

## Aufgaben 10      Exponentialfunktion und -gleichungen Exponentialgleichungen, Logarithmus, Zinseszins

### Lernziele

- einfache Logarithmen ohne Taschenrechner bestimmen können.
- einfachere Exponentialgleichungen ohne Taschenrechner lösen können.
- einen Zehnerlogarithmus, einen natürlichen Logarithmus mit einem Taschenrechner berechnen können.
- eine Logarithmuseigenschaft anwenden können, um einfache Exponentialgleichungen lösen zu können.
- ausgewählte Zinseszinsprobleme mit Hilfe von Logarithmen bearbeiten können.

### Aufgaben

- 10.1 Lösen Sie die folgenden Exponentialgleichungen **ohne** Taschenrechner, d.h. finden Sie die Lösungen durch Probieren.
- a)  $2^x = 16$                       b)  $4^x = 64$                       c)  $5^x = 1$
- d)  $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{27}{8}$                       e)  $10^x = 1'000'000$                       f)  $10^x = 10$
- 10.2 Bestimmen Sie die folgenden Logarithmen **ohne** Taschenrechner.
- a)  $\log_3(27)$                       b)  $\log_4(16)$                       c)  $\log_2(128)$
- d)  $\log_{10}(1000)$                       e)  $\log_{10}(1)$
- 10.3 Bestimmen Sie die folgenden Logarithmen **mit** Ihrem Taschenrechner.
- a)  $\log(1.1)$                       b)  $\ln(1.1)$                       c)  $\log(9)$
- d)  $\ln(9)$                       e)  $\log(2345.67)$                       f)  $\ln(2345.67)$
- 10.4 Lösen Sie die folgenden Exponentialgleichungen.
- a)  $10^x = 21$                       b)  $10^x = 256.78$                       c)  $10^x = 1'234'567$
- 10.5 Lösen Sie die folgenden Exponentialgleichungen.
- a)  $3^x = 99$                       b)  $1.01^x = 1.5$                       c)  $3^{x+4} = 5$
- 10.6 Ein Anfangskapital  $K_0$  wird zu einem jährlichen Zinssatz  $p$  mit Zins und Zinseszins angelegt.  $K_n$  ist das Kapital nach  $n$  Jahren. Bestimmen Sie  $n$ .
- a)  $K_0 = 1000$  CHF                       $p = 1.00\%$                        $K_n = 1220$  CHF (gerundet)
- b)  $K_0 = 100'000$  CHF                       $p = 2.25\%$                        $K_n = 243'519$  CHF (gerundet)
- 10.7 Wie lange müssten 10'000 CHF zu einem jährlichen Zinssatz von 2.5% angelegt werden, um den Wert von 12'000 CHF zu erreichen?
- 10.8 Wie lange müsste ein beliebiges Anfangskapital zu einem jährlichen Zinssatz von 1.25% angelegt werden, um seinen Wert zu verdoppeln?
- 10.9 Ein Anfangskapital von 10'000 CHF wird zu einem unbekanntem jährlichen Zinssatz investiert. Nach 10 Jahren beträgt das Kapital 11'894.40 CHF. Nach wievielen Jahren (seit Beginn der Investition) wird das Kapital 15'000 CHF betragen?

**Lösungen**

- 10.1 a)  $x = 4$                       b)  $x = 3$                       c)  $x = 0$   
d)  $x = 3$                       e)  $x = 6$                       f)  $x = 1$

- 10.2 a) 3                                  b) 2                                  c) 7  
d) 3                                  e) 0

- 10.3 a) 0.041...                      b) 0.095...                      c) 0.954...  
d) 2.197...                      e) 3.370...                      f) 7.760...

- 10.4 a)  $x = \log(21) = 1.322...$   
b)  $x = \log(256.78) = 2.409...$   
c)  $x = \log(1'234'567) = 6.091...$

- 10.5 a)  $x = 4.182...$                       b)  $x = 40.748...$                       c)  $x = -2.535...$

10.6 
$$n = \frac{\log \frac{K_n}{K_0}}{\log(q)}$$
  
a)  $n = 20$   
b)  $n = 40$

10.7 
$$n = \frac{\log \frac{K_n}{K_0}}{\log(q)} = \frac{\log\left(\frac{12'000}{10'000}\right)}{\log(1.025)} = 7.38... \quad 8 \text{ Jahre}$$

10.8 
$$K_n = K_0 \cdot q^n$$
  
$$K_n = 2 \cdot K_0$$
  
-----  
$$n = \frac{\log(2)}{\log(1.0125)} = 55.79... \quad 56 \text{ Jahre}$$

10.9  $p = 1.75\%$   
 $K_n = 14'000 \text{ CHF for } n = 23.37... \quad 24 \text{ Jahre}$