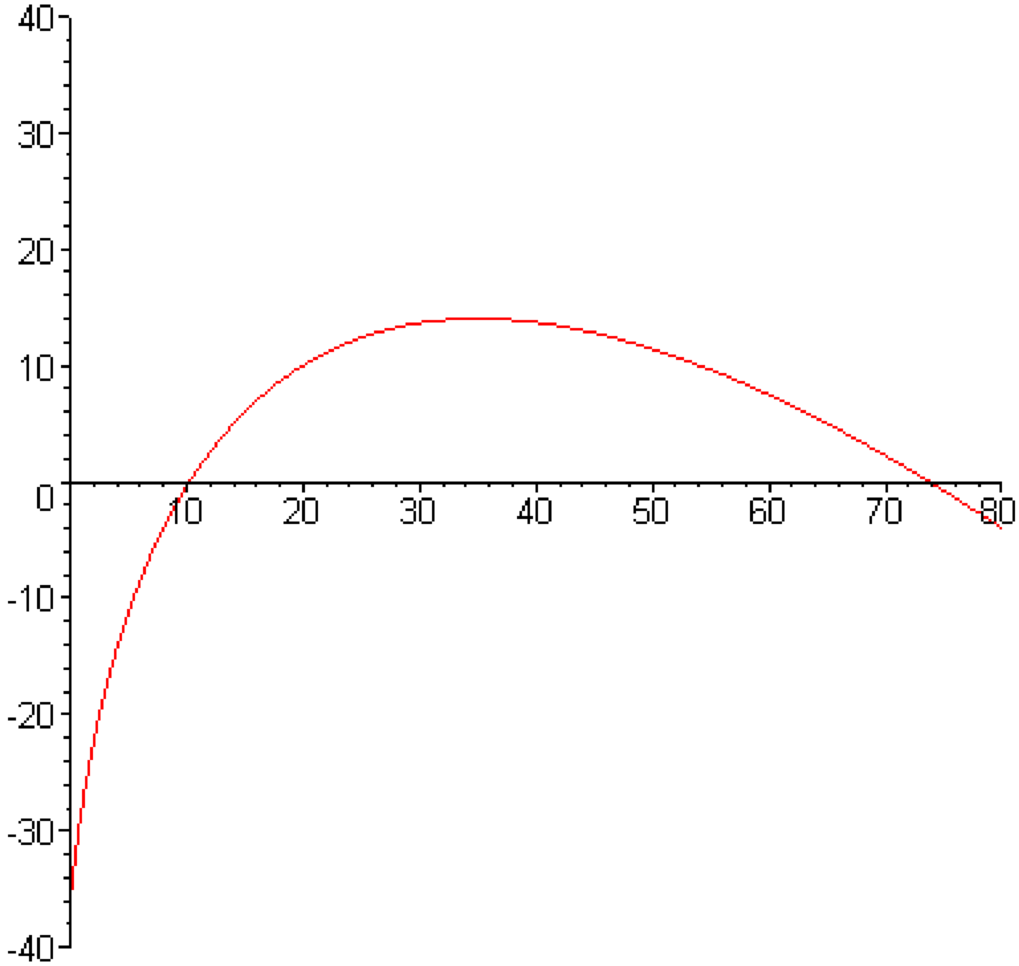
Ableitung

Funktion f

f: $D \to \mathbb{R}$ mit $D \subseteq \mathbb{R}$
$x \mapsto y = f(x)$

Bsp.: $f(x) = 24\sqrt{x+1} - 2x - 60$



Was wollen wir wissen?

Steigung der Tangente an den Grafen der Funktion f bei einem bestimmten Punkt $A(x_0 \mid f(x_0))$.

Warum wollen wir die Steigung wissen?

- **Steigen** (Steigung > 0), **Fallen** (Steigung < 0)
- Lokales **Maximum/Minimum** (Steigung = 0)
- **Krümmung** (konvex bei zunehmender Steigung, konkav bei abnehmender Steigung), Wendepunkte

Anwendungen in der Volks- und Betriebswirtschaft

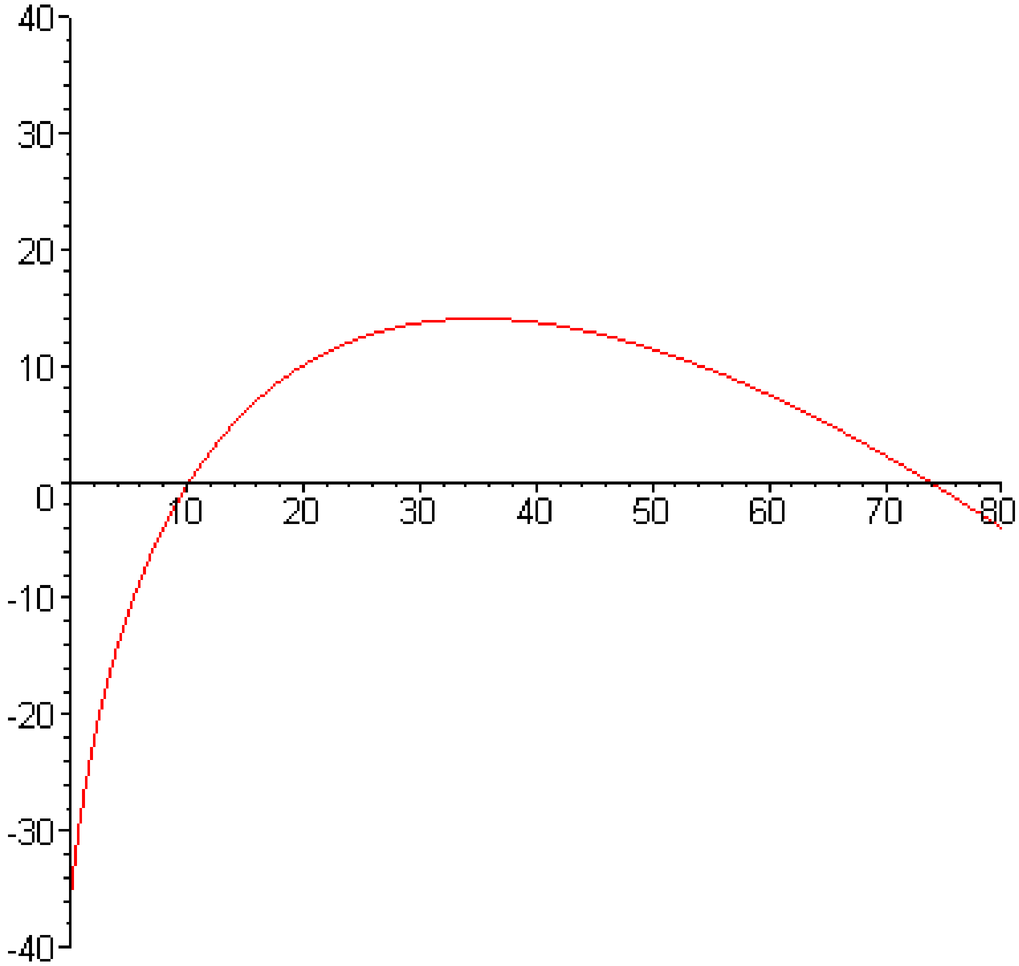
- Tendenz von Kosten/Ertrag/Gewinn
- Maximum/Minimum von Kosten/Ertrag/Gewinn
- **Grenzkosten/-ertrag/-gewinn** (Änderung von Kosten/Ertrag/Gewinn, wenn die Stückzahl x um eins zunimmt)

Definition

Die Steigung der Tangente an den Grafen von f durch den Punkt $A(x_0 \mid f(x_0))$ heisst **Ableitung** (oder **Änderungsrate**) **von f an der Stelle x_0**, bezeichnet mit $f\,'(x_0)$ ("f Strich von x_0").

Wie können wir die Steigung bestimmen?

Die Steigung der **Sekante** durch die Punkte $A(x_0 \mid f(x_0))$ und $B(x_0+\Delta x \mid f(x_0+\Delta x))$ strebt nach der Steigung der **Tangente** durch $A(x_0 \mid f(x_0))$, wenn Δx gegen 0 strebt.



Bsp.: f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$x \mapsto y = f(x) = x^2$

$f\,'(x_0) = 2x_0$

Definition

Angenommen, die Ableitung (Änderungsrate) $f'(x_0)$ existiert für alle $x_0 \in D_1$, mit $D_1 \subseteq D$.

Die Funktion f'

$$f': D_1 \to \mathbb{R}$$
$$x \mapsto y = f'(x)$$

heisst **Ableitung** (oder **Ableitungsfunktion**) **von f**.

Bsp. 1: $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto y = f(x) = x^2$ $\qquad$ $f': \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto y = f'(x) = 2x$

Bsp. 2: $f: D \to \mathbb{R}$, $x \mapsto y = f(x) = 24\sqrt{x+1} - 2x - 60$ $\qquad$ $f': D_1 \to \mathbb{R}$, $x \mapsto y = f'(x) = \frac{12}{\sqrt{x+1}} - 2$