Übung 12 Fourier-Transformation
Dirac'sche δ-"Funktion"

Lernziele

- die Ausblendeigenschaft des Diracstosses verstehen.
- Integrale bestimmen können, in welchen die Dirac'sche δ-"Funktion" als Faktor des Integranden auftritt.
- die Fourier-Transformierte des Diracstosses auswendig kennen.

Aufgaben

1. Bestimmen Sie die folgenden Integrale:

a) $\int_{-\infty}^{\infty} \sin(t)\cdot\delta(t)\,dt$

b) $\int_{-\infty}^{\infty} 2\cdot\sin(2t)\cdot\delta\left(t-\frac{\pi}{4}\right)\,dt$

c) $\int_{-\infty}^{0} e^{-t}\cdot\delta\left(t-\frac{1}{2}\right)\,dt$

d) $\int_{-1}^{3} e^{-t}\cdot\delta\left(t-\frac{1}{2}\right)\,dt$

e) $\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\cdot\delta(t-\tau)\,d\tau$

f) $\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\cdot\delta(at-b)\,dt \qquad (a\neq 0)$

2. a) Bestimmen Sie die Fourier-Transformierte des Diracstosses $\delta(t)$.

b) Bestimmen Sie die Fourier-Transformierte der Rechtecksfunktion $\delta_\Delta(t)$.

c) Für $\Delta \to 0$ strebt die Rechtecksfunktion $\delta_\Delta(t)$ gegen den Diracstoss $\delta(t)$.
Zeigen Sie, dass die Fourier-Transformierte der Rechtecksfunktion $\delta_\Delta(t)$ für $\Delta \to 0$ gegen die Fourier-Transformierte des Diracstosses $\delta(t)$ strebt.

Lösungen

1. a) 0
   b) 2
   c) 0
   d) $\frac{1}{\sqrt{e}}$
   e) $x(t)$
   f) $\frac{1}{|a|}\, x\left(\frac{b}{a}\right)$

2. a) $FT\left(\delta(t)\right) = 1$
   b) $FT\left(\delta_\Delta(t)\right) = \begin{cases} \frac{j}{\omega\Delta}\,(e^{-j\omega\Delta}-1) & (\omega\neq 0) \\ 1 & (\omega=0) \end{cases}$
   c) ...
   (Regel von Bernoulli-de l'Hôpital)