

Übung 18 Zeitdiskrete Funktionen Abtastung, Abtastperiode

Lernziele

- aus der Angabe einer zeitkontinuierlichen Funktion und einer Abtastperiode die dazugehörige zeitdiskrete Funktion bestimmen können und umgekehrt.
- zeitdiskrete Funktionen grafisch darstellen können.
- verstehen, dass die Abtastung einer zeitkontinuierlichen Funktion mit verschiedenen Abtastperioden zu identischen zeitdiskreten Funktionen führen kann.

Aufgaben

1. Die zeitkontinuierliche Funktion $x(t)$ wird mit der Abtastperiode T_A abgetastet, und man erhält die zeitdiskrete Funktion $x[n] = x(nT_A)$.

Geben Sie die Funktionsgleichung von $x[n]$ an, d.h. $x[n] = \dots$

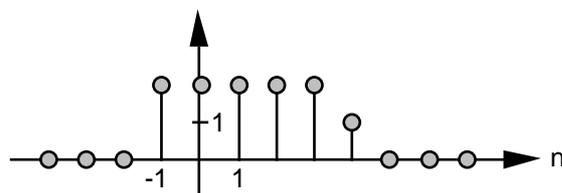
- a) $x(t) = \sin(t)$ $T_A = \frac{\pi}{2}$
 b) $x(t) = \sin(3t)$ $T_A = \frac{2\pi}{9}$
 c) $x(t) = \hat{x} \sin(\omega_0 t + \varphi)$ T_A beliebig
 d) $x(t) = 3 \sin\left(4t - \frac{5\pi}{2}\right)$ $T_A = \frac{3\pi}{4}$
 e) $x(t) = \cos(5t)$ $T_A = \frac{2\pi}{5}$
 f) $x(t) = e^{-2t} \cdot \cos(t)$ $T_A = 4$

2. Bearbeiten Sie für die gegebene zeitdiskrete Funktion $x[n]$ die folgenden Teilaufgaben:

- i) Zeichnen Sie den Grafen.
 ii) Machen Sie je zwei Vorschläge für eine zeitkontinuierliche Funktion $x(t)$ und eine Abtastperiode T_A , so dass die Abtastung von $x(t)$ mit der Abtastperiode T_A gerade $x[n]$ ergibt, d.h. $x[n] = x(nT_A)$.

- a) $x[n] = \sin(\pi n)$ b) $x[n] = \sin\left(\frac{\pi}{2} n\right)$ c) $x[n] = \sin\left(\frac{\pi}{3} n\right)$

3. Die folgende Abbildung zeigt den Grafen der zeitdiskreten Funktion $x[n]$:



Zeichnen Sie die Grafen der folgenden Funktionen:

- a) $x[n-2]$ b) $x[4-n]$ c) $x[2n]$
 d) $x[2n+1]$ e) $x[n] \cdot [2-n]$ f) $x[n-1] \cdot [n-3]$
 g) $\frac{1}{2} x[n] + \frac{1}{2} (-1)^n x[n]$ h) $x[n^2]$

4. (siehe Seite 2)

4. Gegeben ist eine zeitkontinuierliche, periodische Funktion $x(t)$ mit der Grundperiode T_0 . $x(t)$ soll nun mit verschiedenen Abtastperioden T_A abgetastet werden.

Tastet man $x(t)$ mit der Abtastperiode T_{A1} ab, so erhält man die zeitdiskrete Funktion $x_1[n]$.

Tastet man $x(t)$ mit der Abtastperiode T_{A2} ab, so erhält man die zeitdiskrete Funktion $x_2[n]$.

usw.

Im Allgemeinen erhält man bei verschiedenen Abtastperioden T_{A1} und T_{A2} auch verschiedene zeitdiskrete Funktionen $x_1[n]$ und $x_2[n]$.

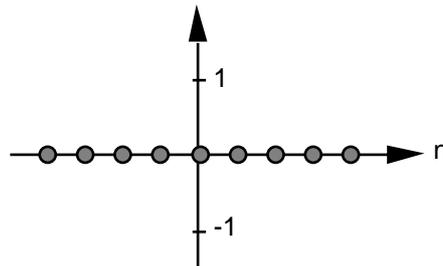
Es ist jedoch möglich, dass zwei verschiedene Abtastperioden T_{A1} und T_{A2} zu zwei identischen zeitdiskreten Funktionen $x_1[n]$ und $x_2[n]$ führen, d.h. $x_1[n] = x_2[n]$.

Finden Sie eine Beziehung zwischen T_{A1} und T_{A2} , damit $x_1[n] = x_2[n]$ gilt.

Lösungen

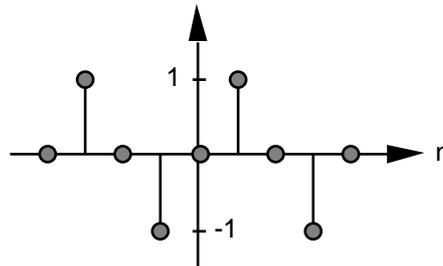
1. a) $x[n] = \sin\left(n \frac{\pi}{2}\right)$
- b) $x[n] = \sin\left(n \frac{2\pi}{3}\right)$
- c) $x[n] = \hat{x} \sin(\omega_0 T_A n + \phi)$
- d) $x[n] = 3 \sin\left(\frac{(6n-5)\pi}{2}\right) = 3 (-1)^{n-1}$
- e) $x[n] = 1$
- f) $x[n] = e^{-8n} \quad [n]$

2. a) i)



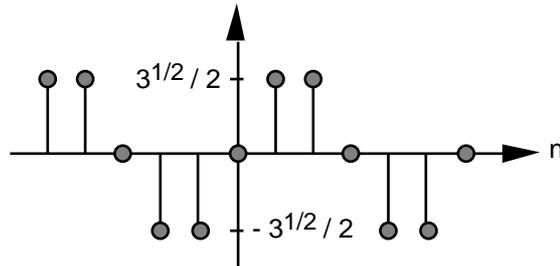
- ii) $x(t) = \sin(t), T_A = \pi$ oder $x(t) = \sin(2t), T_A = \frac{\pi}{2}$

- b) i)



- ii) $x(t) = \sin(t), T_A = \frac{\pi}{2}$ oder $x(t) = \sin(2t), T_A = \frac{\pi}{4}$

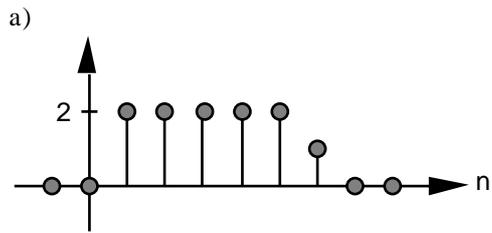
- c) i)



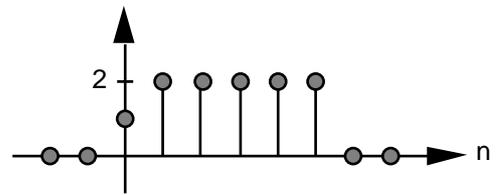
- ii) $x(t) = \sin(t), T_A = \frac{\pi}{3}$ oder $x(t) = \sin(2t), T_A = \frac{\pi}{6}$

3. (siehe Seite 4)

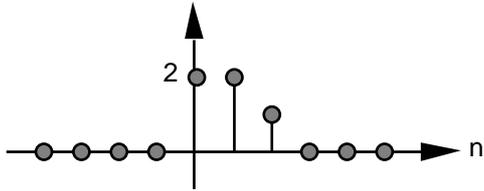
3.



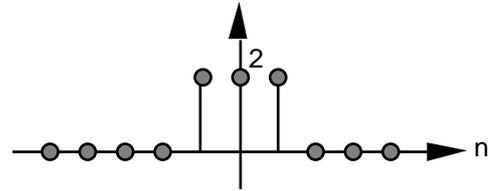
b)



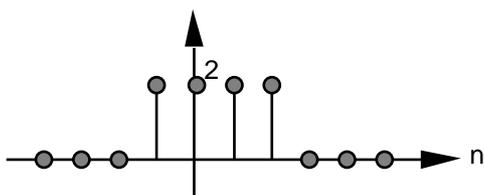
c)



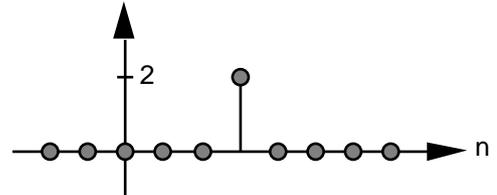
d)



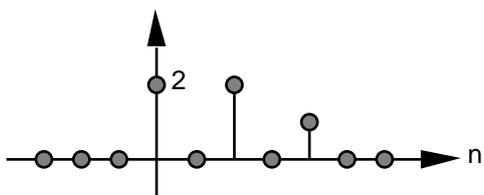
e)



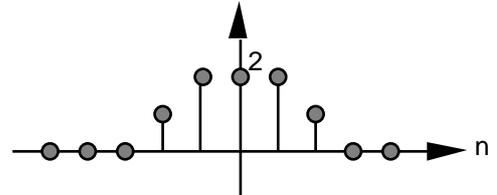
f)



g)



h)



4.

$$T_{A2} = T_{A1} + k \cdot T_0 \quad (k \in \mathbb{Z})$$