

Hinweis:
- In der Abb. 28.26 sollten die Wellenausbreitungsgeschwindigkeiten konsequenterweise mit $c_{n,1}$ und $c_{n,2}$ bezeichnet sein, nicht mit $v_{n,1}$ und $v_{n,2}$.

Quelle:
Tipler, P.A., Mosca G., Kersten, P. (Hrsg.), Wagner, J. (Hrsg.): Physik für Studierende der Naturwissenschaften und Technik, Springer Spektrum, Berlin 2019, 8. Auflage, ISBN 978-3-622-58280-0 (Seiten 1041 und 1042)

9.7 Eine Welle trifft auf eine Grenzfläche zweier Medien.

v_1 und v_2 sind die Ausbreitungsgeschwindigkeiten der Welle in den beiden Medien.
θ_1 ist der Einfallswinkel, θ_1' der Ausfallswinkel der reflektierten Welle und θ_2 der Ausfallswinkel der gebrochenen Welle.

Bestimmen Sie die jeweiligen fehlenden Grössen.

	v_1	v_2	θ_1	θ_1'	θ_2
a)	5100 m/s	340 m/s	75.0°		
b)	300 m/s			35.2°	37.9°
c)	5100 m/s	6400 m/s			68.4°
d)	340 m/s	5100 m/s		6.46°	

9.8 Eine Welle (z.B. eine Erdbebenwelle) trifft auf die Grenzfläche zweier Medien (z.B. zwei verschiedene Gesteinsschichten in der Erdkruste). Man beobachtet beim Einfallswinkel 42° den Ausfallswinkel 36°.

Beurteilen Sie, was sich über die Ausbreitungsgeschwindigkeiten der Welle in den beiden Medien aussagen lässt.

9.9 Eine Welle läuft mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit v_1 durch ein Medium und trifft auf die Grenzfläche zu einem Medium, in welchem die Ausbreitungsgeschwindigkeit v_2 **grösser** ist, d.h. $v_2 > v_1$.

Wenn der Einfallswinkel θ_1 den sogenannten **kritischen Winkel** θ_k erreicht, d.h. $\theta_1 = \theta_k$, dann beträgt der Ausfallswinkel θ_2 gerade 90°. Steigt der Einfallswinkel θ_1 über diesen kritischen Winkel θ_k, tritt keine gebrochene Welle mehr auf, sondern die ganze Welle wird reflektiert. Dieses Phänomen heisst **Totalreflexion**.

Bestimmen Sie den kritischen Winkel θ_k, ausgedrückt durch die beiden Geschwindigkeiten v_1 und v_2.

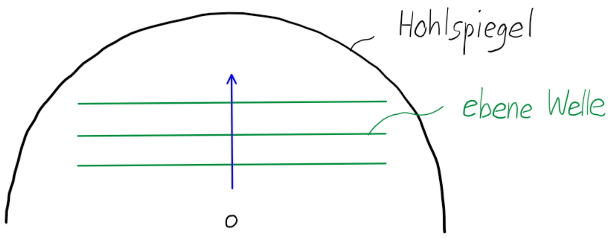
9.10 Eine Kreiswelle geht von einem Erregerzentrum Z aus, stösst auf ein geradliniges Hindernis und wird reflektiert.

a) Zeichnen Sie die Wellenfronten der von Z ausgehenden Kreiswelle.

b) Zeichnen Sie mit Hilfe des Huygens'schen Prinzips die Wellenfronten der reflektierten Welle.

c) Zeigen Sie, dass das Zentrum Z' der reflektierten Wellenfronten das geometrische Spiegelbild von Z an der durch das Hindernis gebildeteten Reflexionsgeraden ist.

9.11 * Betrachten Sie eine ebene Welle, welche auf einen sphärischen (d.h. kugelschalenförmigen) Hohlspiegel trifft und an dessen Oberfläche reflektiert wird.



Zeichnen Sie mit Hilfe des Huygens'schen Prinzips die Form der Wellenfront der reflektierten Welle.

Hinweise:
- Betrachten Sie eine Projektion der Situation auf eine Ebene, in welcher die optische Achse (d.h. die durch den Kugelmittelpunkt und den Scheitelpunkt des Hohlspiegels verlaufende Symmetrieachse) liegt. In dieser Projektion erscheint der Hohlspiegel als Kreisbogen und die Fronten der einfallenden ebenen Welle als Geraden.
- Betrachten Sie den Zeitpunkt, zu welchem die einfallende Welle den Scheitelpunkt des Hohlspiegels erreicht. Zu diesem Zeitpunkt breiten sich bereits Elementarwellen aus, die bei der Reflexion in allen anderen Punkten des Hohlspiegels erzeugt wurden.
- Überlegen Sie sich, wie weit all diese Elementarwellen schon gekommen sind.
- Überlagern Sie all diese Elementarwellen zur neuen reflektierten Wellenfront.

9.12 Führen Sie in Moodle den Test 9.2 durch.

Lösungen

9.1 -

9.2 $\lambda_{Schall} \approx 1\ \text{m}$
$\Rightarrow$ Ein grosse Teil der Schallwelle wird gebeugt, d.h. die Beugung ist stark ausgeprägt.

$\lambda_{Licht} \approx 500\ \text{nm}$
$\Rightarrow$ Ein sehr kleiner Teil der Lichtwelle wird gebeugt, d.h. die Beugung ist sehr schwach ausgeprägt.

9.3 …

9.4 Reflexion
- Ausfallswinkel = Einfallswinkel
- Frequenz bleibt gleich
- Wellenlänge bleibt gleich

Brechung
- Ausfallswinkel ≠ Einfallswinkel
- Frequenz bleibt gleich
- Wellenlänge verändert sich

9.5 -

9.6 * -

9.7 Reflexionsgesetz: $\theta_1' = \theta_1$

Brechungsgesetz: $\frac{\sin(\theta_1)}{\sin(\theta_2)} = \frac{v_1}{v_2}$

	v_1	v_2	θ_1	θ_1'	θ_2
a)	5100 m/s	340 m/s	75.0°	75.0°	3.69°
b)	300 m/s	320 m/s	35.2°	35.2°	37.9°
c)	5100 m/s	6400 m/s	47.8°	47.8°	68.4°
d)	340 m/s	5100 m/s	6.46°	6.46°	existiert nicht (keine gebrochene Welle)

9.8 Es ist nur eine Ausage über das Verhältnis der beiden Ausbreitungsgeschwindigkeiten möglich, nicht über die Ausbreitungsgeschwindigkeiten in den einzelnen Medien.

$$\frac{\sin(\theta_1)}{\sin(\theta_2)} = \frac{v_1}{v_2}$$

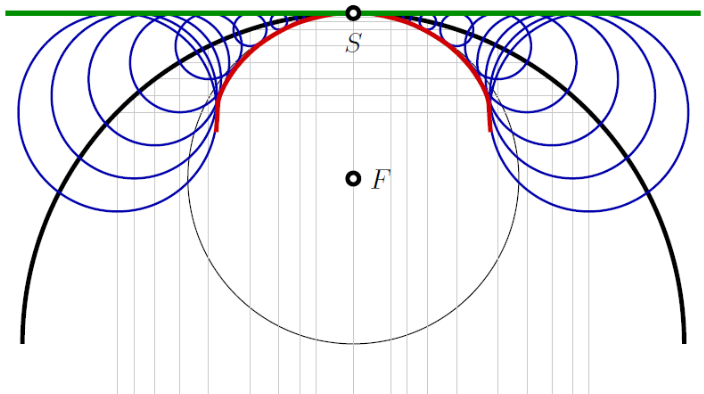
$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin(36°)}{\sin(42°)} = 0.88$$

9.9 $\theta_k = \arcsin\left(\frac{v_1}{v_2}\right)$

9.10 …

9.11 *

Wir betrachten eine *ebene Welle*, welche auf einen Kugelhohlspiegel stösst und an dessen Oberfläche reflektiert wird. Die Situation ist in der folgenden Skizze dargestellt.



Um die *Wellen-Front* der *reflektierten Welle* mit Hilfe des Prinzips von HUYGENS-FRESNEL zu skizzieren, gehen wir nach folgenden Schritten vor.

S1 Wir skizzieren einen Halbkreis (schwarz), welcher die Projektion des Kugelhohlspiegels auf die Ebene darstellt. Die *ebene Welle* läuft in der Skizze von unten nach oben ein.

S2 Wir zeichnen, ausgehend vom *Scheitel-Punkt* S des Halbkreises nach unten, in regelmässigen Abständen ein paar horizontale Hilfslinien (grau) ein und verlängern diese jeweils von ihrem Schnittpunkt mit dem Halbkreis nach unten.

S3 Wir betrachten nun den Zeitpunkt, wenn die einlaufende *ebene Welle* gerade den *Scheitel-Punkt* S in der Skizze erreicht hat. Wenn wir uns den Kugelhohlspiegel wegdenken, dann wäre die *Wellen-Front* jetzt auf der Höhe der grünen Linie.

S4 Um alle Schnittpunkte der Hilfslinien (grau) mit dem Halbkreis (schwarz) zeichnen wir jeweils die Projektion einer *elementaren Kugel-Welle* (blau), dessen Peripherie bis zur grünen Linie reicht.

S5 Die *reflektierte Wellen-Front* ist die Kurve (rot), welche sich innerhalb des Halbkreises an die *elementaren Kugel-Wellen* anschmiegt. Sie kann in der Nähe des *Scheitel-Punktes* S durch einen Kreis (schwarz) mit Mittelpunkt am vermeintlichen *Brenn-Punkt* F angenähert werden.

Die *reflektierte Welle* ist offensichtlich weder eine *ebene Welle*, noch verläuft sie exakt durch einen *Brenn-Punkt*.

9.12 -