

Übung 27 z-Transformation Inverse z-Transformation

Lernziel

- mit Hilfe der Methode "Partialbruchzerlegung" die zu einer z-Transformierten gehörige inverse z-Transformierte bestimmen können.

Aufgabe

Bestimmen Sie mit Hilfe der Methode "Partialbruchzerlegung" die zur gegebenen z-Transformierten $X(z)$ gehörige Rücktransformierte $x[n]$.

a)
$$X(z) = \frac{1 - \frac{1}{2}z^{-1}}{1 + \frac{3}{4}z^{-1} + \frac{1}{8}z^{-2}}$$

$x[n]$ rechtsseitig

b)
$$X(z) = \frac{1 - 2z^{-1}}{1 - \frac{5}{2}z^{-1} + z^{-2}}$$

Fourier-Transformierte $X_a(\)$ existiert

c)
$$X(z) = \frac{3}{z - \frac{1}{4} - \frac{1}{8}z^{-1}}$$

Fourier-Transformierte $X_a(\)$ existiert

d)
$$X(z) = \frac{1 - az^{-1}}{z^{-1} - a}$$

$|z| > \frac{1}{|a|}$, $a \in \mathbb{R}$

e)
$$X(z) = \frac{1 + \frac{1}{2}z^{-1}}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}}$$

$x[n]$ rechtsseitig

Lösungen

a) $x[n] = -3 \left(-\frac{1}{4}\right)^n + 4 \left(-\frac{1}{2}\right)^n \quad [n]$

b) $x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n \quad [n]$

c) $x[n] = \left(-\frac{1}{4}\right)^{n-1} + 2 \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \quad [n-1]$

d) $x[n] = -\frac{1}{a} \quad [n] - \frac{1-a^2}{a^{n+1}} \quad [n-1]$

e) $X(z) = \frac{1 + \frac{1}{2}z^{-1}}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} + \frac{1}{2}z^{-1} \frac{1}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}}$

$$x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n \quad [n] + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \quad [n-1] = [n] + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \quad [n-1]$$