

Aufgaben 12 Exponentialfunktion und -gleichungen Nachschüssige/Vorschüssige Rente

Lernziele

- den Anfangs- und den Endwert einer Rente berechnen können, falls konstante Zahlungen am Anfang oder am Ende jeder Zinsperiode getätigt werden.
- ausgewählte Rentenprobleme bearbeiten können.

Aufgaben

Nachschüssige Rente

- 12.1 Bestimmen Sie den Endwert einer Rente, bei welcher 5 Jahre lang \$1300 am Ende jedes Jahres einbezahlt werden und der Zinssatz 6% beträgt.
- 12.2 Eine Familie möchte für die Ausbildung ihrer Kinder bis in 20 Jahren \$200'000 ansparen. Welche Summe muss am Ende jedes Quartals einbezahlt werden, falls die Anlage bei vierteljährlicher Verzinsung einen jährlichen Zinssatz von 7.6% trägt?
- 12.3 Angenommen, \$2500 werden am Ende jedes Quartals auf ein Konto einbezahlt, welches bei einem Zinssatz von 5% vierteljährlich verzinst wird. Nach wievielen Quartalen liegen auf dem Konto \$80'000?
- 12.4 Nehmen Sie an, dass Geld auf einem Konto einen Zins von 1.5 trägt und jährlich verzinst wird. Man möchte nach 10 Jahren 20'000 CHF haben.
- a) Welcher Betrag muss am Ende jedes Jahres einbezahlt werden?
- b) Wechen Betrag müsste man zu Beginn einbezahlen, falls während der ganzen Zeit keine weiteren Zahlungen mehr getätigt würden?
- 12.5 Zwei Zwillinge sind 23 Jahre alt und besitzen verschiedene Anlagestrategien.
Nehmen Sie an, dass der Zwilling 1 10 Jahre lang (bis er 33 Jahre alt ist) am Ende jedes Jahres \$2000 auf ein Konto einzahlt, welches jährlich verzinst wird zu 8%. Der Zwilling 2 hingegen wartet mit seiner Investition, bis er 40 Jahre alt ist.
Wieviel muss der Zwilling 2 in den darauffolgenden 25 Jahren am Ende jedes Jahres auf ein Konto einzahlen, das jährlich verzinst wird bei 8%, so dass er am Ende dieser 25 Jahre (wenn beide 65 Jahre alt sind) den gleichen Betrag hat wie der Zwilling 1?
- 12.6 Bestimmen Sie den Anfangswert einer Rente, bei welcher 8 Jahre lang \$6000 am Ende jedes Halbjahres ausbezahlt werden, falls das Geld halbjährlich verzinst wird bei einem Jahreszinssatz von 8%.
- 12.7 Wieviel Geld kann 10 Jahre lang am Ende jedes Quartals abgehoben werden, wenn der Anfangswert der Rente \$135'000 beträgt und das Geld vierteljährlich verzinst wird bei einem Jahreszinssatz von 6.4%?
- 12.8 Ein Konto, welches als zusätzliche Altersvorsorge dienen soll, enthält \$242'000. Nehmen Sie an, dass \$200'000 für eine Rente verwendet werden sollen, welche vierteljährlich verzinst wird bei einem Jahreszinssatz von 6%, und bei welcher am Ende jedes Quartals \$4500 abgehoben werden sollen. Wie lange geht es, bis der Kontostand \$0 ist?

- 12.9 Herr B. besitzt einen Wohnwagen. Er könnte ihn jetzt für 20'000 CHF verkaufen. Als Alternative könnte er ihn 10 Jahre lang vermieten zu 2100 CHF pro Jahr, wobei die Miete jeweils am Jahresende bezahlt würde. Nach 10 Jahren wäre der Wohnwagen vollständig abgeschrieben. Herr B. könnte die Einnahmen (bei Verkauf oder Vermietung des Wohnwagens) zu 7% anlegen bei jährlicher Verzinsung. Welche Alternative ist vorteilhafter, Verkauf oder Vermietung?
- 12.10 Gemäss eines Darlehensvertrages für Wohneigentum werden am Ende jedes Jahres 3600 CHF einbezahlt. Das Geld wird zu 3% verzinst. Nach 10 Jahren wird der doppelte angesparte Betrag ausgezahlt. Die Schulden, deren Zinsen 5% betragen, müssen innert weiterer 10 Jahren abgezahlt werden, und zwar in Raten, die jeweils am Jahresende fällig werden. Wie gross sind die jährlichen Raten (um die Schulden abzutragen)?

Vorschüssige Rente

- 12.11 Bestimmen Sie den Endwert einer vorschüssigen Rente, bei welcher vierteljährlich \$100 einbezahlt werden und das Geld bei einem Jahreszinssatz von 12% vierteljährlich verzinst wird.
- 12.12 Wieviel muss zu Beginn jedes Jahres auf ein Konto einbezahlt werden, welches bei 8% jährlich verzinst wird, damit das Konto nach 5 Jahren \$24'000 enthält?
- 12.13 Angenommen, ein Konto, welches zu 5% vierteljährlich verzinst wird, enthalte am Anfang \$80'000, und es werden zu Beginn jedes Quartals \$2500 abgehoben. Nach wievielen Quartalen wird das Konto \$0 enthalten?
- 12.14 Welche Geldmenge muss jetzt zur Seite gelegt werden, um in den nächsten 12 Jahren Zahlungen von \$50'000 zu Jahresbeginn zu generieren, wenn das Geld zu einem Satz von 5.92% jährlich verzinst wird?
- 12.15 Was für eine Rate generiert ein einmaliger, am Jahresende ausbezahlter Bonus von \$25'000, am Anfang jedes Monats des folgenden Jahres, wenn das Geld zu einem Jahreszins von 6.48% monatlich verzinst wird?

Vermischte Aufgaben

- 12.16 Ein Paar ist zum Schluss gekommen, dass es \$300'000 braucht, um eine Rente aufzubauen, wenn sie in 25 Jahren in Pension gehen. Wieviele Geld müssten sie am Ende jedes Monats auf ein Konto einzahlen, welches einen Zinssatz von 10% trägt und monatlich verzinst wird, damit sie in 25 Jahren \$300'000 haben?
- 12.17 Herr Müller plant, \$300 am Ende jedes Monats auf ein Konto einzuzahlen, welches bei 9% monatlich verzinst wird. Nach wievielen Monaten wird das Konto \$50'000 wert sein?
- 12.18 Ein Grosselternpaar plant, am Geburtstag ihres Grosskindes ein Konto zu eröffnen und jeden Monat einen Betrag einzuzahlen, bis es (das Grosskind) 18 Jahre alt ist. Wieviel müssen die Grosseltern zu Beginn jedes Monats einzahlen, damit der Kontostand am Ende der 18 Jahre \$180'000 beträgt, wenn die Anlage bei einem Jahreszinssatz von 12% monatlich verzinst wird?
- 12.19 Eine Versicherung im Wert von \$750'000 muss das Einkommen von Trixie Eden für die nächsten 40 Jahre ersetzen. Welches Einkommen generiert diese Summe am Ende jedes Monats, wenn das Geld als Rente investiert wird, welche zu einem Jahreszinssatz von 8.4% monatlich verzinst wird?

- 12.20 Juanita Domingo's Eltern wollen für ihre Ausbildung eine Renten-Anlage errichten. Sie möchten, dass ihre Tochter 16 vierteljährliche Rückzüge zu \$2000 tätigen kann, wobei die erste Auszahlung in 3 Monaten erfolgen soll. Wieviel müssen die Eltern jetzt einzahlen, wenn das Geld bei 7.2% vierteljährlich verzinst wird?

Lösungen

12.1 $R_5 = \$7328.22$

12.2 $r = \$1083.40$

12.3 $n = 27.08\dots$ 28 Quartale = 7 Jahre

12.4 a) $r = 1868.70$ CHF (aufgerundet)

b) $K_0 = 17'233.35$ CHF (aufgerundet)

12.5 Zwilling 1: Kapital im Alter von 33 Jahren = $\$28'973.12$
Kapital im Alter von 65 Jahren = $\$340'059.97$

Zwilling 2: Kapital im Alter von 65 Jahren = $\$340'059.97$ (wie Zwilling 1)
Jährliche Zahlung (von Alter 40 bis 65) = $\$4651.61$

12.6 $R_0 = \$69'913.77$

12.7 $r = \$4595.46$

12.8 $n = 73.78\dots$ 73 Quartale (weniger als $\$4500$ am Ende des 74. Quartals)

12.9 Alternative 1 (Verkauf)

$$K_0 = 20'000 \text{ CHF}$$

$$K_{10} = 39'343 \text{ CHF (gerundet)}$$

Alternative 2 (Vermietung)

$$R_{10} = 29'015 \text{ CHF (gerundet)}$$

$$K_{10} > R_{10}$$

Alternative 1 ist vorteilhafter

12.10 Erste 10 Jahre (Geld sparen)

$$R_{10} = 41'270 \text{ CHF (gerundet)}$$

Zweite 10 Jahre (Schulden abzahlen)

$$R_0 = 82'540 \text{ CHF (gerundet)}$$

$$r = 10'690 \text{ CHF (gerundet)}$$

12.11 $R_{10} = \$1180.78$

12.12 $r = \$3787.92$

12.13 $n = 40.46\dots$ 40 Quartale (weniger als $\$2500$ zu Beginn des 41. Quartals)

12.14 $R_0 = \$445'962.23$

12.15 $r = \$2145.59$

12.16 $r = \$266.10$

12.17 $n = 108.9$ (gerundet) 109 Monate = 9 Jahre 1 Monat

12.18 $r = \$235.16$

12.19 $r = \$5441.23$

12.20 $R_0 = \$27'590.62$