

Aufgaben 11 Exponentialfunktion und -gleichungen Zinseszins, nomineller/effektiver jährlicher Zinssatz

Lernziele

- das zukünftige Kapital berechnen können, welches bei unterjähriger Verzinsung angelegt ist.
- die Begriffe "nomineller jährlicher Zinssatz" und "effektiver jährlicher Zinssatz" kennen und verstehen.
- ausgewählte Zinseszinsaufgaben bearbeiten können.

Aufgaben

- 11.1 Ein Anfangskapital $K_0 = 1000$ CHF wird zu einem nominellen jährlichen Zinssatz $p = 10\%$ angelegt, wobei die Verzinsung ...
- a) ... vierteljährlich erfolgt.
 - i) Bestimmen Sie das Kapital K_1 , K_2 und K_3 nach einem, zwei und drei Jahr(en).
 - ii) Bestimmen Sie den effektiven jährlichen Zinssatz r^* .
 - b) ... monatlich erfolgt.
 - i) Bestimmen Sie das Kapital K_1 , K_2 und K_3 nach einem, zwei und drei Jahr(en).
 - ii) Bestimmen Sie den effektiven jährlichen Zinssatz r^* .
- 11.2 Bestimmen Sie den effektiven jährlichen Zinssatz für einen nominalen jährlichen Zinssatz von 6% und einer ...
- a) ... jährlichen Verzinsung.
 - b) ... halbjährlichen Verzinsung.
 - c) ... vierteljährlichen Verzinsung.
 - d) ... monatlichen Verzinsung.
 - e) ... täglichen Verzinsung (1 Jahr = 360 Tage).
- 11.3 Was ist der zukünftige Wert, wenn \$3200 5 Jahre lang zu 8% bei vierteljährlicher Verzinsung angelegt werden?
- 11.4 Bestimmen Sie den Zins, den \$10'000 tragen, wenn das Geld 3 Jahre lang zu 9% bei monatlicher Verzinsung angelegt werden.
- 11.5 Welchen Geldbetrag müssen Eltern auf ein Konto einzahlen, welches bei nominell 10% monatlich verzinst wird, damit das Geld für die Ausbildung ihres Sohnes in 18 Jahren auf \$40'000 anwächst?
- 11.6 Ein Anfangskapital von 1000 CHF steigt auf 1500 CHF an, wenn es 10 Jahre lang zu einem unbekanntem jährlichen Zinssatz und vierteljährlicher Verzinsung angelegt wird.
- Bestimmen Sie den ...
- a) ... nominellen jährlichen Zinssatz.
 - b) ... effektiven jährlichen Zinssatz.

- 11.7 Wie lange (in Monaten) müsste ein Kapital bei 6% und monatlicher Verzinsung angelegt werden, um seinen Wert zu verdoppeln?
- 11.8 Frau P. möchte 100'000 CHF investieren. Ihre Bank unterbreitet ihr zwei Angebote:
- A effektiver jährlicher Zinssatz von 8.5%
 - B nomineller jährlicher Zinssatz von 8%, monatliche Verzinsung
- Welches Angebot ist besser, A oder B?
- 11.9 Wie lange (in Jahren) müssten 1000 CHF zu 2.5% bei täglicher Verzinsung angelegt werden, um einen Zins von 250 CHF zu erzielen?
- 11.10 Zu welchem nominellen Zinssatz müssten \$20'000 angelegt werden, um bei vierteljährlicher Verzinsung nach 7 Jahren \$26'425.82 zu erzielen?
- 11.11 Ein Paar benötigt \$15'000 für eine erste Anzahlung an ihr Eigenheim. Angenommen, sie investieren die \$10'000, die sie jetzt haben, zu 8% bei vierteljährlicher Verzinsung. Wie lange würde es dauern, bis das Geld auf \$15'000 angewachsen ist?

Lösungen

- 11.1 a) i) $K_n = K_0 \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{mn}$
 $K_1 = 1000 \left(1 + \frac{0.1}{4}\right)^{4 \cdot 1} \text{ CHF} = 1103.81 \text{ CHF (gerundet)}$
 $K_2 = 1000 \left(1 + \frac{0.1}{4}\right)^{4 \cdot 2} \text{ CHF} = 1218.40 \text{ CHF (gerundet)}$
 $K_3 = 1000 \left(1 + \frac{0.1}{4}\right)^{4 \cdot 3} \text{ CHF} = 1344.89 \text{ CHF (gerundet)}$
ii) $p^* = \left(1 + \frac{p}{m}\right)^m - 1 = \left(1 + \frac{0.1}{4}\right)^4 - 1 = 0.1047 = 10.38\% \text{ (gerundet)}$
- b) i) $K_n = K_0 \left(1 + \frac{p}{m}\right)^{mn}$
 $K_1 = 1000 \left(1 + \frac{0.1}{12}\right)^{12 \cdot 1} \text{ CHF} = 1104.71 \text{ CHF (gerundet)}$
 $K_2 = 1000 \left(1 + \frac{0.1}{12}\right)^{12 \cdot 2} \text{ CHF} = 1220.39 \text{ CHF (gerundet)}$
 $K_3 = 1000 \left(1 + \frac{0.1}{12}\right)^{12 \cdot 3} \text{ CHF} = 1348.18 \text{ CHF (gerundet)}$
ii) $p^* = \left(1 + \frac{p}{m}\right)^m - 1 = \left(1 + \frac{0.1}{12}\right)^{12} - 1 = 0.1047 = 10.47\% \text{ (gerundet)}$
- 11.2 $p^* = \left(1 + \frac{p}{m}\right)^m - 1$ $p = 6\% = 0.06$
a) $m = 1$ $p^* = 6\%$
b) $m = 2$ $p^* = 6.09\%$
c) $m = 4$ $p^* = 6.136\% \text{ (gerundet)}$
d) $m = 12$ $p^* = 6.168\% \text{ (gerundet)}$
e) $m = 360$ $p^* = 6.183\% \text{ (gerundet)}$
- 11.3 $K_5 = \$4755.03 \text{ (gerundet)}$
- 11.4 $\$3086.45 \text{ (gerundet)}$
- 11.5 $K_0 = \$6661.46 \text{ (gerundet)}$
- 11.6 a) $p = 4.08\% \text{ (gerundet)}$
b) $p^* = 4.14\% \text{ (gerundet)}$
- 11.7 $n = 11.58\dots$
 $mn = 138.98\dots$ 139 Monate = 11 Jahre 7 Monate

11.8 $p^*(A) = 8.5\%$
 $p^*(B) = 8.3\% < 8.5\%$

Angebot A ist besser als Angebot B

11.9 $n = 8.92\dots$ 9 Jahre

11.10 $p = 4\%$

11.11 $n = 5.11\dots$
 $mn = 20.47\dots$ 21 Quartale = 5 Jahre 3 Monate