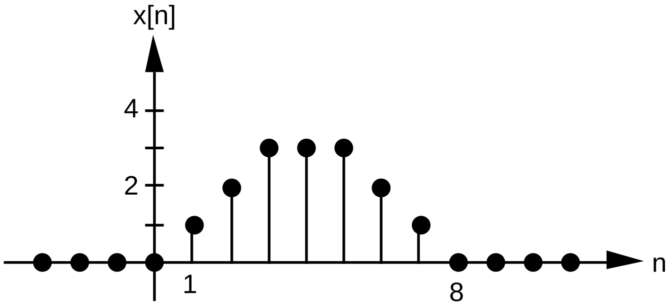
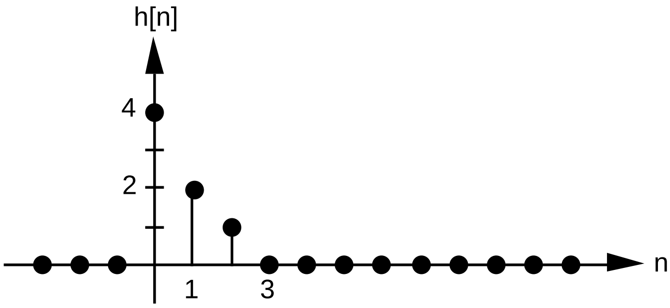
Repetitions-Übung 2 Fourier-Transformation für Abtastsignale, Diskrete Fourier-Transformation

Aufgaben

1. *(Klausur 19.5.2003)*

Gegeben sind die Grafen des Eingangssignals x[n] und der Impulsantwort h[n] eines LTD-Systems:





Bestimmen Sie das Ausgangssignal y[n].

2. *(Klausur 19.5.2003)*

Gegeben ist die folgende zeitdiskrete Funktion x[n]:

$$x[n] = 2\,e^{-3n}\,\sin(4n+5)$$

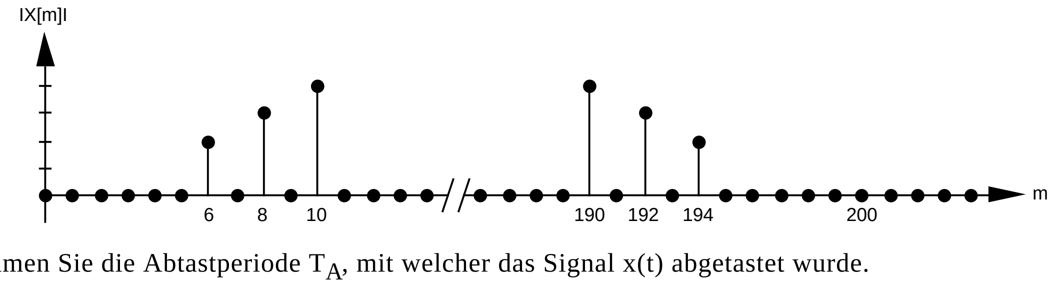
Machen Sie zwei Vorschläge für eine zeitkontinuierliche Funktion x(t) und eine Abtastperiode T_A, so dass die Abtastung von x(t) mit der Abtastperiode T_A gerade x[n] ergibt.

3. *(Klausur 19.5.2003)*

Das folgende zeitkontinuierliche Signal x(t) soll mit Hilfe der DFT analysiert werden:

$$x(t) = 2\cdot\sin(2\pi\cdot 3000\cdot t) + 3\cdot\sin(2\pi\cdot 4000\cdot t) + 4\cdot\sin(2\pi\cdot 5000\cdot t)$$

Die DFT-Analyse zeigt das folgende Ergebnis:

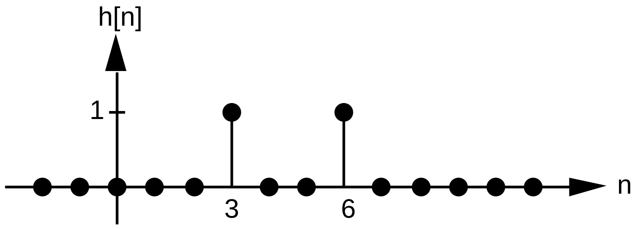


Bestimmen Sie die Abtastperiode T_A, mit welcher das Signal x(t) abgetastet wurde.

4. (siehe Seite 2)

4. *(Klausur 22.8.2001)*

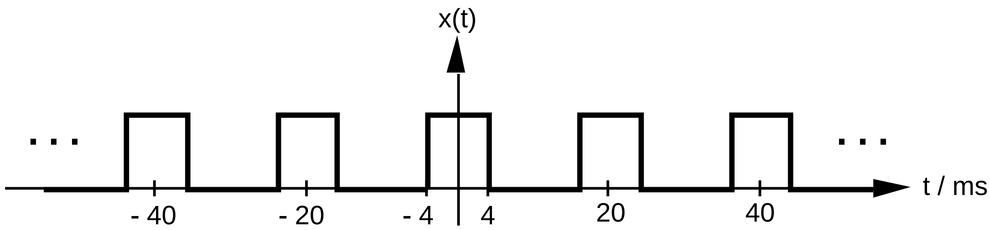
Gegeben ist der Graf der Impulsantwort h[n] eines LTD-Systems:



Bestimmen Sie den zum Eingang $x[n] = \sin\left(\frac{2\pi}{3} n\right)$ gehörigen Ausgang y[n].

5. *(Klausur 22.8.2001)*

Der Graf eines zeitkontinuierlichen Signals x(t) sieht wie folgt aus:



Das Signal x(t) soll nun ideal abgetastet werden.

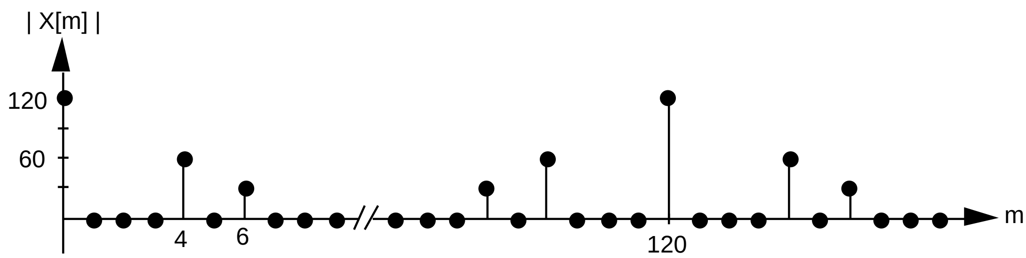
Bestimmen Sie, in welchem Bereich die Abtastperiode liegen muss, damit das Signal später wieder fehlerfrei rekonstruiert werden kann.

6. *(Klausur 22.8.2001)*

Ein zeitkontinuierliches, periodisches Signal x(t) mit der Grundperiode $T_0 = 6$ wird gefenstert und abgetastet (Fensterlänge N = 120, Abtastperiode $T_a = 0.1$). Dabei werde das Abtasttheorem erfüllt.

Das so erhaltene zeitdiskrete Signal wird der diskreten Fourier-Transformation (DFT) unterzogen.

Die folgende Grafik zeigt einen Ausschnitt des Betrages |X[m]| der Transformierten X[m]. Für das Argument arg(X[m]) gelte $\arg(X[m]) \equiv 0$.



a) Zeichnen Sie |X[m]| für den Fall, dass N nur halb so gross gewesen wäre (bei gleichem T_a), d.h. N = 60.

b) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung x(t) = ... des Signals x(t).

Lösungen

1. $y[n] = 0 \quad (n \leq 0 \quad n \geq 10)$

   $y[1] = 4$
   $y[2] = 10$
   $y[3] = 17$
   $y[4] = 20$
   $y[5] = 21$
   $y[6] = 17$
   $y[7] = 11$
   $y[8] = 4$
   $y[9] = 1$

2. z.B. $T_A = 1$
   $x(t) = 2\ e^{-3t} \sin(4t+5)$

   $T_A = 2$
   $x(t) = 2\ e^{-(3/2)t} \sin(2t+5)$

3. $T_A = 10\ \mu s$

4. $y[n] = 2 \sin\left(\frac{2\pi}{3} n\right)$

5. Das Abtasttheorem ist mit keiner noch so kleinen Abtastperiode vollständig erfüllbar.
   Daher ist eine genaue Rekonstruktion unmöglich.

6. a) Die Ausschläge befinden sich nun bei m = ..., 0, 2, 3, 57, 58, 60, 62, 63, ... (statt wie vorher bei m = ..., 0, 4, 6, 114, 116, 120, 124, 126, ...) und sind halb so hoch wie vorher.

   b) $x(t) = 1 + \cos\left(\frac{2\pi}{3} t\right) + \frac{1}{2} \cos(\pi t)$