Aufgaben 6 Lineare Funktion und Gleichungen
Lineare Gleichungssysteme

Lernziele

- ein lineares Gleichungssystem lösen können.
- angewandte Problemstellungen mit Hilfe von linearen Gleichungssystemen bearbeiten können.

Aufgaben

6.1 Lösen Sie die folgenden Gleichungssysteme:

a) $4x + 3y = 14$
$2x - y = 12$

b) $- 4a - b = 40$
$a + 5b = 9$

c) $12x + 9y = 15$
$4x + 3y = 5$

d) $a - 4b = 3$
$- 5a + 20b = 10$

e) $2p - 6q = 6$
$5p + 3q = 42$

f) $2x + 3y + 5 = 5x + 6y - 1$
$x - 4y - 2 = 2x - 2y$

g) $3(x + 5) = 2(2y - 1)$
$4(3x - 6) = 3(y + 4)$

h) $(x + 5)(y + 1) = (x + 8)(y - 3)$
$(x - 3)(y - 1) = (x - 1)(y + 3)$

i) $2(2a + 3b) = 3(3a - b) + 5$
$4(3a - 4b) = 2(a + b) - 10$

6.2 Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der linearen Funktion, deren Graf die zwei Punkte P und Q enthält:

a) P(5|-3) Q(-2|1)

b) P(2|-3) Q(-1|-4)

c) P(3|-7) Q(3|-9)

6.3 Bestimmen Sie den Schnittpunkt der Grafen der beiden linearen Funktionen f und g:

a) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \to y = f(x) = - 3x + \frac{5}{4}$ $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \to y = g(x) = - x - 1$

b) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \to y = f(x) = 2x + \frac{5}{4}$ $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \to y = g(x) = 2x - 1$

6.4 Beurteilen Sie, ob die Grafen der linearen Funktionen f, g und h einen gemeinsamen Punkt P enthalten.

a) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \to y = f(x) = x + 1$ $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \to y = g(x) = -\frac{x}{2} - 2$ $h: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \to y = h(x) = \frac{5}{3}x + \frac{7}{3}$

b) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \to y = f(x) = \frac{1}{6}x + \frac{3}{2}$ $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \to y = g(x) = -\frac{2}{3}x + 2$ $h: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \to y = h(x) = 2x - 3$

6.5 Hotelier A sagt zu Hotelier B: "Wenn drei Viertel Deiner Hotelgäste in meinem Hotel wohnen würden, hätte ich 100 Gäste." Hotelier B antwortet: "Nein, wenn die Hälfte Deiner Hotelgäste in meinem Hotel untergebracht wären, hätte ich 100 Gäste."

Wieviele Gäste bringen A und B in ihren Hotels unter?

6.6 Die (nicht-lineare) Gleichung $ax^2 + bx = 1$ hat die Lösungsmenge $L = \{2, 3\}$, d.h. die Gleichung hat die beiden Lösungen $x_1 = 2$ und $x_2 = 3$.

Bestimmen Sie die beiden Parameter a und b.

6.7 Red Tide und Blue Flake planen die Produktionslinie neuer Skis.

Red Tide
Im ersten Jahr betragen die Fixkosten für den Aufbau der Produktion $45'000. Die variablen Kosten für die Produktion jedes Skipaares werden zu $80 geschätzt, und der Verkaufspreis wird $225 pro Paar betragen. Geplant wird, im ersten Jahr 3000 Paare zu verkaufen.

Blue Flake
Im ersten Jahr betragen die Fixkosten für den Aufbau der Produktion $40'000. Die variablen Kosten für die Produktion jedes Skipaares werden zu $80 geschätzt, und der Verkaufspreis wird $250 pro Paar betragen. Geplant wird, im ersten Jahr 3500 Paare zu verkaufen.

Wievielen Paare Skis müssen Red Tide und Blue Flake verkaufen, um den gleichen Gewinn zu erzielen? Wie hoch ist dieser Gewinn?

Lösungen

6.1 a) $(x, y) = (5, -2)$

b) $(a, b) = (-11, 4)$

c) unendlich viele Lösungen
$L = \{(x, (5-4x)/3) \mid x \in \mathbb{R}\}$

d) keine Lösung
$L = \{ \}$

e) $(p, q) = (15/2, 3/2)$

f) $(x, y) = (6, -4)$

g) $(x, y) = (5, 8)$

h) $(x, y) = (-2, 7)$

i) unendlich viele Lösungen
$L = \{(a, 5(1+a)/9) \mid a \in \mathbb{R}\}$

6.2 a) $y = f(x) = -\frac{4}{7}x - \frac{1}{7}$

b) $y = f(x) = \frac{1}{3}x - \frac{11}{3}$

c) Steigung undefiniert, also keine Funktion

6.3 a) $P(9/8 \mid -17/8)$

b) kein Schnittpunkt, da die Grafen parallel sind

6.4 a) $P(-2|-1)$

b) kein Schnittpunkt P
Grafen von f und g schneiden sich bei $P(3/5 \mid 8/5)$, Graf von h enthält jedoch P nicht

6.5 A: 40 Gäste B: 80 Gäste

6.6 $a = -\frac{1}{6}$ $b = \frac{5}{6}$

6.7 Red Tide
Gesamtkosten $C_1(x) = 80x + 45'000$
Ertrag $R_1(x) = 255x$
Gewinn $P_1(x) = R_1(x) - C_1(x) = 175x - 45'000$

Blue Flake
Gesamtkosten $C_2(x) = 80x + 40'000$
Ertrag $R_2(x) = 250x$
Gewinn $P_2(x) = R_2(x) - C_2(x) = 170x - 40'000$

$P_2(x) = P_1(x)$

$x = 1000$, $P_1(1000) = P_2(1000) = 130'000$
1000 Skipaare, Gewinn = \$130'000