

## Übung 21 LTD-System Bestimmung der diskreten Faltungssumme

### Lernziel

- die diskrete Faltung zweier zeitdiskreter Funktionen sowohl analytisch als auch grafisch bestimmen können.

### Einleitung

Die **diskrete lineare Faltung** zweier zeitdiskreter Funktionen  $x_1[n]$  und  $x_2[n]$  ist wie folgt **definiert**:

$$y[n] = x_1[n] * x_2[n] := \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_1[k] \cdot x_2[n-k]$$

Es gibt **zwei Methoden**, wie man die diskrete lineare Faltung ausführen kann:

#### Analytische Methode

Man bestimmt den analytischen Ausdruck für die Funktion  $y[n] = x_1[n] * x_2[n]$ , indem man die analytischen Ausdrücke für  $x_1[n]$  und  $x_2[n]$  in die Faltungssumme einsetzt und die Summe algebraisch berechnet.

#### Grafische Methode

Man bestimmt den Grafen der Funktion  $y[n] = x_1[n] * x_2[n]$ , indem man jeden einzelnen Funktionswert von  $y[n]$  aus den Grafen von  $x_1[n]$  und  $x_2[n]$  nach dem Schema "Spiegeln und Verschieben" ermittelt:

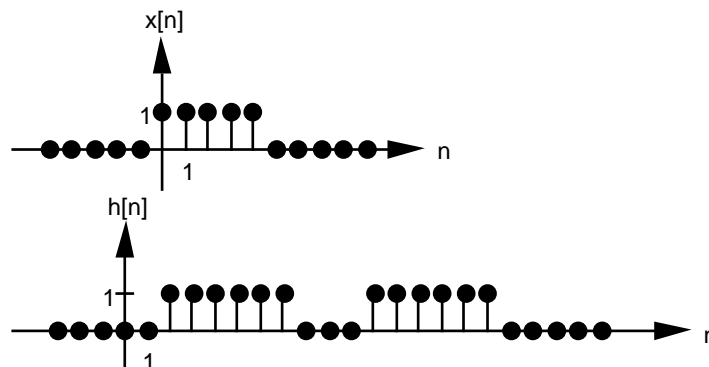
- $x_1[k]$
- $x_2[k]$       $x_2[-k]$  (gespiegelte Version von  $x_2[k]$ )  
                   $x_2[n-k]$  (verschobene Version von  $x_2[-k]$ )
- Grafen von  $x_1[k]$  und  $x_2[n-k]$  übereinanderlegen, Werte bei gleichem  $k$  multiplizieren und aufaddieren:

$$\dots, y[-1] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_1[k] \cdot x_2[-1-k], \quad y[0] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_1[k] \cdot x_2[-k], \quad y[1] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_1[k] \cdot x_2[1-k], \quad \dots$$

### Aufgabe

Gegeben sind jeweils ein Eingangssignal  $x[n]$  und die Impulsantwort  $h[n]$  eines LTD-Systems. Bestimmen Sie das Ausgangssignal  $y[n]$  mit der angegebenen Methode.

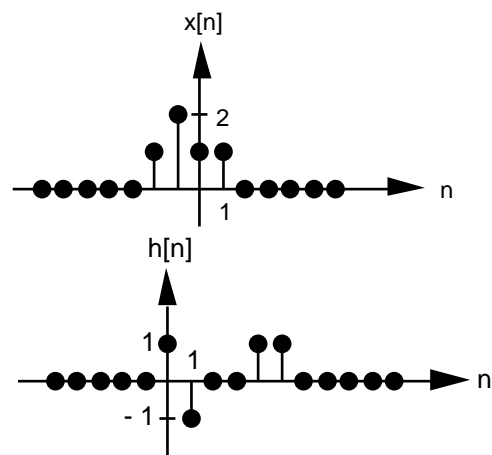
- |    |  |                                    |                            |
|----|--|------------------------------------|----------------------------|
| a) | $x[n] = a^n \quad [n]$ ( $a > 0$ )                 | $h[n] = b^n \quad [n]$ ( $b > 0$ ) | <i>analytische Methode</i> |
| b) | $x[n] = (-1)^n \quad ( \quad [n] - \quad [-n-8] )$ | $h[n] = \quad [n] - \quad [n-8]$   | <i>grafische Methode</i>   |
| c) | $x[n]$ und $h[n]$ gemäss folgender Grafik:         |                                    | <i>grafische Methode</i>   |



- d) (siehe Seite 2)

d)  $x[n]$  und  $h[n]$  gemäss folgender Grafik:

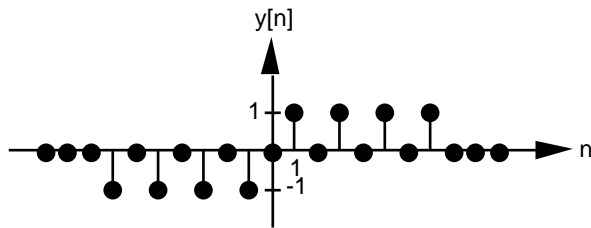
*grafische Methode*



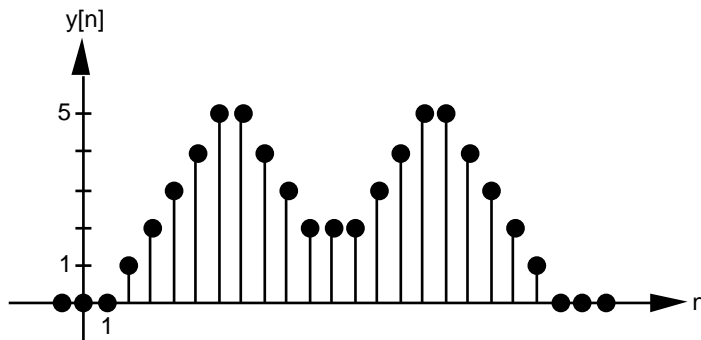
**Lösungen**

a)  $y[n] = \frac{b^{n+1} - a^{n+1}}{b-a} [n] \quad (a \neq b)$   
 $a^n(n+1) [n] \quad (a=b)$

b)



c)



d)

