

## Aufgaben 8      Quadratische Funktion und Gleichungen

### Quadr. Funktion/Gleichungen, Angebot, Nachfrage, Marktgleichgewicht

#### Lernziele

- spezielle quadratische Gleichungen ohne Lösungsformel lösen können.
- eine quadratische Gleichung mit Hilfe der Lösungsformel lösen können.
- eine quadratische Gleichung mit einem Parameter lösen können.
- die Scheitelform einer quadratischen Funktion aus den Koordinaten des Scheitelpunktes und den Koordinaten eines weiteren Punktes der dazugehörigen Parabel bestimmen können.
- die allgemeine Form einer quadratischen Funktion aus den Koordinaten dreier Punkte der dazugehörigen Parabel bestimmen können.
- angewandte Problemstellungen aus dem Bereich Betriebswirtschaft mit Hilfe von quadratischen Gleichungen oder Gleichungssystemen bearbeiten können.

#### Aufgaben

8.1 Lösen Sie die folgenden quadratischen Gleichungen, ohne die Lösungsformel zu verwenden. Geben Sie jeweils die Lösungsmenge an.

- |                           |                          |
|---------------------------|--------------------------|
| a) $(x + 2)(x + 5) = 0$   | b) $(x - 8)(5x - 9) = 0$ |
| c) $x^2 - 3x = 0$         | d) $x^2 + 7x = 0$        |
| e) $4x^2 - 9 = 0$         | f) $100x^2 - 1 = 0$      |
| g) $(3x - 2)(4x + 1) = 0$ | h) $4x^2 + 5x = 0$       |
| i) $3x^2 = 27$            | j) $x^2 = x$             |

8.2 Lösen Sie die folgenden quadratischen Gleichungen. Geben Sie jeweils die Lösungsmenge an.

- |   |  |
|---|--|
| a) $(7 + x)(7 - x) = (3x + 2)^2 - (2x + 3)^2$     | b) $(x - 3)(2x - 7) = 1$                             |
| c) $\frac{8}{x^2 - 4} + \frac{2}{2 - x} = 3x - 1$ | d) $\frac{x - 4}{x - 5} = \frac{30 - x^2}{x^2 - 5x}$ |
| e) $\frac{x^2 - x - 2}{2 - x} = 1$                | f) $\frac{x^2 - 4}{x^2 - 4} = 1$                     |

8.3 Bestimmen Sie den (die) Wert(e) des Parameters b, so dass die quadratische Gleichung genau eine Lösung hat. Geben Sie diese Lösung an.

- a)  $2x^2 = 3x - b$   
b)  $x^2 + bx + b = -3$

8.4 Lösen Sie die folgenden Gleichungen nach x. Berücksichtigen Sie dabei, dass der Parameter b irgend eine reelle Zahl sein kann.

- a)  $x^2 + x + b = 0$   
b)  $-bx = 1 + 4x^2$

8.5 Eine Parabel hat den Scheitelpunkt S und enthält den Punkt P.  
Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der dazugehörigen quadratischen Funktion sowohl in der allgemeinen Form als auch in der Scheitelform.

a)  $S(2|4)$   $P(-1|7)$

b)  $S(1|-8)$   $P(2|-7)$

8.6 Eine Parabel enthält die drei Punkte P, Q und R.  
Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der dazugehörigen quadratischen Funktion in der allgemeinen Form.

a)  $P(-4|8)$   $Q(0|0)$   $R(10|15)$

b)  $P(1|-1)$   $Q(2|4)$   $R(4|8)$

8.7 Bestimmen Sie zu den gegebenen Angebots- und Nachfragefunktionen  $f_A$  und  $f_N$  einer Ware die Gleichgewichtsmenge und den Gleichgewichtspreis:

a) Angebot  $p = f_A(q) = \frac{1}{4}q^2 + 10$

Nachfrage  $p = f_N(q) = 86 - 6q - 3q^2$

b) Angebot  $p = f_A(q) = q^2 + 8q + 16$

Nachfrage  $p = f_N(q) = -3q^2 + 6q + 436$

8.8 Die Kosten  $C(x)$  bei der Produktion von  $x$  Artikeln und der Ertrag  $R(x)$  beim Verkauf von  $x$  Artikeln sind gegeben durch

$$C(x) = 2000 + 40x + x^2$$

$$R(x) = 130x$$

Bestimmen Sie die Stückzahl(en)  $x$  für die Gewinnschwelle(n).

8.9 Die Kosten  $C(x)$  bei der Produktion von  $x$  Artikeln und der Ertrag  $R(x)$  beim Verkauf von  $x$  Artikeln sind unten gegeben.

Wieviele Artikel müssen hergestellt und verkauft werden, damit der Profit 200 CHF erzielt wird?

$$C(x) = (x^2 + 100x + 80) \text{ CHF}$$

$$R(x) = (160x - 2x^2) \text{ CHF}$$

**Lösungen**

- 8.1 a)  $L = \{-5, -2\}$  b)  $L = \{9/5, 8\}$   
c)  $L = \{0, 3\}$  d)  $L = \{-7, 0\}$   
e)  $L = \{-3/2, 3/2\}$  f)  $L = \{-1/10, 1/10\}$   
g)  $L = \{-1/4, 2/3\}$  h)  $L = \{-5/4, 0\}$   
i)  $L = \{-3, 3\}$  j)  $L = \{0, 1\}$

- 8.2 a)  $L = \{-3, 3\}$  b)  $L = \{5/2, 4\}$   
c)  $L = \{-5/3, 0\}$  d)  $L = \{-3\}$   
e)  $L = \{-2\}$  f)  $L = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$

- 8.3 a)  $b = \frac{9}{8}$   $x = \frac{3}{4}$   
b)  $b_1 = -2$   $x = 1$   
 $b_2 = 6$   $x = -3$

- 8.4 a)  $b < \frac{1}{4}$   $x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4b}}{2}$  2 Lösungen  
 $b = \frac{1}{4}$   $x = -\frac{1}{2}$  1 Lösung  
 $b > \frac{1}{4}$   $L = \{ \}$  keine Lösung  
b)  $|b| > 4$   $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 16}}{8}$  2 Lösungen  
 $b = \pm 4$   $x = -\frac{b}{8}$  1 Lösung  
 $|b| < 4$   $L = \{ \}$  keine Lösung

- 8.5 a)  $y = f(x) = \frac{1}{3}(x - 2)^2 + 4 = \frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{16}{3}$   
b)  $y = f(x) = (x - 1)^2 - 8 = x^2 - 2x - 7$

- 8.6 a)  $y = f(x) = \frac{1}{4}x^2 - x$   
b)  $y = f(x) = -x^2 + 8x - 8$

- 8.7 a) im Marktgleichgewicht:  $q = 4, p = 14$   
b) im Marktgleichgewicht:  $q = 10, p = 196$

8.8  $x_1 = 40, x_2 = 50$

- 8.9 Gewinn  $P(x) = R(x) - C(x) = -3x^2 + 60x - 80 \stackrel{!}{=} 200$   
 $L = \{7.41\dots, 12.58\dots\}$   
7 oder 13 Artikel